UNIVERSITETI POLITEKNIK I TIRANËS
FAKULTETI I INXHINIERISË MEKANIKE
DEPARTAMENTI I MEKANIKËS

DISERTACION

në mbrojtje të Gradës Shkencore
"DOKTOR"

Tema:

SIGURIA AJRORE, SIMULIMI I SISTEMEVE DINAMIKE, SERVOAKTUATORËT ELEKTROMEKANIKË DHE ELEKTROHIDRAULIKË

Kandidati:
PARID ALIMHILLAJ

Udhëheqës shkencor:
Prof. Dr. Ing. ANDONAQ LONDO

Tiranë, 2019

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
UNIVERSITETI POLITEKNIK I TIRANËS
FAKULTETI I INXHINIERISË MEKANIKE

DISERTACION

Paraqitur nga
Z. PARID ALIMHILLAJ

në mbrojtje të Gradës Shkencore
"DOKTOR"

Tema:

SIGURIA AJRORE, SIMULIMI I SISTEMEVE DINAMIKE, SERVOAKTUATORËT ELEKTROMEKANIKË DHE ELEKTROHIDRAULIKË

MBROHET ME DATE ..... / .... / .... PARA JURISE:

1. ________________________ KRYETAR ________________
2. ________________________ ANËTAR (OPONENT) ________
3. ________________________ ANËTAR (OPONENT) ________
4. ________________________ ANËTAR ________________
5. ________________________ ANËTAR ________________

Me dashuri dhe respekt,
për të gjithë Ju, që bëtë të mundur këtë ditë,
për Babën, Nanën dhe Gruan time,
për Prof. Andonaq London, që me durim më shoqëroi
në këtë rrugëtim, sa të bukur aq dhe të vështirë,
si dhe për Antonin e vogël, që vetëm me buzëqeshjen e tij,
më jepte mbështetjen e nevojshme,
në ditët e gjata të përgatitjes së këtij punimi,
Do të keni gjithnjë, një vend të veçantë në zemrën time!

Paridi

PËRMBAJTJA E LËNDËS

1. Hyrje

Zhvillimet e shpejta në fushën e aviacionit shoqërohen dhe me një sistem testimi mjaft të rreptë, për vetë faktin e kriticitetit që shfaqin mjetet fluturuese. Në këtë kuadër një vëmendje të veçantë kanë komandat e avionëve, si ato parësore ashtu dhe ato dytësore. Nisur nga kjo gjë, simulimi i këtyre komandave duhet të jetë shumë i besueshëm dhe ti afrohet sa më shumë konditave dhe funksionimit real të tyre.

Në vazhdim do të parashtrohen metodologji modelimi në Matlab-Simulink, për komandat parësore dhe dytësore të avionit dhe më saktë, të servomekanizmave elektrohidraulikë dhe elektromekanikë përgjegjëse për këto komanda, duke pasur në fokus sistemin fizik dhe analizën funksionale të tyre, për të arritur në optimizimin e testimit të këtyre servomekanizmave dhe krahasimin me sistemet reale, sidomos të fërkimeve Coulombiane që kërkojnë një model paraqitjeje dhe analizë të dhënash më të detajuar dhe specifik.

Si fillim paraqiten disa shembuj bazikë modelesh në Matlab-Simulink si dhe teoria matematike përkatëse e kontrollit me anë të Transformatave të Laplasit. Këto shembuj, megjithëse i nënshtrohen thjeshtësimeve dhe përgjithësimeve, paraqesin një qasje efikase dhe të gjithanshme në studimin e sistemeve dinamike, që sot gjejnë një përdorim të madh në aplikimet inxhinierike më komplekse. Sidomos, përdorimi i ambientit Matlab–Simulink, i shton teknikave tashmë të njohura të studimit që bazohen mbi logjikën e diagramave me blloqe (*ekuacionet e ekuilibrit, transformatat e Laplasit, skemat me blloqe, etj...*) një instrument të vlefshëm dhe mjaft të menaxhueshëm, të aftë për të "përkthyer" menjëherë modelet e prezantuara në programe funskionale dhe të japë në këtë mënyrë, simulime të besueshme në një kohë shumë të shkurtër.

Në avionët komercialë dhe ato ushtarakë, që janë aktualisht në përdorim, komandat e fluturimit janë përgjithësisht të fuqizuara në mënyrë hidraulike ose elektrike. Komandat parësore, të cilat përfshijnë të gjithë ato aparate të dedikuar për kontrollin e gradëve të lirisë së avionit gjatë fluturimit (*ulje-ngritjen, rrotullimin dhe lëvizjen anësore*), janë përgjithësisht të fuqizuara në mënyrë hidraulike, me anë të motorëve linearë "cilindër/piston" ose në raste më të rralla me anë të motorëve rrotativë. Kurse komandat dytësore, që janë ato sisteme të dedikuara për marrjen e konfigurimit të avionit në përputhje me konditat e fluturimit (*tejmbajtësit e bordit të futjes së krahëve "Slat" dhe ato të bordit dalës "Flap", flatrat "Trim", etj.*), mund të realizohen sipas rastit, nëpërmjet motorëve rrotativë të tipit hidraulik ose elektrik.

Pikërisht, këto tipe komandash të thëna më sipër do të jenë thelbi i ndërtimit të diagramave me blloqe përfaqësuese dhe i analizave përfundimtare të këtij punimi dokorature.

2. Konceptet matematike të problemit

Shumë shpesh studimi i fenomeneve komplekse (*ose të paktën që janë të vështirë të riprodhohen në kushte laboratorike*) kryhet, sipas një përqasjeje tipike inxhinierike, duke realizuar modele të afta për të simuluar realitetin. Kryesisht është e mundur, që të ndahet familja e madhe e modeleve, në dy nënsisteme të bazuara në natyrën e tyre; *mund të quajmë* ***model fizik*** *çdo realizim, përgjithësisht në shkallë, të sistemit të ndërtuar për të evidentuar dhe analizuar në mënyrë eksperimentale karakteristikat e vetë sistemit, ndërsa do të përcaktojmë si* ***skemë fizike – funksionale*** *bashkësinë e elementëve, bashkarisht me karakteristikat e përcaktuara fizike të tyre (dhe përfaqësitë matematike) dhe të lidhjeve përkatëse ndërmjet elementëve, gjithashtu do të përcaktohet si* ***model matematik*** *(e një skeme të përcaktuar fizike) bashkësia e ekuacioneve, që duke u varur nga veçoritë fizike të vetë sistemit, përfaqëson sjelljen e sistemit, duke kënaqur konditat e dhëna kufitare (Initial Conditions and Boundary Conditions), përfaqësuese të ambientit ku sistemi operon.* Aktualisht, pranë simulimeve të realizuara, duke përdorur modele fizike në shkallë, i bashkangjiten gjithnjë e më shpesh prova të reja, që kryhen në ***kondita të ngjashme,*** por me modele matematikë. Kujtojmë se ***dy sisteme janë në kondita ngjashmërie,*** kur edhe pse janë të strukturuar në mënyra të ndryshme, ose përfshijnë fenomene fizike të ndryshme, karakterizohen nga i njëjti model matematik; pra këto dy modele mund të ***përshkruhen nga i njëjti sistem ekuacionesh diferenciale dhe konditash kufitare*** (*pra kemi të njëjtat ekuacione, të vendosura në të njëjtën sekuencë dhe me të njëjtat konstante numerike*).

Për të qartësuar më mirë atë që u tha më sipër dhe fiksuar konceptet e shtruara, jepet dhe shembulli i analogjisë ekzistuese, mes një qarku RLC dhe sistemit masë – sustë – zbutës linear, që do të përshkruhen në kapitujt e ardhshëm. Sistemi i parë i konsideruar është një qark elektrik rezistencë – induktivitet – kapacitet i përshkuar nga rryma elektrike, ndërsa i dyti është një model mekanik i pajisur me masa të përqendruara dhe gradë lirie diskrete; natyrisht këto dy sisteme nga pikëpamja fizike janë të ndryshëm, por në momentin që do të nxirrnim dy modelet matematikë të tyre, mund të vërejmë që përputhen (kuptueshëm, duke përputhur konstantet numerike reciproke si ngurtësinë elastike – kondensatorin, masën – solenoidin, zbutësin me – rezistencën). Duke dashur kështu që të studiohet një sistem i tipit masë – sustë – zbutës, mund të kryhen këto prova në analogji mbi një qark RLC, të aftë për të simuluar përgjigjen e vërtetë.

Konsideratat e sapo bëra na lejojnë që të shtrijmë dhe më shumë konceptin, duke gjetur ***ekzistencën e relacioneve në analogji mes një sistemi fizik të çfarëdoshëm dhe modelit të tij matematik***; duke dashur të bëjmë prova mbi një model fizik, mund të realizojmë në këtë mënyrë simulimet mbi modelin matematik të tij dhe më pas nga rezultatet numerike të nxjera, të shkëpusim të dhënat përkatëse të vetë sistemit të referencës.

Nëse na jepet një ***sistem fizik*** (*pra një entitet i ndarë nga pjesa tjetër e ambientit përmes një kufiri, fizik ose konceptual, e njohur si* ***ndërfaqe****, nga ku kryhen shkëmbime forcash, energjie, materie ose informacioni*) i përbërë nga më shumë pjesë të lidhura së bashku për të formuar një njësi të përbashkët, ku mund të simulohet sjellja reale, përdoret një ***paraqitje e thjeshtuar*** e njohur si ***model i sistemit***.

Është thelbësore të kujtohet gjithnjë, se çdo model matematik përfaqëson domosdoshmërisht një thjeshtësim dhe një skematizim të fenomeneve reale që duam të studiojmë; kjo gjë na lejon që të kuptojmë qartazi rëndësinë e zgjedhjes së modelit që adoptohet: nëse modeli që marrim është shumë kompleks dhe përmban parametra të vështirë (ose të dyshimtë) për tu vlerësuar, mund të na çojë drejt rezultateve të pasakta ose të papërshtatshme për përfaqësimin e fenomeneve në analizë, ndërsa një strukturë shumë e thjeshtë mund të na çojë drejt rezultateve pak të sakta ose mund të mos jetë i mjaftueshëm për të përfaqësuar tërësisht sjellje të veçanta të sistemit.

Për të ndërtuar një model matematik koherent me sistemin e konsideruar, është shpesh e nevojshme, që të ndahet në pjesë më të thjeshta të njohura si ***nënsisteme,*** (*që nga ana e tyre janë të nënndara në* ***komponentë***). Nënsistemet duke pasur një strukturë më kompakte se modeli i referencës dhe duke përfshirë brenda tyre vetëm disa nga ndryshorët e konsideruar, mund të modelohen më thjeshtë në krahasim me vetë sistemin e referencës. Modeli matematik i tërë sistemit do të nxirret pastaj, duke bashkuar në mënyrë të përshtatshme modelet numerike të nënsistemeve të ndryshme. Do të jetë gjithashtu e nevojshme të përcaktohen dhe ***ndryshorët në hyrje*** (*madhësi që veprojnë mbi sistem dhe që kanë origjinë të jashtme nga vetë sistemi, variacionet e tyre në kohë janë të pamvarura nga ajo që ndodh në brendësi të sistemit*) dhe ***ato në dalje*** (*madhësi që në çdo çast, përcaktojnë statusin fizik të sistemit*) të vetë sistemit në shqyrtim, në mënyrë që të gjenden madhësitë thelbësore që drejtojnë fenomenin. ***Në qoftë se ndryshorët në hyrje dhe ato në dalje nga sistemi të jenë të përcaktuara në kohë***, modelet e konsideruara normalisht do të përcaktohen si ***sisteme dinamike***.

Në përgjithësi, modeli matematik i çfarëdolloj sistemi është i karakterizuar nga një bashkësi parametrash S_i që përcaktojnë sjelljen e tij dhe japin disa vlera specifike të ndryshorëve në dalje Y_i në relacion me masën e ndryshorëve në hyrje X_i; studimi i sistemeve dinamike, i kryer përmes ndërtimit të modeleve matematike dhe analizimin e funksionimit të tyre, në mënyrë të pashmangshme na shpie në ballafaqimin me probleme të ndryshme, të lidhura me kondita që sistemi operon. Kryesisht mund të përcaktojmë katër nivele të ndryshme problemesh që janë objekt studimi:

Analiza: *duke u nisur nga njohja e parametrave S_i dhe e funksioneve X_i (pra, duke njohur se si këto funksione evoluojnë në kohë) gjejmë funskionet në dalje Y_i (t).*

Identifikimi: *duke njohur ecurinë e funskioneve në hyrje (X_i) dhe atyre në dalje (Y_i) të një sistemi real, (në përgjithësi këto funskione nxirren në mënyrë eksperimentale përmes provave të bëra paraprakisht), duam të identifikojmë një model matematik (me parametrat e tij S_i) i aftë të kenaqë relacionet X_i dhe Y_i.*

Sinteza: *duke u nisur nga funskionet në hyrje (X_i), të njohura dhe të përcaktuara, dhe duke ditur se çfarë ekuacionesh në dalje (Y_i) duam të marrim, përcaktojmë modelin* *matematik të sistemit, (ose nëse ky është i njohur, vlerat që duhet të ja japim parametrave S_i), në mënyrë që të kënaqet ecuria e Y_i.*

Optimizimi: *pasi përcaktohet një kriter për të ballafaqur në mënyrë sasiore funskionimin korrekt të sistemit në shqyrtim, problemi i optimizimit konsiston në kryerjen e një zgjedhjeje mes modelesh të ndryshme matematike të sistemit, (ose mes vlerash të ndryshme të marra nga disa parametra të një modeli matematik specifik), duke përcaktuar atë më të përshtatshmin, që garanton funksionimin më të "mirë".*

Tre problemat e fundit shpesh nuk lejojnë zgjidhje ekzakte të tipit analitik, por duhet të zgjidhen përmes tentativazh, duke kryer një seri të përsëritur analizash interaktive mbi modele të ndryshme të sistemit dhe ballafaquar mes tyre rezultatet e nxjerra. Analiza e sistemeve dinamike përmes realizimit të modeleve numerike specifike paraqet një instrument shumë të vlefshëm dhe mjaft të përhapur në teknikat bashkëkohore të studimit.

Ndryshorët në hyrje $X_{i,}$ që përdoren në këto raste, përveç ndonjë specifike të veçantë të lidhur me konditat e funksionimit ose të provës së sistemit, nuk i nënshtrohen ndonjë limiti të veçantë; përgjithësisht studimi i një sistemi dinamik të dhënë kryhet duke analizuar një seri konditash funksionimi, (që janë gati të standardizuara tashmë), të afta për të evidentuar rast pas rasti, aspektet e ndryshme karakteristike, të një përgjigjeje dinamike të modeleve matematike që derivojnë nga sistemi. Përgjithësisht, studimi i një sistemi dinamik kryhet duke analizuar përgjigjet e prodhuara nga modelet numerike në përgjigje të ndryshorëve në hyrje X_i të tipeve të ndryshëm:

1. *Përgjigjja ndaj një **komande impulsive** e një ndryshori të çfarëdoshëm në hyrje*
2. *Përgjigjja ndaj një **komande të shkallëzuar** e një ndryshori të çfarëdoshëm në hyrje*
3. *Përgjigjja ndaj një **komande të pjerrët** e një ndryshori të çfarëdoshëm në hyrje*
4. *Përgjigjja ndaj një **komande sinusoidale** e një ndryshori të çfarëdoshëm në hyrje*
5. *Sjellja **në regjim**: përcaktimi i ecurisë së Y_i pasi është kaluar faza tranzitore fillestare*

Ekuacionet diferenciale (një i vetëm ose një sistem i tërë), si në derivate totale ose të pjesshme, lineare ose jo lineare, me koeficient konstant ose të ndryshëm, mund të zgjidhen duke përdorur metoda të ndryshme. Në rastin e ekuacioneve diferenciale me derivate totale, lineare të një grade *n* ose jo lineare të gradës së 1°, në përgjithësi është më e lehtë të gjendet zgjidhja analitike. Në të gjithë rastet e tjera duhen përdorur metoda ***zgjidhjeje të përafërta***. Në këto raste shumë e përdorur është teknika e ***simulimit numerik***. Një metodë shumë e përhapur për të zgjidhur modelet matematike lineare me koeficient konstant është ajo e përdorimit të Transformatave të Laplasit.

Transformata e Laplasit: jepet funksioni *f(t)* i përcaktuar për $t \geq 0$, nëse ekziston një numër real pozitiv *b* për të cilin limiti i mëposhtëm të ketë një vlerë të fundme:

$$\lim_{t \to \infty} e^{-b \cdot t} f(t)$$

atëherë ekziston për funskionin *f(t)* transformata e Laplasit *F(s)* e përcaktuar nga:

$$F(s) = \mathbf{L}\left[f(t)\right] = \int_0^\infty f(t)\cdot e^{-s\cdot t}dt$$

ku *s* përfaqëson një numër kompleks karakteristik të transformatës.

Transformimi është një operacion që lejon kalimin nga një funksion *f(t),* i shprehur në ndryshorin real (kohën), në një funskion *F(s)* të shprehur në ndryshorin ndihmës komleks *s*. Përdorimi i Transformatave të Laplasit në studimin e modeleve të sistemeve dinamike bëhet për arsye të formës shumë të thjeshtë, që mund të marrë funksioni i transformatës dhe për shkak të veçorive interesante matematike, që kanë transformatat e Laplasit.

Veçoritë e transformatave të Laplasit: transformata e Laplasit është një transformim linear pra, duke shënuar me A_1 dhe A_2 dy konstante reale dhe me $F_1(s)$ dhe $F_2(s)$ transformatat e funksioneve $f_1(t)$ dhe $f_2(t)$ është gjithmonë e vërtetë se:

$$\mathrm{L}\left[A_1\cdot f_1(t)+A_2\cdot f_2(t)\right]=A_1\cdot F_1(s)+A_2\cdot F_2(s)$$

Trasformata e derivatit në respekt me kohën e një funskioni f(t) jepet nga:

$$\mathrm{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right]=s\cdot F(s)-f(0^+)$$

Ku $f(0^+)$ përfaqëson vlerën e funskionit të nisjes *f(t)* të llogaritur në çastin 0^+.

Duke aplikuar në mënyrë të përsëritur këtë veçori të fundit marrim:

$$\mathrm{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right]=s^n\cdot F(s)-\sum_{k=1}^{n}s^{n-k}\cdot f^{k-1}(0^+)$$

Transformata e Laplasit e integralit të f(t) jepet nga:

$$\mathrm{L}\left[\int f(t)\,dt\right]=\frac{F(s)}{s}+\frac{f^{-1}(0)}{s}$$

Ky $f^1(0)$ përfaqëson vlerën e integralit të *f(t)* të llogaritur për $t = 0$.

Për transformatat e Laplasit vlen ***teorema e vlerës finale***:

$$\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}s\cdot F(s)$$

Për transformatat e Laplasit vlen ***teorema e vlerës fillestare:***

$$\lim_{s\to\infty}s\cdot F(s)=\lim_{t\to 0}f(t)=f(0^+)$$

Transformata Laplasi domethënëse: ekzistojnë tekste të specializuara që paraqesin transformatat e Laplasit të shumë tipologjive të ndryshme funksionesh matematike, në përmbyllje të kësaj paraqitje të tyre po jepen më poshtë si shembull transformatat e disa funskioneve më domethënëse:

$$L\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = a \cdot F(s \cdot a)$$

$$L\left[f(t-a)\right] = e^{-a \cdot s} \cdot F(s)$$

$$L\left[f(t+a)\right] = e^{a \cdot s} \cdot F(s)$$

$$L\left[t \cdot f(t)\right] = -\frac{dF(s)}{ds}$$

$$L\left[\frac{f(t)}{t}\right] = \int_0^\infty F(s)\, ds$$

Përmes përcaktimit të transformatës së Laplasit dhe veçorive të saj jemi të aftë të llogarisim transformatat e një pjese të mirë të funksioneve. Në praktikë gjendemi shpesh në nevojën për të kryer kalimin invers të transformatës, pra duhet gjetur shprehja e funksionit në kohë duke ditur atë në ndryshorin kompleks; ky operacion, njihet si antitransformim dhe është shumë kompleks, për këtë arsye këshillohet që të përdoren të njëjtat tabela të transformatave por në sensin e kundërt [1] të tyre. Përdorimi i transformatave të Laplasit është një metodë e shpejtë zgjidhje e ekuacionit diferencial sidomos nëse ajo nuk është homogjene dhe nëse konditat fillestare janë të gjitha nul; në këtë rast në ekuacionin diferencial origjinar mjafton të zëvendësojmë derivatet me fuqi të ndryshorit kompleks *s* me gradë të barabartë me shkallën e derivatit, duke marrë në këtë mënyrë një ekuacion algjebrik.

Pasi shtruam mundësinë e studimit të një sistemi dinamik duke i analizuar modelet matematike, parametrat e brendshëm dhe ndryshorët në hyrje dhe dalje, do të trajtojmë tani një funksion tjetër shumë të rëndësishëm në studimin e sistemeve dinamike:

Funksioni i transferimit: funksioni i transferimit (transfer function) i modelit matematik të një sistemi është raporti mes transformatave të Laplasit të funskioneve që përfaqësojnë ndryshorët e daljes dhe të hyrjes.

$$G(s) = \frac{\overline{y}(s)}{\overline{x}(s)}$$

Mund të vërehet që funksioni i transferimit është funksion i vetëm i parametrave karakteristikë të sistemit. Kjo gjë do të thotë, që në një sistem linear, me parametra të pamvarur nga koha dhe kondita fillestare zero, funksioni i transferimit mbetet i

[1] Duke dashur që të gjejmë zgjidhjen analitike të një ekuacioni diferencial pa u futur në metoda të tjera, është e mundur që të arrihet shpejtë në rezultatin e kërkuar nëpërmjet aplikimit direkt të Transformatave të Laplasit; pasi është llogaritur transformata e ekuacionit diferencial duke e paraqitur në varësi të ndryshorit të daljes $Y_i(s)$, duke i kryer antitransformatën (gjithnjë të nxjerë nga tabelat), gjejmë shprehjen analitike të panjohurës $y_i(t)$.

pandryshuar në kohë, sido që të jenë modalitetet e variacionit në kohë të ndryshorëve në hyrje.

Për realizimin e një modeli matematik është jashtzakonisht i dobishëm ndërtimi i një ***skeme me blloqe,*** të sistemit që i referohet modeli; *kjo skemë është një* ***prezantim grafik i relacioneve shkak – efekt, që ekzistojnë mes madhësive të ndryshme të sistemit*** *dhe lejon pasjen e një vizioni të përgjithshëm të lidhjeve mes pjesëve të ndryshme, që përbëjnë këtë sistem*. Çdo bllok i skemës pëfaqëson një nënsistem (ose një komponent) dhe është i skematizuar me anë të një drejtkëndëshi që përmban një relacion funskional dhe lidh mes tyre ndryshorët në hyrje dhe dalje të vetë bllokut.

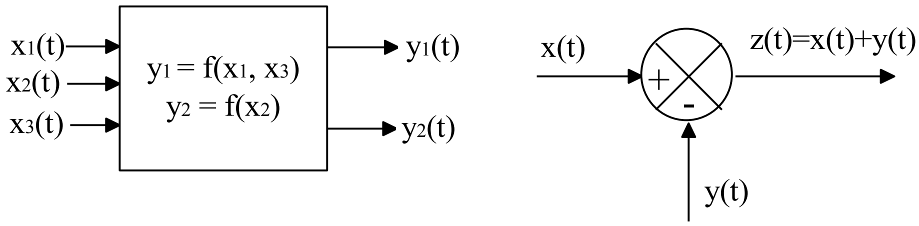


Fig. 2.1**: Shembuj layout-i të skemave me blloqe**

Kryesisht skemat me blloqe mund të ndahen në bazë të strukturës së tyre në:

Diagrama me unazë të hapur (open loop):

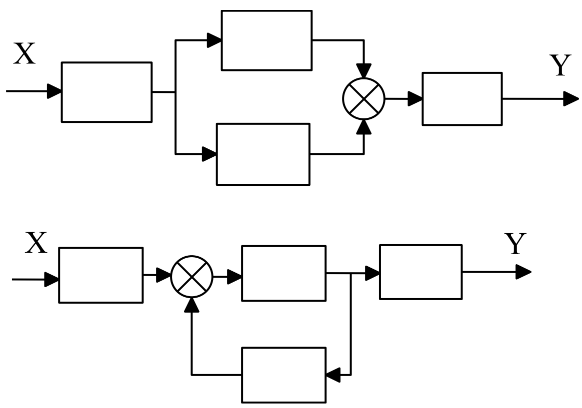
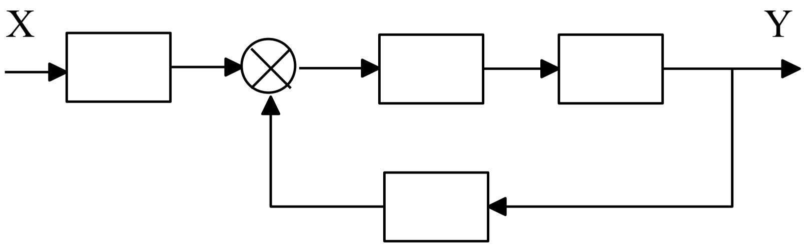


Diagrama me unazë të mbyllur (closed loop):



Skemat me unazë të mbyllur janë tipike të ***sistemeve të rregullimit***: veprimi i rregullimit kryhet në një madhësi në dalje nga sistemi e njohur si ***madhësia (ose ndryshori) i***

kontrollit ndërsa dega që mbyllet pas unazës së rregullimit, njihet si ***dega e pasveprimit (ose e feedbackut)***. Kur ndryshori i kontrollit është i tipit ***kinematik*** (*spostim, shpejtësi ose nxitim i një organi mekanik të dhënë*) sistemi i rregullimit përcaktohet si ***servomekanizëm***[2].

Siç u paraqit edhe më sipër, për studimin funksional dhe analitik të një sistemi rregullimi ose të një servomekanizmi mund të jetë e dobishme të përdoret metoda e paraqitjes simbolike të vetë sistemit (***skema me blloqe***) në mënyrë që të përcaktohen më lehtësisht relacionet që lidhin elementët e ndryshëm dhe/ose "sinjalet e ndryshme" (***sinjal = evoluim i një madhësie***) gjithashtu për të kryer operacionet matematike që ndodhin në realizimin e kontrollit. Në skemën me blloqe paraqitet ecuria e sinjalit për të shprehur kështu relacionin që ndodh mes madhësisë në hyrje dhe asaj në dalje të sistemit në fjalë.

Përdorimi i një skeme me blloqe është mjaft i kënaqshëm kur zgjidhen probleme analizimi të sistemeve, duke përdorur metodën e transformatave të Laplasit; ***nga një skemë me blloqe, mund të nxjerrim të tjera skema të barazvlefshme, duke kombinuar mes tyre blloqet e ndryshme përbërëse, përmes operacionesh të thjeshta mbledhje ose prodhimi***.

Elementët përbërës të një skeme me blloqe janë:

1. ***Segmenti i orientuar***: tregon drejtimin logjik ose simbolik të sinjalit dhe jo domosdoshmërisht përputhet me drejtimin fizik (për shembull. Lidhje elektrike, fluks fluidi)
2. ***Blloku***: i korrespondon çdo lloj elementi fizik të sistemit që operon një përpunim sinjali. Nuk ka gjithmonë një korrespondecë fizike mes numrit të blloqeve dhe numrit të elementëve fizik që përbëjnë sistemin; nganjëherë një bllok mund të përfaqësojë me shumë elementë fizik dhe në këto raste funksioni i transferimit rezulton me kompleks.
3. ***Nyja***: kryen operacionet e mbledhjes algjebrike të dy ose më shumë sinjaleve homogjene.
4. ***Degëzimet***: degëzim sinjali, pra i njëjti sinjal aplikohet në më shumë linja (nuk ndahet si mund të jetë një prurje fluidi).

Në këtë mënyrë, ***skema me blloqe, paraqet një skemë të ndarë thellësisht nga ajo fizike*** (p.sh. qarku elektrik) dhe përfaqëson një lidhje mes madhësive që mund të jenë jo homogjene dhe jo gjithmonë të karakterizuara nga lidhje efektive. Për këtë arsye është me vend që të bëhet një precizim mbi FdT dhe mbi domethënien e saj fizike; deri tani kemi specifikuar se si secili bllok, karakterizohet nga një funksion transferimi që shpreh

[2] Kujtojmë se me fjalën ***servomekanizëm*** (SM) nënkupojmë çdo element mekanik i parashikuar për të kontrolluar vlerën e një (ose me shumë) madhësive fizike. SM-ja njihet si i ***pozicionit*** nëse operon në mënyrë që të përkojë pozicioni i organit mekanik të kontrolluar me madhësinë e adoptuar për të kontrolluar sistemin (pra, me komandën e pozicionit Com). Ndërsa SM-ja njihet si i ***shpejtësisë***, nëse operon në mënyrë që të përkojë shpejtësinë e organit mekanik të kontrolluar me madhësinë e përdorur për komandimin e vetë servomekanizmin.

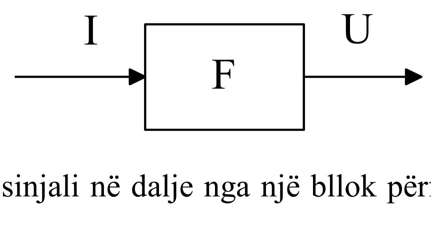
lidhjen e output/input-in (*dhe në rastet e sinjaleve që janë funksion të kohës*). Është e lehtë të kuptohet, sesi në rastin e blloqeve të specifikuar nga një koeficient i thjeshtë proporcionaliteti (*psh. rezistori* $V = R \cdot I$), fuksioni i transferimit do të jetë një konstate e thjeshtë (*ku blloku nuk përmban elementë kohorë*), por nëse blloku jonë, karakterizohet nga **elementë kohorë**, të përfaqësuar pra nga ekuacione diferenciale (ose nëse të transformuara nga ekuacione algjebrike në ndryshorin kompleks ***s***), ***sinjali në dalje do të varet jo vetëm nga vlera e çastit në hyrje të sinjalit por dhe nga evoluimi në kohë i këtij të fundit***. Në këtë rast, relacioni mes sinjalit në hyrje dhe atij në dalje nuk mund të shprehet me anë të një shumëzuesi të thjeshtë konstant. Por duke përdorur Transformatat e Laplasit T.d.L dhe kaluar nga sinjalet kohore në funskionet me ndryshorë kompleks, shihet se si është e mundur të shprehet funksioni i transferimit si shprehje algjebrike e ndryshorit kompleks (*kjo gjë vlen dhe për blloqet, që përbëhen nga elementë jo kohorë*). Në rast se kemi të bëjmë me blloqe, të cilët kanë funksion transferimi në formë algjebrike, ka sens që të flasim për ***algjebër të skemave me blloqe***.

Në disa raste është e volitshme që të ***shpërbëhet sistemi i rregullimit në blloqe elementare,*** për të lehtësuar interpretimin fizik dhe analizimin e sistemit. Është gjithashtu e mundshme që të ***zëvendësohen dy ose më shumë blloqe elementare me një bllok të vetëm,*** i cili ka një funksion transferimi, që i korrespondon kombinimit të funksioneve të transferimit, të secilit bllok përbërës. Me anë të këtyre procedimeve, mund të arrijmë që të paraqesim të gjithë sistemin si një bllok i vetëm, i cili ka një funksion transferimi specifik.

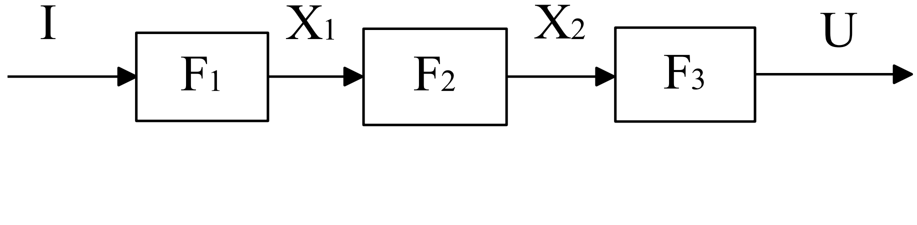
Rregullat që lejojnë këto operacione, marrin emrin e ***algjebrës së skemave me blloqe***. Në vazhdim do të paraqiten rregullat kryesore dhe aplikimet e tyre në këtë fushë.

Bazuar ne figurën më poshtë, nëse ekziston një relacion algjebrik mes I dhe U-së, funksioni i transferimit rezulton:

$$F = \frac{U}{I}$$

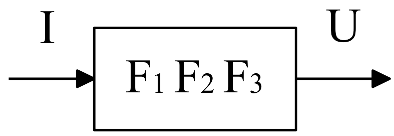


Blloqe të lidhura në seri: sinjali në dalje nga një bllok përfaqëson sinjalin në hyrje të bllokut pasardhës.

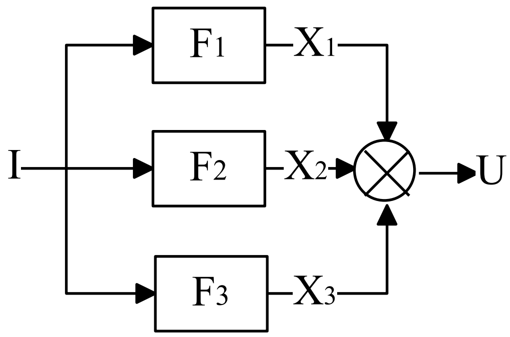


$$X_1 = I \cdot F_1$$
$$X_2 = X_1 \cdot F_2 = I \cdot F_1 = I \cdot (F_1 \cdot F_2)$$
$$U = X_2 \cdot F_3 = I \cdot (F_1 \cdot F_2 \cdot F_3)$$
$$F_{eq} = F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 = \frac{U}{I}$$

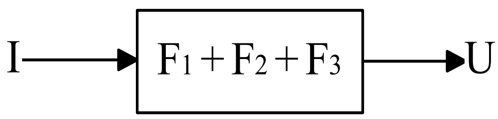
Blloku i barazvlefshëm mund të paraqitet atëherë si:



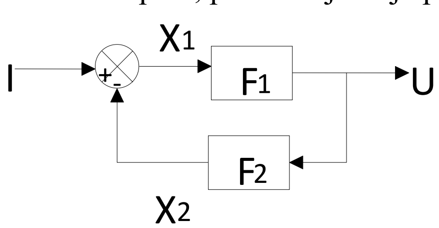
Blloqe të lidhura në paralel: dy ose më shumë blloqe janë në paralel, nëse ndaj tyre aplikohet i njëjti sinjal në hyrje, ndërsa dalja është shuma e daljeve (sinjaleve) nga secili bllok (që natyrisht duhet të jenë homogjenë mes tyre).



$$U = X_1 + X_2 + X_3$$
$$U = I \cdot F_1 + I \cdot F_2 + I \cdot F_3 = I \cdot (F_1 + F_2 + F_3)$$
$$F_{eq} = \frac{U}{I} = F_1 + F_2 + F_3$$



Blloqe të lidhura në reaksion: dy blloqe quhen të lidhur në reaksion, kur dalja e të parit bllok vendoset në hyrje të bllokut të dytë, ndërsa dalja e bllokut të dytë mblidhet ose hiqet nga sinjali në hyrje të bllokut të parë, përmes një linje pasvepimi (feed-back).

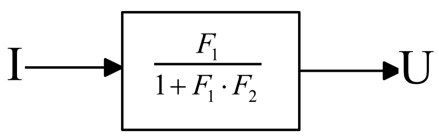


Meqenëse, unaza e pasveprimit nganjëherë mund të jetë shkak problemesh me karakter numerik, (*ku në fakt nëse konstantja karakteristike më e shkurtër në kohë e unazës, ose perioda e vet më e shkurtër rezultojnë pamjaftueshëm të mëdha, në respekt me intervalin e përdorur të integrimit, do të manifestohen probleme precizioni në llogaritë e dala, ose dhe instabilitet numerik, që mund të kompromentojë simulimet*), normalisht “zgjidhen” paraprakisht të gjithë unazat, që mund të jenë elementë të problemeve të thëna më sipër.

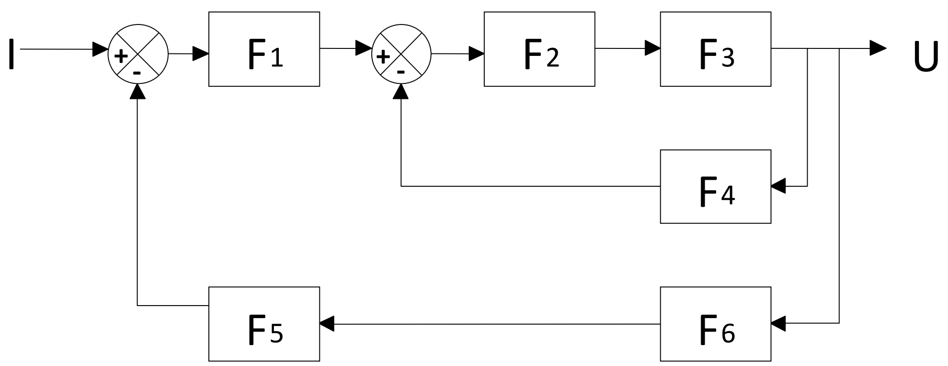
Zgjidhja e unazës bazohet në konsideratat në vazhdim:

$$
\begin{aligned}
&X_1 = I - X_2 \\
&U = X_1 \cdot F_1 \\
&X_2 = U \cdot F_2 \\
&U = \left(I - X_2\right) \cdot F_1 = \left(I - U \cdot F_2\right) \cdot F_1 \\
&U = I \cdot F_1 - U \cdot F_1 \cdot F_2 \\
&I \cdot F_1 = U \cdot \left(1 + F_1 \cdot F_2\right) \\
&F_{eq} = \frac{U}{I} = \frac{F_1}{1 + F_1 \cdot F_2}
\end{aligned}
$$

Që janë ekuivalente me skemën:



Si shembull, funskioni transferimi të barazvlefshëm me skemën e mëposhtme:



është:

$$
F_{eq} = \frac{F_1 \cdot F_2 \cdot F_3}{1 + F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 + F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_5 \cdot F_6}
$$

3. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "Termometri"

Si një afrim i parë në ***studimin e sistemeve dinamike*** dhe ***modelizimin e tyre*** përmes Matlab-Simulinkut, do të studiojmë në këtë kapitull një sistem të gradës 1° dhe një aplikim termologjik (shembull termometri); në veçanti do të analizojmë evoluimin kohor të temperaturës së brendshme T_i të një trupi me masë m dhe nxehtësi specifike c, që shkëmben nxehtësi me një burim të jashtëm në temperaturë kostante T_e, nëpërmjet një sipërfaqe S, e cila ka një koeficient shkëmbimi termik sipërfaqësorë h.
Paraprakisht përcaktojmë madhësitë, që karakterizojnë sistemin në shqyrtim:

Q = Fluksi termik [W] ose [J/s] ose [cal/h] (*pozitiv në shenjë nëse hyn në termometër*)

T_e = Temperatura e jashtme [K]

T_i = Temperatura e brendshme [K] (*e menduar uniforme në brendësi të termometrit*)

m = Masa e trupit [kg]

c = Nxehtësia specifike e trupit [J/kg/K]

h = Koeficienti i shkëmbimit termik sipërfaqësorë [W/K/m^2]

S = Sipërfaqja e shkëmbimit termik [m^2]

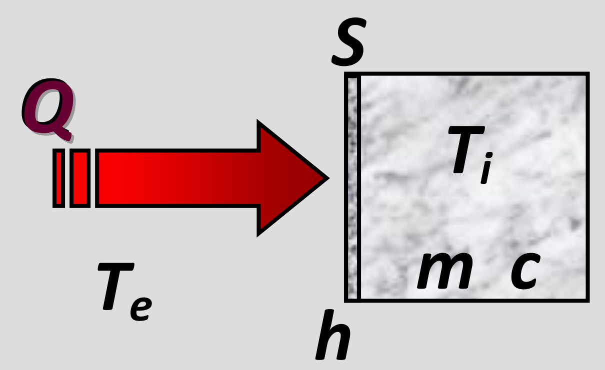


Fig 3.1: **Paraqitja skematike e sistemit fizik në shqyrtim**

Fluksi termik Q, i shkëmbyer përmes sipërfaqes së jashtme S, për efekt të diferencës së temperaturës së jashtme T_e dhe asaj të brendshme T_i përcaktohet si:

$$Q = h \cdot S \cdot (T_e - T_i) \quad \textbf{(3.1)}$$

Nga ana tjetër fluksi termik Q, që trupi shkëmben me ambientin e jashtëm (*natyrisht shenja e tij do të ndryshojë në funskion të temperaturave T_e dhe T_i*) dhe që futet në trup, ndryshon temperaturën e brendshme T_i në kohë sipas:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q}{m \cdot c} = \frac{h \cdot S}{m \cdot c} \cdot (T_e - T_i) \quad \textbf{(3.2)}$$

Koeficienti i derivatit të parë të $\boldsymbol{T_i}$ nga ana dimensionale, i korrespondon një kohe siç tregohet nga analiza:

$$\left[\frac{m \cdot c}{S \cdot h}\right] = \left[\frac{kg \cdot J/(kg \cdot K)}{m^2 \cdot W/(m^2 \cdot K)}\right] = \frac{[J]}{[W]} = \frac{[J]}{[J/s]} = [s]$$

Ky koeficient përfaqëson raportin mes ***kapacitetit termik të trupit (m·c)*** dhe ***përshkueshmërisë së tij termike (S·h)***, pra duke kujtuar që inversi i një përshkueshmërie është një rezistencë, mund të mendohet si prodhimi i kapacitetit termik të trupit për rezistencën e tij:

$$m \cdot c = C ; \frac{1}{h \cdot S} = R \tag{3.3}$$

Në analogji me qarqet elektrike, prodhimi R · C përcakton konstanten e kohës termike të sistemit[3], dhe si në qarqet elektrike shënohet me τ:

$$\frac{m \cdot c}{h \cdot S} = \tau \tag{3.4}$$

Në bazë të (3.4), mund të riformulojmë (3.2) si më poshtë:

$$T_e = T_i + \tau \cdot \frac{dT_i}{dt} \tag{3.5}$$

Duke aplikuar Transformatat e Laplasit në (3.5) në hipotezën e një $\boldsymbol{T_e}$ konstante dhe të një $\boldsymbol{T_i}$ fillimisht nul do të kemi:

$$\overline{T}_e = \overline{T}_i + \tau \cdot s \cdot \overline{T}_i = \overline{T}_i \cdot (1 + \tau \cdot s) \tag{3.6}$$

Nga ekuacioni që sapo nxorëm është e mundur që të formulohen menjëherë algoritma të implementueshëm në ambientin Simulink. Gjithashtu është me vend që të evidentohet fakti dhe pse bazohemi mbi të njëjtin model matematik (të nxjerë nga modeli fizik i ***Fig. 3.1*** sipas modaliteteve të shtjelluara me sipër), është gjithnjë e mundur që të marrim formulime të ndryshme (të barazvlefshme), të algoritmit në Simulink, (pra modele që dhe pse karakterizohen nga "arkitektura" të ndryshme llogaritëse, prodhojnë rezultate numerike gati identike[4]).

[3] Konstantja e kohës karakteristike e sistemit duke qenë funksion vetëm i parametrave fizik të sistemit, rezulton e pamvarur nga konditat kufitare ose nga madhësia e forcave në lojë; kjo gjë na lejon që të konfirmojmë që, pasi është përcaktuar arkitektura e sistemit, τ është gjithashtu i përcaktuar. Meqenëse konstantja e kohës është përfaqësuese e shpejtësisë me të cilën sistemi i përgjigjet një ngacmimi të jashtëm (pra, ecurisë së përgjigjes së tij dinamike), mund të themi se pasi është përcaktuar një sistem (pra një τ e dhënë), ecuria e përgjigjes së tij do jetë e njëjtë, pamvarësisht nga konditat fillestare, ato kufitare dhe forcat që veprojnë (kjo gjë derivon nga fakti që modeli jonë është tërësisht linear kështuqë gjeneron përgjigje proporcionale me komandën e dhënë).

[4] Diferencat e mundshme të hasura mes përgjigjeve të prodhuara nga algoritmat e ndryshëm (të marë nga i njëjti model matematik) shkaktohen nga dy probleme kryesore:

- Rrumbullaksim i shifrave domethënëse në nderprerje të rrezultatit

Në veçanti për rastin në fjalë, është e mundur të formulohen dy modele të ndryshme numerike në Simulink:

- Një model i përbërë nga "blloqe elementare", i nxjerë nga ekuacioni diferencial (3.5)
- Një model "kompakt" i nxjerë nga ekuacioni algjebrik në ndryshorin imagjinar *s* (3.6), duke aplikuar Transformatat e Laplasit.

Për të nxjerë modelin e parë, duke rishkruar formulën (3.5) dhe nxjerë derivatin e nivelit më të lartë marrim:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{T_e - T_i}{\tau} \tag{3.7}$$

Në këtë pikë, duke kujtuar që sintaksa e përdorur në Matlab – Simulink, për të formuluar algoritmin përkatës të llogaritjeve për një model të dhënë matematik bazohet në një ndërfaqje grafike gati identike, (sidomos përsa i përket blloqeve "elementare" të librarisë së programit si: përfitimet, pikat e mbledhjes, integrimet, derivimet etj.), me atë të përdorur në logjikën e skemave me blloqe, është e arsyeshme të mendohet që të gjendet algoritmi në Simulink direkt nga (3.7), duke e "përkthyer" grafikisht në një diagramë me blloqe të njëjtë me atë te ***Fig. 3.2***; ku diagrama me blloqe e nxjerë në këtë mënyrë për (3.7) mund të vendoset direkt në Simulink duke përdorur blloqet elementare të disponueshme në librarinë e programit.

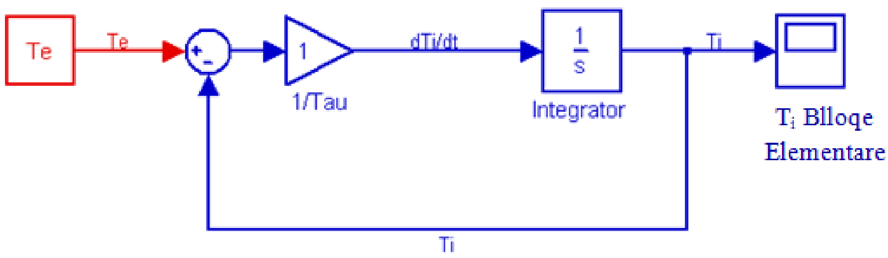


Fig.3.2: **Diagrama me blloqe Simulink e realizuar duke përdorur blloqet elementare të librarisë së programit**

Duke aplikuar rregullat e algjebrës së skemave me blloqe, një formulim i mundur i modelit numerik nxirret direkt nga ekuacioni diferencial i ekuilibrit termik (3.5), nëse modeli matematik (i lidhur me problemin në fjalë) pranon aplikimin e Transformatave të Laplasit[5] është e mundur të nxiret një formulim alternativ të algoritmit llogaritës, krejtësisht ekuivalent në rezultate por shumë më kompakt se i mëparshmi, i bazuar në Funksionin Transferues përkatës (F.d.T.), meqë ekuacioni diferencial (3.5) është linear, pra lejon aplikimin e Transformatave të Laplasit, mund të nxjerim ekuacionin

- Metoda të ndryshme llogaritëse dhe integrimi numerik

[5] Transformatat e Laplasit mund te aplikohen vetem kur ekuacioni i transferimit është lineare; pra nese nje nga ndryshoret (ose nje derivat i tij) e modelit matematik ka grade me te larte se nje ose te ishin prezent jo lineraritete (fund-korsa, ngopje, xhoko mekanike, histeresi, ose ferkime coulombiane, etj.) nuk është e mundur aplikmi i tyre.

korrespondues algjebrik (3.6) në ndryshorin imagjinar *s* dhe nga kjo e fundit të marrim Funksionin e Transferimit përkatës të modelit matematik të konsideruar:

$$\frac{\overline{T}_i}{\overline{T}_e} = \frac{1}{1+\tau \cdot s} \tag{3.8}$$

Nga ekuacioni (3.8) mund të nxjerim menjëherë modelin numerik korrespondues të realizuar në ambientin Simulink duke gjetur një diagramë me blloqe të ngjashme me atë të ***Fig. 3.3***, që përmban direkt Funksionin e transferimit (në librarinë e ***Simulink Library – Continuous*** ekziston një bllok specifik, i quajtur ***Transfer Function*** që lejon me vendosjen e koeficienteve numerik si në emërues ashtu dhe në numërues të përcaktojë F.d.T. e dëshëruar).

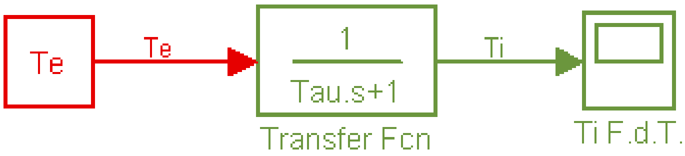


Fig.3.3: **Diagrama me blloqe Simulink e realizuar drejtpërsëdrejti duke përdorur F.d.T.**

Duke dashur të analizojmë evoluimin termik $T_i = T_i(t)$ të sistemit, në kondita temperature fillestare T_{i0} jo nule, vërehet sesi modelet numerike të paraqitura deri tani, duke mos ja dalë që të simulojnë në mënyrë të drejtë konditat fillestare të vendosura, bien haptazi në gabim.

Ky fakt nuk duhet të na habisë, sepse duhet të kemi gjithnjë parasysh, se çdo model nga vetë natyra e tij, lind për të përshkruar një fenomen fizik në një konditë fillestare funskionimi, pra mund të rezultojë i papërshtatshëm në kondita të tjera; kështu që kur i afrohemi këtyre problematikave nuk mjafton që të studiojmë me vëmendje fizikën e problemit dhe ekuacionet që e qeverisin, por i duhet dhënë një vëmendje e veçantë konditave që e karakterizojnë, për të evituar rënien në gabime makroskopike. Në këtë rast, problemi mund të zgjidhet lehtë duke kujtuar që blloku integrator që ndodhet në librarinë e Simulinkut, është i pajisur me një opsion të specifikuar për të përcaktuar konditat fillestare; mjafton pra, që të hapet ikona e bllokut me një klikim të dyfishtë dhe të modifikohet zëri ***Initial condition surce*** (*ky zë është i vendosur në default në **iternal**, ndërsa në rastin tonë mund ta modifikojmë direkt **Initial condition,** duke i dhënë si vlerë temperaturën e brendshme fillestare, ose duke rregulluar **Initial condition surce** në **external** dhe ta lidhim hyrjen e re të bllokut drejtpërsëdrejti me* T_{i0}).

Në ***Fig. 3.4***, paraqitet si shembull një skemë analoge me atë të ***Fig. 3.2*** të cilës i janë vendosur disa modifikime për ta bërë të "ndjeshme" ndaj temperaturës fillestare T_{i0}.

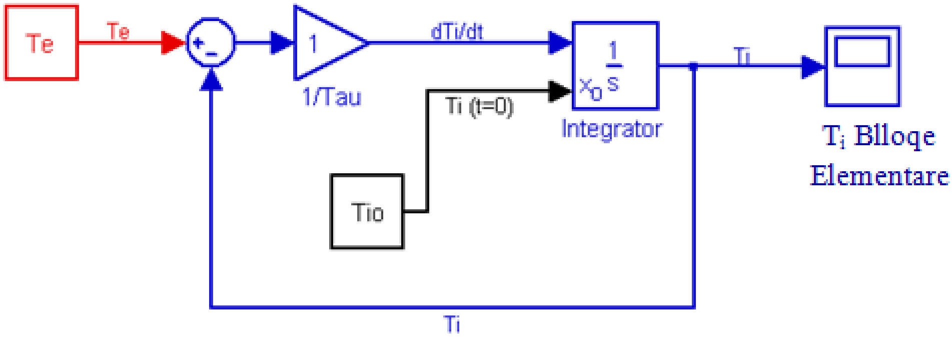


Fig.3.4: **Diagrama me blloqe elementare e ndjeshme ndaj temperaturës fillestare të trupit** T_{i0}

Më poshtë po paraqiten disa konsiderata që janë me rëndësi në kuptimin më të plotë të argumentit:

Zgjidhja analitike e ekuacionit diferencial (3.5):

duke qenë një ekuacion diferencial me derivate totale lineare të gradës së 1° zgjidhja është e lehtë duke na dhënë rezultatin si vijon:

$$T_e = T_i + \tau \cdot \frac{dT_i}{dt}$$

$$I.G. = I.G.O.A. + I.P \rightarrow \quad I.G.O.A. \;\Rightarrow\; T_i + \tau \cdot \frac{dT_i}{dt} = 0$$

Përsa i përket integralit të përgjithshëm homogjen të asociuar (*I.G.O.A.*) kërkohen zgjidhje të tipit:

$$T_i(t) = k \cdot e^{\lambda t}$$

Atëherë:

$$I.G.O.A. \;\Rightarrow\; k \cdot e^{\lambda t}(1 + \tau\lambda) = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = -1/\tau \;\Rightarrow\; T_i(t) = k \cdot e^{-t/\tau}$$

Ndërsa, përsa i përket integralit të veçantë (*I.P*), duke ju referuar konditave në regjim (*pra në mbarim të fazës tranzitore, për kohë që shkojnë drejt infinitit*), mund të mendohet që termometri, duke shkuar në mënyrë asintotike në ekuilibrin termik me ambientin rrethues, paraqet temperaturën e tij të brendshme T_i duke ju afruar gjithnjë e më shumë temperaturës së jashtme T_e. Atëherë Integrali i përgjithshëm ***I.G.*** vlen:

$$I.G. \;\Rightarrow\; T_i(t) = k \cdot e^{-t/\tau} + T_e$$

Imponojmë konditën fillestare mbi T_i (pra T_i ($t_0 = 0$) është zero) do të kemi:

$$T_i(t) = T_e\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad \textbf{(3.9)}$$

Lakorja eksponenciale, e nxjerë duke vendosur në grafik (3.9) përputhet me atë të marrë në Matlab-Simulink me anë të skemës me blloqe që nxiret nga analiza e kryer me T.d.L. duke konfirmuar kështu konvergjencën mes të dy metodave, nga ku përsëri del vlefshmëria e trajtimit të bërë dhe lejon aty ku nuk ka nevojë për ndërhyrje analitike, që përdor zgjidhje të mbyllur, të kërkohen zgjidhje të përafërta të gjendura për shembull me metoda numerike të ngjashme me ato të Simulink-ut[6].

Konstantja e kohës termike të sistemit τ: intervali i kohës karakteristike të sistemit të gradës së parë në shqyrtim (në këtë rast një termometër), që varet nga vetëm karakteristikat e tija fizike (***c, m, S, h***), është përfaqësues i shpejtësisë me të cilën temperatura e brendshme T_i evoluon drejt temperaturës së jashtme T_e. Pasi është përcaktuar ***gabimi i temperaturës së matur Err*** si diferenca (e çastit) $T_e - T_i$, mund dhe të vërehet se, në një interval kohor Δt të barabartë me τ, sistemi evoluon (me tendencë eksponenciale T_e) duke reduktuar me ***63%*** këtë gabim (pra $Err(t+\tau) = 0.37 \cdot Err(t)$), duke ditur që: $Err = T_e - T_i$, gjejmë se $T_i(t+\tau) = T_i(t) + 0.63 \cdot Err(t)$.

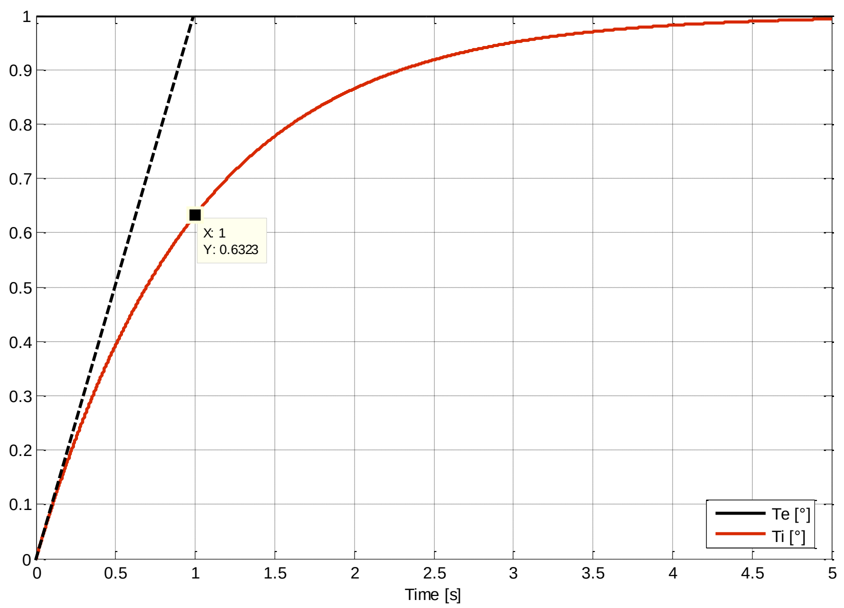


Fig.3.5: **Ecuria e temperaturës së brendshme T_i**

Ky evoluim, i verifikuar mirë në Simulink, gjen dhe një justifikim analitik të thjeshtë; duke shprehur ndryshimin e temperaturës së brendshme T_i në një interval Δt të barabartë me τ si:

$$\Delta T_i(t)\Big|_0^{\tau} = T_e\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\Big|_0^{\tau} = T_e\left(1 - \frac{1}{e}\right) \cong 0.63 \cdot T_e \qquad \textbf{(3.10)}$$

Verifikohet analitikisht ajo që u shtrua më parë; ky konstatim ka një vlefshmëri më të përgjithshme për të gjithë sistemet e gradës së parë, (pra për të gjithë fenomenet e

[6] Natyrisht, kërkimi i zgjidhjeve të përafërta duhet të kryhet gjithmonë, duke u bazuar në analizën korrekte inxhinjeristike të problemit, në mënyrë që të shihen mirë zgjedhjet e bëra dhe verifikuar vlefshmërinë e hipotezave të formuluara dhe thjeshtimet e futura në modelin tonë (që gjithsesi, duke përbërë vetë ai një thjeshtim të vetë problemit fizik, do jetë me pa dyshim i ndikuar nga përafrime të mundshme dhe që në fund do i nënshtrohet limitimeve të rastit).

mbajtura nga një model matematik analog me atë të formulës (3.5) dhe të tjerave më pas). Formula (3.10), duke na dhënë një mjet efikas për të përshkruar evoluimin në kohë të T_i, lejon që të përgjithësohen vlerësimet e sapo bëra, duke i shtrirë për të gjithë kohën e simulimit; për çdo interval kohe ***Δt*** *të barabartë me* ***τ gabimi i temperaturës relative*** (***ERR*** $= T_e - T_i/T_e$) reduktohet me ***63%*** (pra gabimi i temperaturës së matur në fund të intervalit kohor $t = t_0 + \Delta t$ është i barabartë me ***37%*** të atij të matur në çastin $t = t_0$).
Duke dashur që të llogaritet koha e nevojshme, që ***gabimi i temperaturës relative ERR*** të jetë më i vogël se ***1%*** ,(që do të thotë mbetja relative për çdo moment ***ERR*** $= T_e - T_i/T_e \leq 0.01$), procedojmë si vijon:

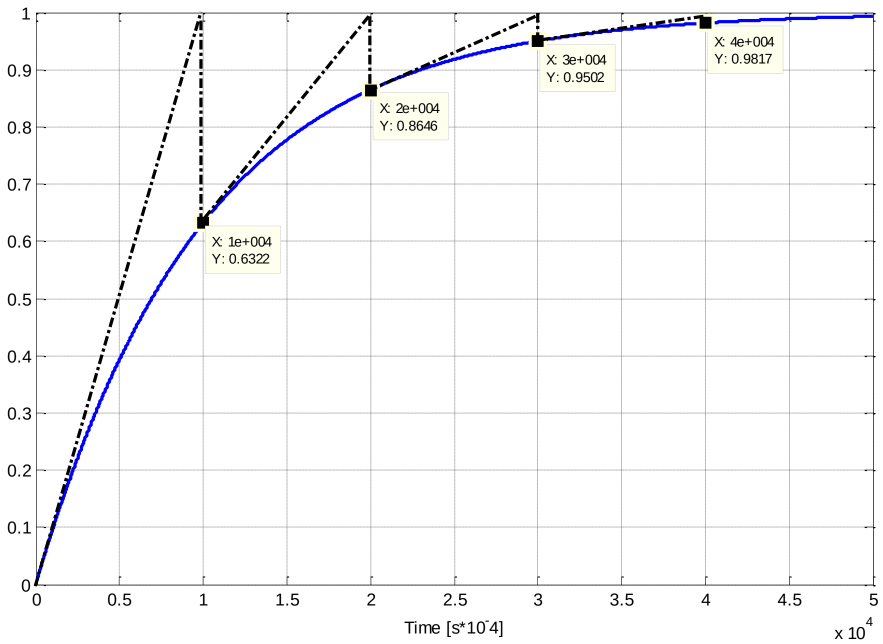


Fig.3.6: **Ecuria e gabimit të temperaturës relative** ***ERR*** $= T_e - T_i/T_e$

Duke kujtuar që ky gabim reduktohet me ***63%*** çdo herë që kalon një kohë $\Delta t = \tau$ dhe duke u bazuar në grafikun e **Fig. 3.6** është e llogjikshme që të bëhen arsyetimet si më poshtë:

- Në çastin $t = 0$ gabimi $Err_{(t=0)} = T_e$ (sepse $T_{i\,(t=0)} = 0$)
- Në çastin $t = \tau$ gabimi $Err_{(t=\tau)} = 0.37\ T_e$ (sepse $T_{i\,(t=\tau)} = 0.63\ Err_{(t=0)} = 0.63\ T_e$)
- Në çastin $t = 2\tau$ gabimi $Err_{(t=2\tau)} = 0.137\ T_e$ ($T_{i\,(t=2\tau)} = T_{i\,(t=\tau)} + 0.63\ Err_{(t=\tau)} = 0.863\ T_e$)
- Në çastin $t = 3\tau$ gabimi $Err_{(t=3\tau)} = 0.051\ T_e$ ($T_{i\,(t=3\tau)} = T_{i\,(t=2\tau)} + 0.63\ Err_{(t=2\tau)} = 0.949\ T_e$)

Në këtë mënyrë është e mundur që të konfirmohet se madhësia e gabimit të temperaturës relative ***ERR*** $= (T_e - T_i/T_e)$ e shprehur ne funksion të konstantes së kohës τ, është e matshme nga formula më poshtë:

$$Err(t = n \cdot \tau) = 0.37^n \cdot T_e$$

Atëherë, Përgjigjja e pyetjes së bërë më sipër është:

$$\frac{\Delta t}{\tau} = \log_{0.37} 0.01 = \frac{\log_{10} 0.01}{\log_{10} 0.37} = 4.6318 \cong 5$$

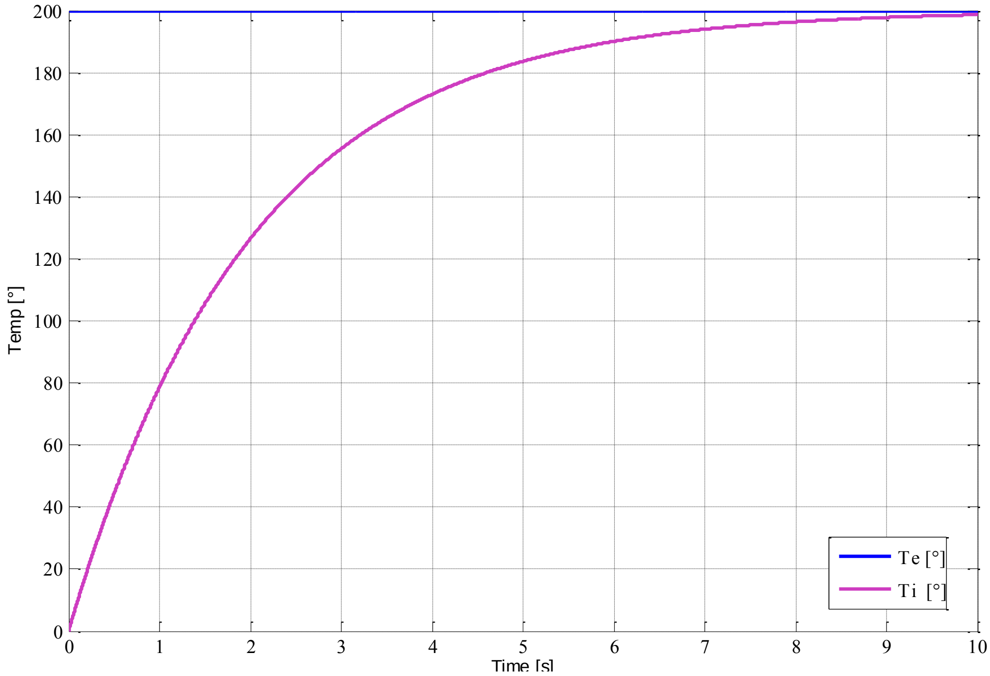


Fig.3.7: **Ecuria e temperaturës së brendshme T_i për T_e të shkallëzuar në *200 [°]* dhe τ *= 2 [s]***

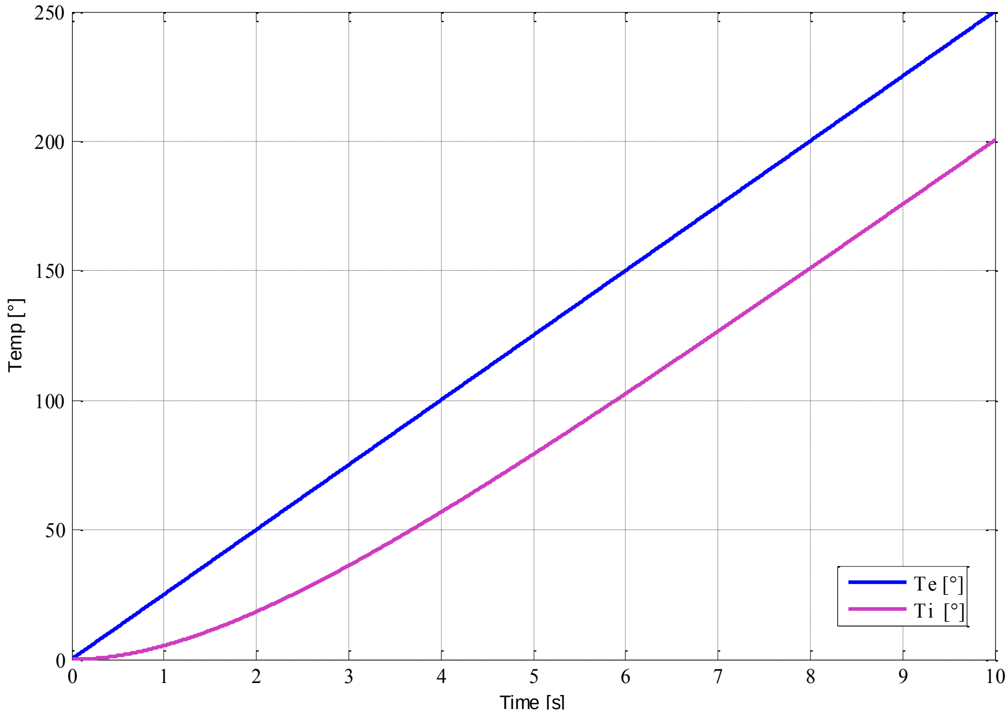


Fig.3.8: **Ecuria e temperaturës së brendshme T_i për T_e të pjerrët me *25 [°/s]* dhe τ *= 2 [s]***

Fig. 3.7, paraqet ecurinë e temperaturës së brendshme T_i në rastin e një **force të shkallëzuar** (për shembull me temperaturë të jashtme T_e që për $t = 0$, ndryshon në çast nga 0° në 200°) dhe na jep një verifikim të mëtejshëm për atë që u trajtua më sipër për përgjigjen dinamike të sistemit të gradës së parë dhe të konstantes së kohës karakteristike të tij. Analiza e **Fig. 3.8** nga ana tjetër na lejon që të evidentojmë përgjigjen e sistemit ndaj një force të pjerrët, (pra me një temperaturë të jashtme T_e që rritet në mënyrë lineare me kohën), duke paraqitur tranzitorin fillestar dhe konditat në regjim (kur në mbarim të tranzitorit, sistemi manifeston një ***shpejtësi ndryshimi të temperaturës*** dT_i/dt të barabartë pikërisht me atë të komanduar dhe një ***gabim temperature çasti*** $Err(t) = T_e - T_i$ konstante[7]).

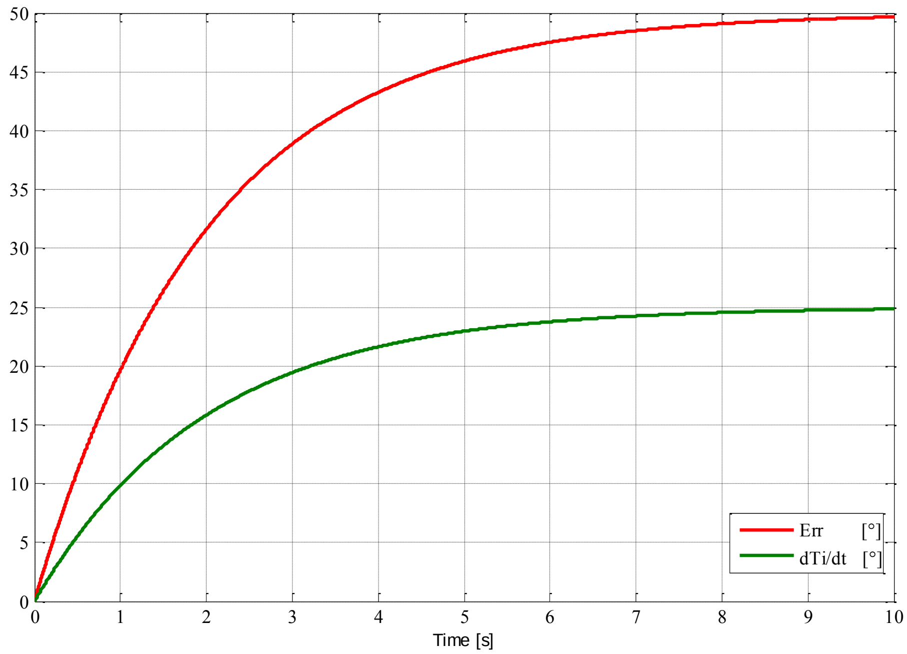


Fig.3.9: **Ecuria e *Err* dhe e dT_i/dt e grafikut të Fig. 3.8**

Në faqet në vazhdim, do të vërejmë përgjigjen e sistemit të ngacmuar nga një temperaturë e jashtme që evoluon me pjerrësi (pra rritet në mënyrë lineare me kohën) sipas një pendence jo konstante në të gjithë intervalin e simulimit (në mes të intervalit dyfishohet kjo pendencë!).

[7] Në rastin e paraqitur në **Fig. 3.7** është e lehtë të konstatohet sesi, në mbarim të fazës tranzitore, gabimi i temperaturës së çastit mer një vlerë konstante. Nëse në modelin Simulink të **Fig. 3.4** do donim të grafikonim dT_i/dt, mund të verifikohej sesi pas mbarimit të fazës tranzitore, ky grafik do merte një vlerë konstante dhe do përputhej me pendencën e pjerrësisë të temperaturës T_e të imponuar nga forca (pra dT_i/dt është e barabartë me dT_e/dt të komanduar). Vërehet gjithashtu, nga skema e **Fig. 3.4** për të prodhuar një evoluim konstant në kohë të temperaturës së brendshme dT_i/dt është e nevojshme që dhe gabimi i temperaturës **Err** të rezultojë konstant; atëherë, pasi është dhënë ndryshimi (në funksion të kohës) i temperaturës së jashtme dT_e/dt e cila është e njohur dhe konstante është e mundur që të matet menjëherë diferenca që do kishim në regjim të sistemit tonë:

$$Err(t) = T_e - T_i = \tau \cdot dT_i / dt = \tau \cdot dT_e / dt$$

Në *Fig. 3.9*, vërehet se, në mbarim të tranzitorit, si ndryshimi në kohë i temperaturës së brendshme dT_i/dt ashtu dhe gabimi i çastit ***Err*** marin vlera konstante.

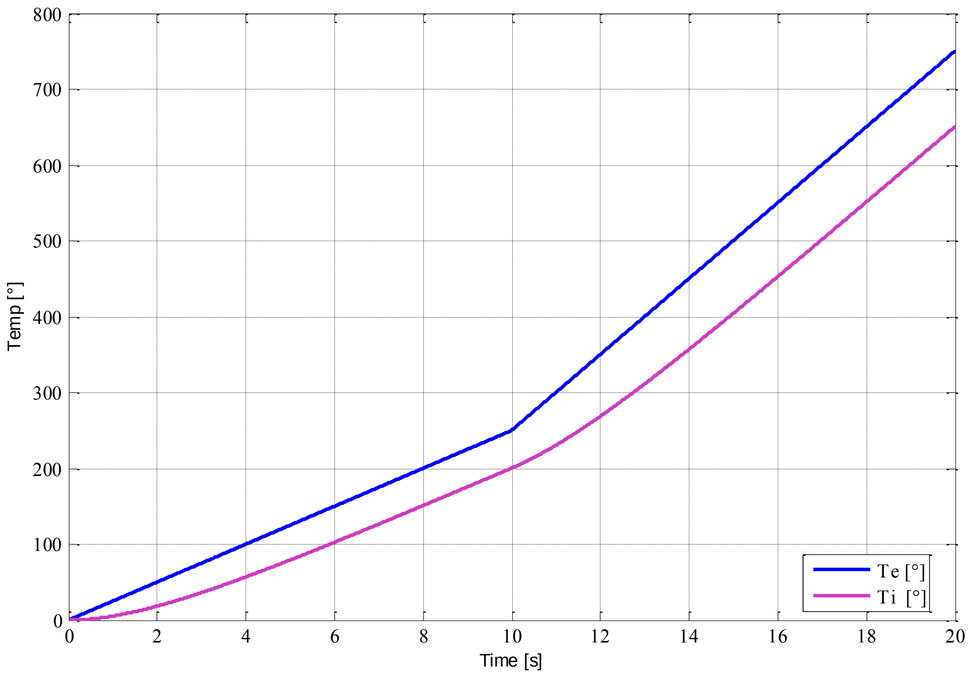


Fig.3.10: **Ecuria e temperaturës së brendshme T_i për T_e të pjerrët me pendencë të ndryshueshme (*dTe /dt = 25 [°/s]* për *t = {0;10}* sekonda dhe *dTe /dt = 50 [°/s]* për *t >10* sekonda) dhe *τ = 2 [s]***

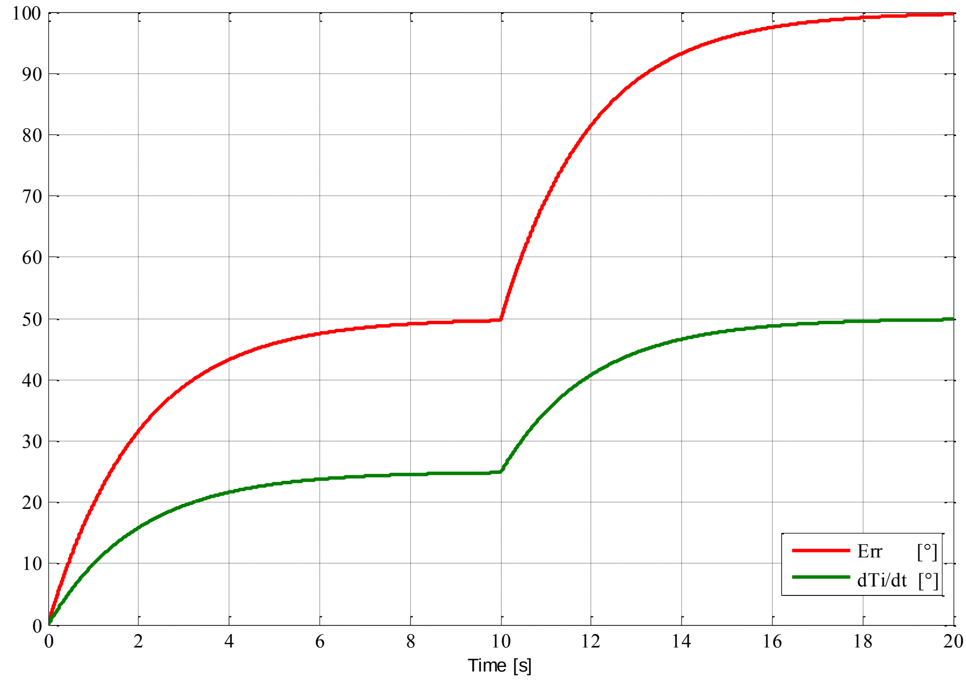


Fig.3.11: **Ecuria e *Err* dhe e dT_i/dt e grafikut të Fig. 3.10**

4. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "Motori Elektrik"

Në këtë kapitull duke u bazuar në konsideratat e bëra në kapitujt e mëparshëm, do të analizohet një shembull tjetër, po i karakterit termik i një sistemi të 1° i marrë, duke "specializuar" modelin fiziko-matematik të termometrit në mënyrë që të konsiderohet mundësia, që përbrenda masës së tij, të gjenerohet një fluks termik Q_i (*kjo hipotezë modelizon, për shembull, nxehtësinë e gjeneruar nga një motor elektrik përgjatë funksionimit të tij*). Do të studjojmë evoluimin kohor (time history) të temperaturës së brendshme T_i të një trupi me masë m dhe kapacitet termik c, që në prezencë të një fluksi termik të brendshëm Q_i, shkëmben nxehtësi me ambientin e jashtëm, i cili ka (për hipotezë thjeshtësuese) temperaturë konstante T_e dhe kapacitet termik të pafundëm, nëpërmjet një sipërfaqe S e cila ka një koeficient të shkëmbimit termik sipërfaqësorë h.

Q_e = Fluks termik në dalje (i marrë pozitiv kur del nga motori) [W] ose [J/s] ose [cal/h]

Q_i = Fluksi termik i brendshëm i motorit (≥0 dhe që hyn në të) [W] ose [J/s] ose [cal/h]

T_e = Temperatura e jashtme [K]

T_i = Temperatura e brendshme [K]

m = Masa e trupit [kg]

c = Nxehtësia specifike e trupit [J/kg/K]

h = Koeficienti i shkëmbimit termik sipërfaqësorë [W/K/m^2]

S = Sipërfaqja e shkëmbimit termik [m^2]

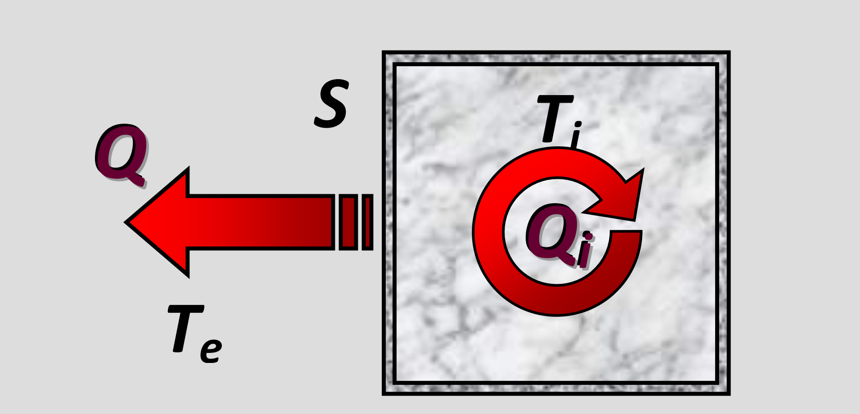


Fig 4.1: **Paraqitje skematike e sistemit fizik në shqyrtim**

Fluksi termik Q_e i gjeneruar nga diferenca ekzistuese e temperaturës mes trupit dhe ambientit rrethues (dhe i marrë pozitiv me $T_i > T_e$, pra është motori që i jep nxehtësi ambientit të jashtëm), do të vlejë:

$$Q_e = h \cdot S \cdot (T_i - T_e) \tag{4.1}$$

Fluksit termik Q_i i gjeneruar në motor gjatë funksionimit të tij nëse i hiqet Q_e, do të rezultojë proporcional me shpejtësinë dT_i /dt me të cilën temperatura e brendshme (uniforme) evoluon në kohë:

$$Q_i - Q_e = m \cdot c \cdot \frac{dT_i}{dt}$$

Nga ku:

$$Q_e = -m \cdot c \cdot \frac{dT_i}{dt} + Q_i \qquad \textbf{(4.2)}$$

Nga fluksi termik Q_e, që trupi shkëmben me ambientin e jashtëm, (natyrisht, shenja e tij do të ndryshojë në funskion të temperaturave T_e dhe T_i), mund të shkruajmë ekuacionin e bilancit termik, që rregullon ndryshimin e temperaturës së brendshme T_i, duke zëvendësuar (4.1 në (4.2):

$$Q_i = h \cdot S \cdot T_i + m \cdot c \cdot \frac{dT_i}{dt} - h \cdot S \cdot T_e \qquad \textbf{(4.3)}$$

Ose:

$$\frac{Q_i}{h \cdot S} + T_e = T_i + \frac{m \cdot c}{h \cdot S} \cdot \frac{dT_i}{dt} \qquad \textbf{(4.4)}$$

Në të majtë të formulës (4.4) mblidhen ***forcat që veprojnë mbi sistem*** (pra, inputet që veprojnë mbi motorin elektrik duke modifikuar temperaturën e brendshme $\boldsymbol{T_i}$), ndërsa në të djathtë të ekuacionit (4.4) paraqitet ***ekuacioni diferencial karakteristik***[8], që duke mbajtur parasysh vetëm karakteristikat fiziko-gjeometrike të motorit përshkruan ***përgjigjen dinamike,*** (pra evoluimin e temperaturës së brenshme $\boldsymbol{T_i}$ në funksion të forcave dhe të konditave fillestare).

Në analogji me kapitullin e mëparshëm duke rishkruar (4.4), në funksion të derivatit më të lartë do të gjejmë ekuacionin, që spjegon strukturën e diagramës me blloqe të kërkuar:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_i}{m \cdot c} + \frac{h \cdot S}{m \cdot c} \cdot (T_e - T_i) \qquad \textbf{(4.5)}$$

[8] Fakti që ***ekuacioni diferencial karakteristik*** është pikërisht përfaqësues i përgjigjes dinamike të sistemit, gjenë mbështetje duke vërejtur se në Funksionin e Transferimit të sistemit (i nxjerë duke aplikuar T.d.L. në (4.4) dhe duke faktorizuar raportin output/input), termat korespondues përfaqësojnë ekuacionin karakteristik (pra, emëruesin e F.d.T.); F.d.T. paraqitet në (4.9ʹ).

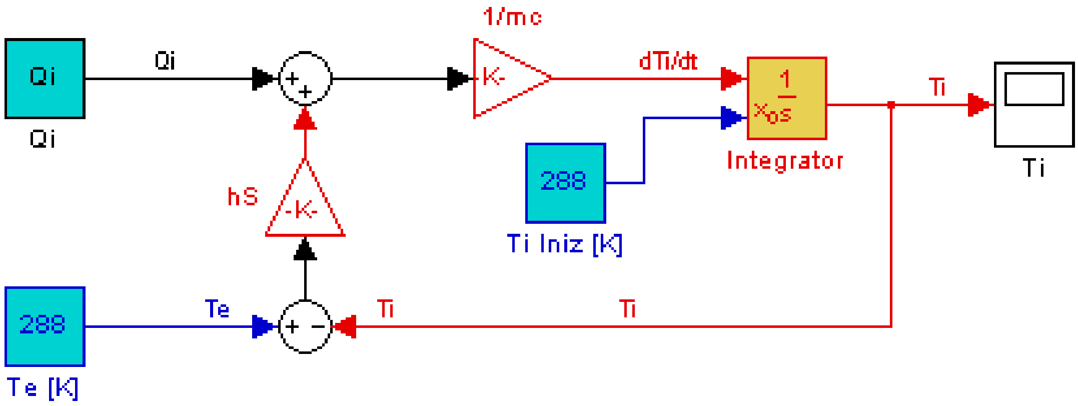


Fig.4.2: **Diagrama me blloqe elementare që i përket ekuacionit (4.5)**

Vlera e temperaturës së brendshme $\boldsymbol{T_i}$ në regjim, në rastin e $\boldsymbol{T_e}$ dhe $\boldsymbol{Q_i}$ konstante, meret kur vlera e derivatit $\boldsymbol{dT_i/dt}$ është e barabartë me zero, pra kur:

$$\frac{Q_i}{h \cdot S} + T_e - T_i = 0 \tag{4.6}$$

Ose:

$$T_i = T_e + \frac{Q_i}{h \cdot S} \tag{4.7}$$

Nga ekuacioni (4.7) kuptohet menjëherë që në kondita regjimi temperatura e bredshme e trupit $\boldsymbol{T_i}$ varet vetëm nga **temperatura e jashtme** $\boldsymbol{T_e}$, nga fluksi i nxehtësisë $\boldsymbol{Q_i}$ i prodhuar brenda vetë trupit dhe nga **përçueshmëria *hS*** e sipërfaqes nëpërmjet së cilës kryhet ky shkëmbim termik, ndërsa rezulton e pamvarur nga **kapaciteti termik *mc*** i vetë sistemit (*është e njëjta gjë e trajtuar si në kapitullin e mëparshëm*[9]).
Nga (4.4), duke aplikuar Transformatat e Laplasit, nxjerim menjëherë:

$$\frac{\overline{Q}_i}{h \cdot S} + \overline{T}_e = (1 + \tau \cdot s) \cdot \overline{T}_i \tag{4.8}$$

Nga (4.8), me anë të kalimeve të thjeshta algjebrike kemi:

$$s \cdot \overline{T}_i = \frac{h \cdot S \cdot (\overline{T}_e - \overline{T}_i) + \overline{Q}_i}{m \cdot c} \tag{4.9}$$

[9] Nëse nuk duam të modelizojmë një strukturë që krijon një fluks termik Q_i brenda saj, por një termometër ose paisje të tjera pasive, është e mundur duke "riadoptuar" modelin aktual dhe modifikuar atë në bazë të kësaj specifike, pra duke anuluar fluksin termik Q_i; natyrisht duke bërë këtë, e kthejmë modelin në atë të parë në kapitullin e mëparshëm.

(4.9) në mënyrë tërësisht të ngjashme me formulën korresponduese (4.5), na lejon që të nxjerim strukturën me diagramë me blloqe, të paraqitur në **Fig. 4.2**; dhe në këtë rast tërësisht në mënyrë të ngjashme me sa u pa në kapitullin e mëparshëm, kemi shprehur me ***τ*** konstanten e kohës karakteristike të sistemit e përcaktuar si ***m·c/h/S***. Duke nxjerë (4.8) në varësi të ndryshorit të pamvarur (pra, në T.d.L. e temperaturës së brendshme të motorit $\boldsymbol{T_i}$), marrim relacionin e mëposhtëm:

$$\overline{T}_i = \frac{\dfrac{\overline{Q}_i}{h \cdot S} + \overline{T}_e}{1 + \tau \cdot s} \qquad \textbf{(4.9')}$$

Nga (4.9‘‘) është e mundur që të kuptohen shumë informacione mbi sjelljen dinamike të sistemit; nga ekuacioni karakteristik (emëruesi i anës së djathtë të ekuacionit) kuptohet menjëherë evoluimi i tipit eksponencial të temeraturës së brendshme $\boldsymbol{T_i}$, ndërsa nga numëruesi kuptohet vlera në regjim, ku sistemi do të tentojë të shkojë në mënyrë asimtotike, ku pikërisht për $t \to \infty$, pra për $s \to 0$ do të kemi:

$$\overline{T}_i = \frac{\overline{Q}_i}{h \cdot S} + \overline{T}_e$$

Meqenëse termat e vendosura në të djathtë të (4.8) paraqesin forcat që veprojnë mbi sistem, (pra ato fenomene të pamvarura nga gjendja termike e motorit, që përckatojnë përgjigjen dinamike, variacionin e temperaturës së brendshme T_i), për të arritur në formulimin e Funksionit të transferimit, mund t‘‘i përcaktojmë thjeshtësisht si:

$$\overline{F} = \frac{\overline{Q}_i}{h \cdot S} + \overline{T}_e$$

Atëherë (4.8) mund të rishkruhet si:

$$\overline{F} = (1 + \tau \cdot s) \cdot \overline{T}_i$$

Në funksion të ekuacionit të fundit, F.d.T. e modelit termik të motorit elektrik do të jetë:

$$F.d.T. = \frac{\overline{T}_i}{\overline{F}} = \frac{1}{1 + \tau \cdot s} \qquad \textbf{(4.9'')}$$

4.1 Motorë në ngjashmëri gjeometrike – varësia e rendimentit nga madhësitë thelbësore

Në një përafrim të parë, për një familje motorësh në ngjashmëri gjeometrike dhe materiale, (*pra të karakterizuar nga **pandryshueshmëria e raporteve të madhësive të njëjta** dhe të **përbërë nga të njëjtët materiale***), është e arsyeshme të supozohet, që fluksi termik i prodhuar $\boldsymbol{Q_i}$, karakteristik i konditave të ngjashme të funksionimit, të rezultojë proporcional me masën e motorit. Në këtë mënyrë është e mundur që të shprehet ky fluks në funksion të masës, përmes një **koeficienti të fuqisë termike në masë Q_{im}**.

$$Q_i = Q_{im} \cdot m \tag{4.10}$$

Për të njëjtën familje motorësh në ngjashmëri gjeometrike dhe atë materiale është gjithashtu e arsyeshme të supozohet masa proporcionale me kubin e dimensioneve lineare dhe sipërfaqen e shkëmbimit termik, proporcionale me kuadratin e dimensioneve lineare; nëpërmjet kalimeve të thjeshta matematike, mund të përcaktojmë me anë të **një relacioni proporcionaliteti linear** lidhjen që ekziston mes $\boldsymbol{S}$ dhe $\boldsymbol{m^{2/3}}$:

$$m = \rho \cdot V \propto \rho \cdot L^3$$

Ku $\boldsymbol{V}$ **= vëllimi total i motorit** dhe $\boldsymbol{\rho}$ **= dendësia mesatare e motorit**. Atëherë:

$$m \propto L^3$$

duke kujtuar që:

$$S \propto L^2$$

dhe:

$$L \propto m^{1/3}$$

marrim:

$$S \propto S_m \cdot m^{2/3} \tag{4.11}$$

Duke zëvendësuar ekuacionet (4.10) dhe (4.11) në (4.5) nxjerim:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_{im} \cdot m}{m \cdot c} + \frac{h \cdot S_m \cdot m^{2/3}}{m \cdot c} \cdot (T_e - T_i) \tag{4.12}$$

Duke ju referuar ekuacionit (4.12) është e mundur që të ripërcaktojmë diagramën me blloqe të sistemit në varësi të masës **Fig. 4.3**;

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{1}{m \cdot c}\left[Q_{im} \cdot m + h \cdot S_m \cdot m^{2/3} \cdot (T_e - T_i) \right] \tag{4.13}$$

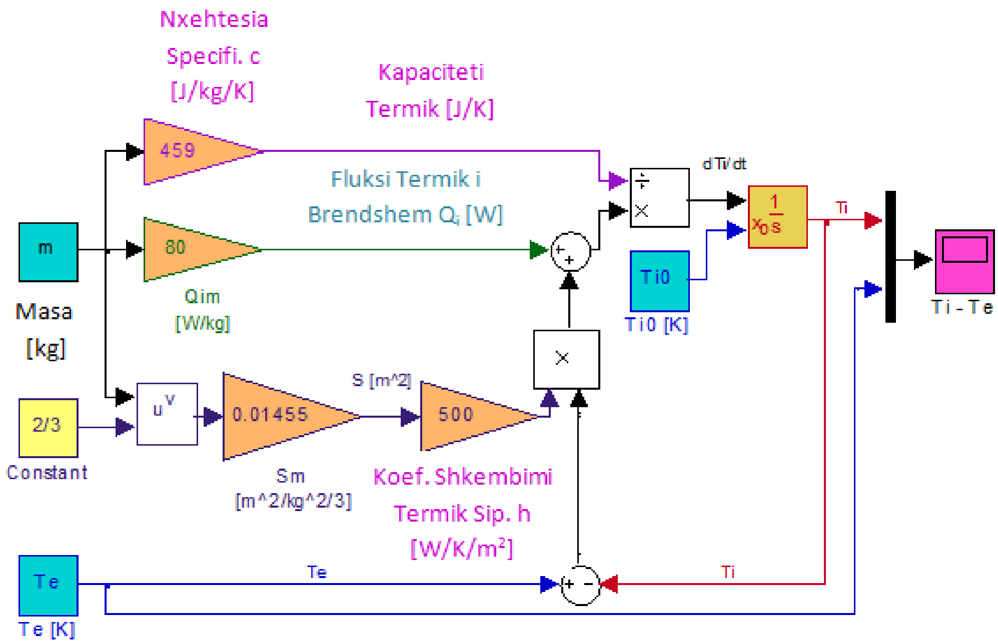


Fig.4.3: **Diagrama me blloqe elementare që i përket ekuacionit (4.13)**

Pasi janë përcaktuar koeficientat numerik[10] të ekuacionit (4.13), është e mundur të studiohet dinamika e sistemit në ndryshim të masës së tij. Rritja progresive e masës së sistemit na lejon, që të verejmë sesi në ngjashmëri me sa u pa në rastin e motorëve elektrik të njëllojtë, temperatura e ekuilibrit të sistemit rritet proporcionalisht me rrënjën kubike të vetë masës, (*të shihet ekuacioni (4.7)*). Ky fakt, nuk habit sepse sipas hipotezave të sapo bëra, fluksi termik $\boldsymbol{Q_i}$, që kontribon në rritjen e $\boldsymbol{T_i}$ rritet në mënyrë proporcionale me masën $\boldsymbol{m}$, ndërsa sipërfaqja e shkëmbimit termik $\boldsymbol{S}$, nëpërmjet së cilës sistemi shkëmben nxehtësi me ambientin e jashtëm, rritet proporcionalisht me $\boldsymbol{m}^{2/3}$ (*pra, rritet në një masë më të vogël!*); atëherë, **me rritjen e masës, prodhohet një rritje $\boldsymbol{Q_i}$ më e madhe se fluksi termik $\boldsymbol{Q_e}$ i cili në baraz $\boldsymbol{T_i}$, mund të "shpërhapet" nga sipërfaqja e shkëmbimit termik $\boldsymbol{S}$, kështu që, temperatura e ekuilibrit $\boldsymbol{T_i}$** (ose vlera e temperaturës së brendshme që fluksi termik $\boldsymbol{Q_e}$ për shkak të diferencës së temperaturës $\boldsymbol{T_e - T_i}$ ekuilibron fluksin e brendshëm $\boldsymbol{Q_i}$ duke anuluar kështu ndryshimin e brendshëm të temperaturës $\boldsymbol{dT_i/dt}$) do të **rritet sipas**:

$$T_i = T_e + \frac{Q_{im}}{h \cdot S_m} \cdot m^{1/3} \tag{4.14}$$

[10] Për një qartësim më të madh, shtrohet procesi i nxjerjes së koeficientëve të përdorur në realizimin e modelit të paraqitur në Fig. 4.3. duke hipotezuar që fuqia e dhënë nga motori rezulton proporcionale me masën e tij m dhe duke njohur rendimentin η_T, mund të gjejmë Q_i (dhe kështu Q_{im}). Duke pranuar që motori hamendësohet i shkrirë në një cilindër me diametër bazë L dhe lartësi 3L/2, mund të gjejmë lehtë sipërfaqen totale S dhe pastaj duke nxjerë L në funskion të m, mund të gjejmë koeficientin e shkëmbimit termik sipërfaqësorë S_m. Një shembull i tillë jepet në kapitujt më poshtë.

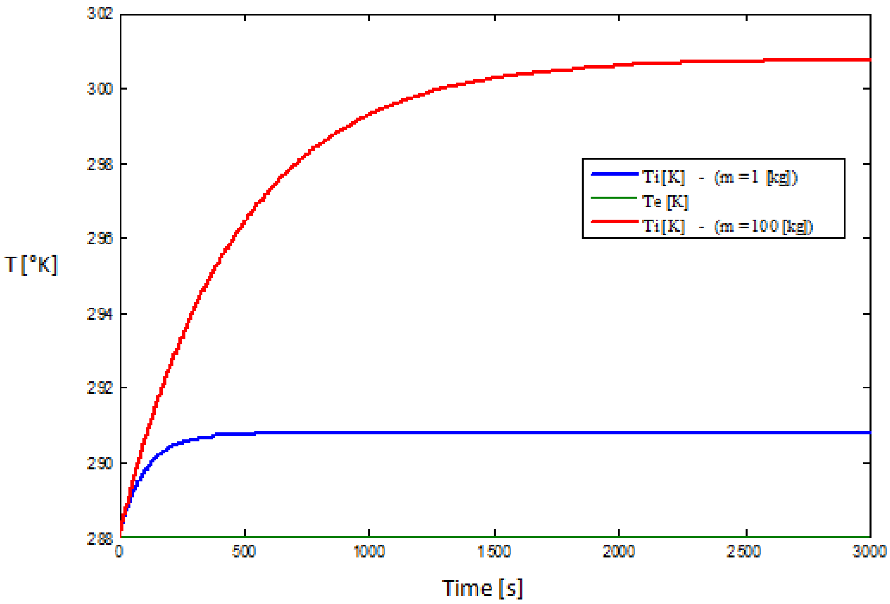


Fig.4.4: **Ecuria e temperaturës së brendshme T_i për $T_e = T_{i0} = 288[K]$ në rastin e motorëve elektrik në ngjashmëri me $m_1 = 1$ [kg] dhe $m_2 = 100$ [kg]**

Ballafaqimi mes përgjigjeve dinamike të paraqitura në **Fig. 4.4** (përsa i përket dy motorëve në ngjashmëri gjeometrike dhe materiale por që kanë masa të ndryshme) na lejon qartazi që të kuptojmë lidhjen që ekziston mes **masës së sistemit** dhe **temperaturës korresponduese të ekuilibrit T_i** (në dakortësi me sa u paraqit më parë për sjelljen e motorëve elektrik që duam të simulojmë). Është interesante të konstatojmë sesi, në çastin fillestar (pra, kur për të dy motorët kemi $\boldsymbol{T_i = T_e = T_{i0} = 288[K]}$), pjerrësia e dy lakoreve të **Fig. 4.4** është e njëjta; duke u bazuar te (4.13) dhe duke kujtuar që, në rastin në fjalë, në çastin fillestar temperatura diferenciale $\boldsymbol{T_e - T_i}$ është zero, është e mundur të justifikohet pamvarësia fillestare e $\boldsymbol{dT_i/dt}$ e masës (pikërisht, duke patur $\boldsymbol{T_e - T_i = 0}$, nga (4.13) nxjerim $\boldsymbol{dT_i/dt = Q_{im}/c = konst.}$).

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{1}{m \cdot c}\left[Q_{im} \cdot m + h \cdot S_m \cdot m^{2/3} \cdot (T_e - T_i)\right] = \frac{m \cdot Q_{im}}{m \cdot c} = \frac{Q_{im}}{c} = \text{cost}$$

konstantja e kohës karakteristike të sistemit τ, duke u varur nga karakteristikat fizike të tij, ndryshon në varësi të masës (*pra, të parametrit të përdorur si* ***ndryshor i pamvarur*** *për të analizuar familjen e motorëve në ngjashmëri gjeometrike dhe materiale*). Duke riparë ekuacionet (4.5) dhe (4.13), është e mundur të paraqesim τ në funksion të masës; pikërisht, nga ekuacioni (4.13), me disa kalime të thjeshta mund të nxjerim relacionin e mëposhtëm:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{(Q_{im} \cdot m)}{c \cdot m} + \frac{h \cdot S_m}{c \cdot m^{1/3}} \cdot (T_e - T_i) \tag{4.15}$$

Në fund, duke ballafaquar (4.13) me (4.5) është e mundur të marrim analitikisht relacionin e proporcionalitetit, që në rastin në fjalë lidh konstanten e kohës karkateristike të sistemit τ me rrënjën kubike të masës. Ky relacion mbështetet dhe nga rezultatet numerike; pikërisht në **Fig. 4.4** mund të verifikohet menjëherë se, në rastin e dy motorëve elektrik gjeometrikisht dhe materialisht të ngjashëm, të tillë që $\mathbf{m_2} = \mathbf{100m_1}$ meret pikërisht $\tau_2 = 100^{1/3}\ \tau_2 = 4.64\tau_1$.

$$\frac{1}{\tau} = \frac{h \cdot S}{c \cdot m} = \frac{h \cdot S_m}{c \cdot m^{1/3}} \rightarrow \tau = \frac{c}{h \cdot S_m} \cdot \sqrt[3]{m} \quad \Rightarrow \quad \tau \propto \sqrt[3]{m}$$

Në **Fig. 4.5** vërehet se, në mënyrë koherente përsa u shtrua në formulën (4.5) dhe të tjerat në vijim, temperatura e brendshme e sistemit T_i, përveç se është funksion i karakteristikave fiziko-gjeometrike të motorit dhe të konditave fillestare, rezulton e varur dhe nga temperatura e jashtme T_e.

Duke analizuar përgjigjen e të njëjtit sistem për dy vlera të ndryshme T_e, vërejmë se:

- Në nisje, në mënyrë koherente me (4.15), pjerrësia e lakores $T_i(t)$ rezulton proporcionale me T_e (pra, në baraz T_{i0}, dT_i/dt është më e madhe në rastin e T_e më të lartë)
- Temperatura e brendshme T_i në regjim, në mënyrë koherente me (4.7), rezulton aq më e lartë sa më e madhe të jetë temperatura e jashtme korresponduese T_e[11].

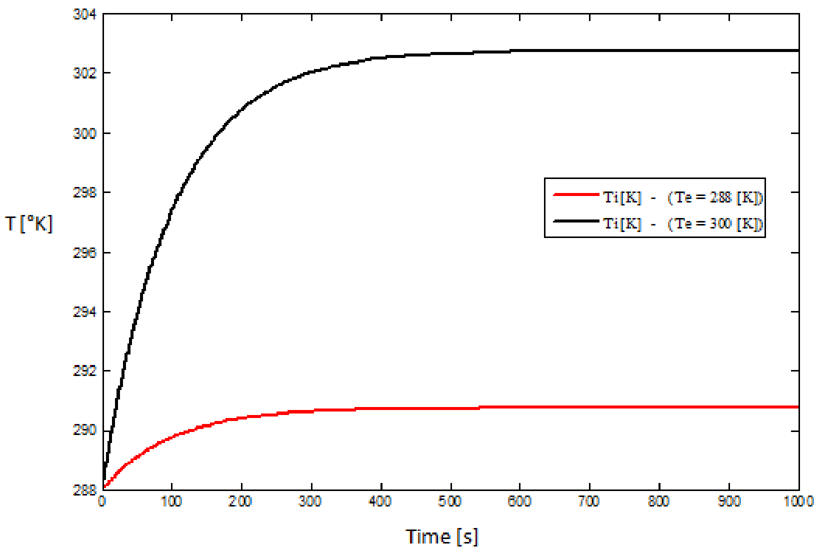


Fig.4.5: **Ecuria e temperaturës së brendshme në një motor elektrik me masë m = 1 [kg] dhe T_{i0} =288[K] për dy vlera të ndryshme T_e**

Vihet re se modeli i sapo shtjelluar, mund të transformohet me lehtësi në rastin e termometrit të analizuar në kapitullin e tretë duke zëvendësuar efektin e prodhuar në sistem nga fluksi termik i brendshëm Q_i me një ***rritje korresponduese të temperaturës së jashtme*** ΔT_e, që prodhon efektin e ngjashëm me një **temperaturë të jashtme ekuivalente** $T_{eq} = T_e + \Delta T_e$, e njëjtë gjithashtu me T_i në regjim.

[11] Në **Fig. 4.5** mund të konstatojmë sesi, në mënyrë koherente me (4.7), diferenca e parë mes vlerave në regjim të temperaturave të brendshme T_i, rezulton e barabartë me diferencën e temperaturave të jashtme T_e; pikërisht, në baraz Q_i, S dhe h (4.7) mund të riformulohet si vijon:

$$T_i = T_e + \frac{Q_i}{h \cdot S} = T_e + \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \Delta T_i = \Delta T_e$$

Meqenëse, si fluksi i nxehtësisë i prodhuar nga motori elektrik ashtu dhe temperatura e ambientit të jashtëm, përfaqësojnë forcat vepruese mbi sistemin dinamik (pra ndryshorët në hyrje), duke u bazuar në **teoremën e homogjenitetit dimensional**[12], mund të konfirmojmë që të dy termat që i përmbajnë në ekuacionet e bilancit termik kanë të njëjtat dimensione dhe kështu është gjithmonë e mundur të shprehet efekti i prodhuar nga njëra në funskion të tjetrës (ose anasjelltas). Në veçanti, duke ju referuar hipotezave të formuluara në fillim të kapitullit, në momentin që fiksohet masa e motorit (pra që përcaktohen të gjithë karakteristikat e tij) është e mundur të zëvendësohet efekti i prodhuar nga fluksi termik i brendshëm $\boldsymbol{Q_i}$ (i prodhuar nga motori gjatë funksionimit të tij) me këtë rritje të temperaturës së jashtme $\boldsymbol{T_e}$, duke kujtuar ekuacionin përfaqësues të modelit matematik në shqyrtim kemi:

$$\tau \cdot \frac{dT_i}{dt} + T_i = \frac{Q_i}{h \cdot S} + T_e \tag{4.16}$$

mund të zëvendësohet termi idytë i (4.16) me temperaturën e jashtme ekuivalente:

$$T_{eq} = \frac{Q_i}{h \cdot S} + T_e$$

Duke ngacmuar sistemin, me këtë tip force "ekuivalente", me kusht që të jetë anuluar vlera e fluksit termik të brendshëm $\boldsymbol{Q_i}$, meret ekzaktësisht i njëjti evoluim i temperaturës së brendshme $\boldsymbol{T_i}$ të gjeneruar nga rasti i termometrit korrespondues (i cili ka pra, të njëjtat ***m, S, c, h*** të motorit elektrik) për efekt të një temperature të jashtme $\boldsymbol{T_e}$ e barabartë pikërisht me $\boldsymbol{T_{eq}}$. Temperatura ekuivalente $\boldsymbol{T_{eq}}$ mund të nxirret thjeshtë duke u nisur nga koeficientët ***m, S, c, h*** të marrë në skemën Simulink të ushtrimit; duke i aplikuar sistemit $\boldsymbol{T_{eq}}$ konstatohet se, si tranzitori i përgjigjes të sistemit ashtu dhe vlera e temperaturës $\boldsymbol{T_i}$ në regjim korrespondojnë me atë të nxjerë, duke konsideruar në mënyrë të pamvarur kontributet që vijnë nga dy forcat (pra të $\boldsymbol{T_e}$ dhe $\boldsymbol{Q_i}$).

4.2 Shembull ilustrues i procedimit të mësipërm

Llogaritja e koeficienteve të përdorur në model: për një motor me masë unitare (për shembull 1 kg) është e mundur që të supozohet një fuqi e thithur prej 100 Watësh dhe një rendiment total $\boldsymbol{\eta_T}$ të barabartë me 0.8; në një përafrim të parë mund të masim fuqinë e humbur nga sistemi si:

$$P_{diss} = \eta_T \cdot P_{ass} = 20 \;\; [W]$$

[12] ***Teorema e homgjenitetit dimensional***: duke analizuar një ekuacion (algjebrik ose diferencial) përkatës të modelit matematik të një sistemi të çfardoshëm mund të vërejmë menjëherë sesi të gjithë termat që e përbëjnë kanë të njëjtat dimensione; duke ju referuar shembujve të bërë më sipër si dhe mënyrës sesi kemi nxjerë modelet tona, kjo gjë nuk duhet të na habisë. Gjithmonë është nxjerë modeli matematik duke u nisur nga ekuacioni i ekuilibrit të sistemit (si në kapitullin 3 ashtu dhe 4 është analizuar ekuilibri termik i sistemit, gjithashtu dhe në kapitujt e tjerë që do shohim në mënyrë të ngjashme do bëhen të njëjtat konstatime me karakter elektrik ose mekanik) dhe është e qartë që madhësitë që ballafaqohen mes tyre duhet domosdoshmërisht të jenë homogjene (të gjithë termat duhet të jenë ose temperatura, ose forca, ose momente, ose tensione, etj..por nuk do kishte absolutisht sens që të ballafaqohen mes tyre madhësi jo homogjene!).

Natyrisht kjo fuqi është pikërisht ajo e humbura nga sistemi për shkak të pakthyeshmërive të ndryshme (si fërkimet Columbiane dhe viskoze, efektet ventiluese, efektin Joule, etj..) dhe që gjeneron fluksin termik brenda motorit elektrik $\boldsymbol{Q_i}$. Në këtë mënyrë, duke dashur që të analizojmë ecurinë e temperaturës së brendshme të motorëve në ngashmëri gjeometrike dhe materiale në funksion të masës së tyre është e nevojshme që të përcaktohen relacionet që ekzistojnë mes ndryshorëve të pamvarur (masa) dhe parametrave të tjerë në lojë.
Duke pranuar motorin të ngjashëm me një cilindër me diametër bazë baraz me $\boldsymbol{L}$ dhe lartësi $\boldsymbol{1.5L}$, mund të llogarisim vëllimin e tij $\boldsymbol{V}$ duke përdorur formulën e mëposhtme:

$$V = \frac{3}{8}\pi \cdot L^3 \quad \Rightarrow \quad V \propto L^3$$

Duke njohur dendësinë mesatare të motorit $\boldsymbol{\rho_m}$ [kg/m^3] është e mundur të përcaktohet relacioni që lidh masën me parametrin gjeometrik dimensional $\boldsymbol{L}$:

$$m = \rho_m \cdot V \propto \left[\frac{3}{8}\pi \cdot \rho_m\right] \cdot L^3 \quad \Rightarrow \quad m \propto L^3$$

dhe përsa i përket fuqisë së thithur $\boldsymbol{P_{ass}}$ dhe asaj të humbur $\boldsymbol{P_{diss}}$[13] është e lejuar të supozohet një relacion proporcionaliteti me masën (motorë me masë më të madhe thithin fuqi më të mëdha), atëherë fluksi termik $\boldsymbol{Q_i}$ i prodhuar nga motori elektrik (në funksion) mund të shkruhet si:

$$Qi = Q_{im} \cdot m$$

Duke supozuar që shkëmbimi termik mes motorit dhe ambientit të jashtëm ndodh në të gjithë sipërfaqen $\boldsymbol{S}$ të motorit (pra për $\boldsymbol{S}$ = sipërfaqe totale e cilindrit) do të kemi:

$$S = 2 \cdot \left(\pi \frac{L^2}{4}\right) + \frac{3}{2}\pi \cdot L^2 = 2 \cdot \pi \cdot L^2$$

Duke shprehur gjatësinë karakteristike $\boldsymbol{L}$ në funksion të masës $\boldsymbol{m}$ gjejmë relacionin:

$$L = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot m}{3 \cdot \pi \cdot \rho_m}}$$

Nëse e zëvendësojmë në shprehjen e sipërfaqes së shkëmbimit termik, na jep relacionin ekzistues mes masës së motorit dhe sipërfaqes së tij:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot \left[\frac{8 \cdot m}{3 \cdot \pi \cdot \rho_m}\right]^{\frac{2}{3}}$$

Mund të nxjerim në këtë mënyrë, një relacion me anë të cilit të shprehim sipërfaqen $\boldsymbol{S}$ në funksion të masës $\boldsymbol{m}$:

[13] Kemi hipotezuar që rendimenti total η_T=0.8 është i njëjti për të gjithë motorët elektrik në ngjashmëri gjeometrike dhe materiale (pamvarësisht nga masa e tyre); kjo që është shkruar këtu është një hipotezë mjaft thjeshtëzuese, e përdorur për ta bërë më të lehtë trajtimin e rastit, që gjithsesi nuk redukton vlefshmërinë e përgjithshme të konsideratave të bëra.

$$P_{diss} = Q_i = \eta_T \cdot P_{ass} = \eta_T \cdot k \cdot m \quad \Rightarrow \quad Q_i \propto m$$

$$S = \left\{ 2 \cdot \pi \cdot \left[\frac{8}{3 \cdot \pi \cdot \rho_m} \right]^{\frac{2}{3}} \right\} \cdot m^{\frac{2}{3}} = S_m \cdot m^{\frac{2}{3}}$$

Duke zëvendësuar në (4.5) koeficientët dimensional të nxjerë në këtë mënyrë do të marrim përsëri (4.12):

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_{im} \cdot m}{m \cdot c} + \frac{h \cdot S_m \cdot m^{2/3}}{m \cdot c} \cdot (T_e - T_i)$$

Natyrisht, e gjithë kjo vlen në shembujt e ilustruar gjerësisht më parë në këtë kapitull.

5. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "Qarku RC"

Në këtë kapitull do të analizohet një problem tjetër interesant i cili ka një natyrë elektroteknike me një dinamikë të gradës së 1°; problemi konsiston në analizimin e përgjigjes në tension të një qarku në seri ***RC*** me element diskret i ngacmuar në morseta nga një tension sinusoidal me amplitudë V_a dhe frekuencë ω [rad/s], të cilit i njihen:

V_a = Tensioni i ushqimit të qarkut (*input i sistemit*) [V]
V_R = Tensioni në dalje të morsetave të rezistencës (*output i sistemit*) [V]
V_C = Tensioni në dalje të morsetave të kondensatorit (*output i sistemit*) [V]
i = Korrenti që qarkullon në qark [A]
R = Rezistenca e qarkut [Ω]
C = Kapaciteti i kondensatorit [F]

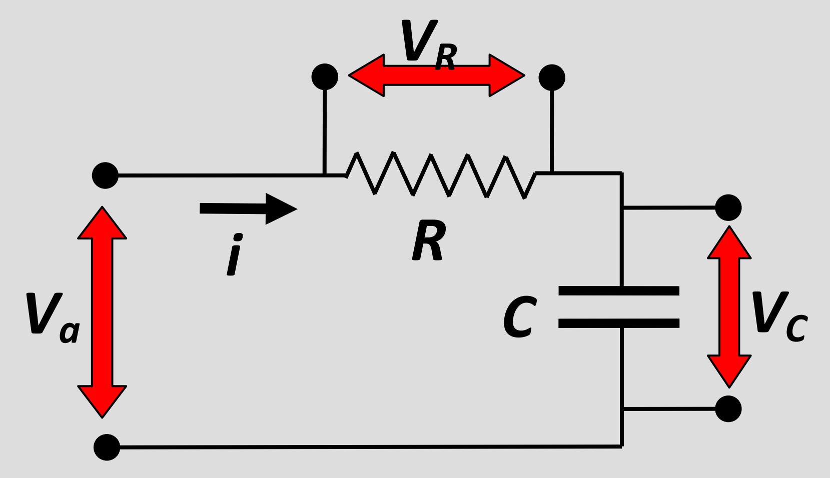


Fig 5.1: **Paraqitje skematike e sistemit fizik në shqyrtim**

Qarku në shqyrtim është i përbërë nga një rezistencë dhe nga një kondensator të vendosur në seri; për thjeshtësi do të supozojmë që të **gjithë termat rezistiv të qarkut të jenë të përqendruar në rezistencë dhe të gjithë ato kapacitiv të përmblidhen në kondensator** (*në këtë mënyrë mund të neglizhojmë rezistencën e telave të sistemit*).
Tensioni V_a, që aplikohet në morsetat e serisë, indukton një fluks korrenti brenda qarkut; ky korrent, duke përshkuar elementët e serisë gjeneron rënie tensioni që përshkruhen nga këto ligje:

$$V_R = R \cdot i\,; \quad V_C = \frac{q}{C} \tag{5.1}$$

Shuma e rënies së tensionit të prodhuara nga rezistenca dhe nga kondensatori duhet të ekuilibrojë, çast pas çasti, tensionin e forcës $\mathbf{V_a}$ sipas ekuacionit:

$$V_a = V_R + V_C = R \cdot i + \frac{q}{C} \qquad \textbf{(5.2)}$$

Në vazhdim do të analizojmë sesi ndryshon Përgjigjja e prodhuar nga qarku RC kur marrim si output të sistemit tensionin $\boldsymbol{V_R}$, të matur mes morsetave të rezistencës ***R***, ose tensionin $\boldsymbol{V_C}$, të matur në morsetat e kondensatorit ***C***; të gjithë konsideratat në vijim janë të bëra për të vërtetuar kapacitetin e qarkut RC që të operojë si një "***filtër selektiv***" mbi forcën që i aplikohet, duke prodhuar një output si përgjigje me karakteristika të ndryshme në ndryshim të frekuencës së ngacmimit[14].

Përpara se të futemi në analizën përkatëse, është me vend që të paraqitet një ilustrim i vogël mbi **filtrat**:

Termi ***filtër*** *përdoret për të përshkruar një paisje që diskriminon në përputhje me disa karakteristika elementët në hyrje, cilët mund të kalojnë dhe cilët jo. Në fushën e sinjaleve (analog ose dixhitat), një* ***sistem linear me kohë – të pandryshueshme*** *është i aftë për të kryer një diskriminim ose një filtrim mes elementëve me frekuenca të ndryshme në hyrje të tij. Natyra e këtij veprimi filtrimi përcaktohet nga karakteristikat e përgjigjes në frekuencë* ***H(ω)*** *të filtrit, i cili gjithashtu varet nga zgjedhja e parametrave të sistemit. Kështuqë, përmes një zgjedhje të përshtatshme të këtyre parametrave, mund të projektojmë* ***filtra selektiv në frekuencë*** *të aftë për të "lënë të kalojë" sinjale me përbërës spektral në banda të përcaktuara dhe të zbusi ose bllokojë sinjalet që përmbajnë elementë të tjerë spektral. Në përgjithësi, një sistem linear me kohë të pa ndryshueshme modifikon spektrin* ***X(ω)*** *e sinjalit në hyrje në dakortësi me funskionin e tij të transferimit (ose përgjigjen në frekuencë)* ***H(ω)****: spektri i sinjalit në dalje është në këtë mënyrë* ***Y(ω) = H(ω)X(ω)****, gjë që tregon se* ***H(ω)*** *është një* ***funskion peshë*** *për elementët e ndryshëm spektral të sinjalit në hyrje (natyrisht nëse e shikojmë në këtë optikë, çdo sistem linear me kohë të pandryshueshme mund të funksionojë si filtër, dhe pse jo domosdoshmërisht ai të bllokojë frekuenca specifike dhe të lejë të kalojnë disa të tjera).*

Në përgjithësi do të përcaktojmë si "filtër" një sistem linear me kohë të pandryshueshme i përdorur për të marrë një formë të përcaktuar spektrale ose një filtrim selektiv në frekuencë.

Duke dashur të saktësojmë ekuacionin (5.2) në funksion të tensionit V_C të lexuar në morsetat e kondensatorit, do të marrim relacionin në vazhdim:

$$V_a = V_R + V_C = R \cdot i + \frac{q}{C} = R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \qquad \textbf{(5.3)}$$

Duke kujtuar që korrenti elektrik që përshkon një qark mund të përcaktohet si masa e ngarkesës elektrike që në njësinë e kohës kalon në një seksion të dhënë përçuesi, do të kemi:

[14] Natyrisht, është e mundur që të realizohen filtra me arkitektura shumë më komplekse se ajo e analizuar këtu, të aftë për të adoptuar strategji të ndryshme filtrimi selektiv.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad V_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} \qquad \textbf{(5.4)}$$

Duke shprehur (5.3) në funskion të tensionit V_C dhe duke kujtuar që $q = C \cdot V_C$ do të nxjerim:

$$V_a = R \cdot \frac{d}{dt}\left(C \cdot V_C\right) + V_C = RC \cdot \frac{dV_C}{dt} + V_C \qquad \textbf{(5.5)}$$

Duke bërë Transformatën e Laplasit të (5.5) mund të përcaktojmë F.d.T. të sistemit tonë:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_C \cdot \left(RC \cdot s + 1\right) \qquad \textbf{(5.6)}$$

Gjithashtu, dhe në këtë rast prodhimi i rezistencës ***R [Ω]*** për kapacitetin ***C [F]***, duke pasur dimensionet e një kohe, përfaqëson konstanten e kohës $\boldsymbol{\tau}$ të sistemit (*nëse bëhet një analizë më specifike dimensionale dimë që rezistenca matet në Ohm, pra në Volt/Amper, ndërsa kapaciteti matet në Farad, pra në Coulomb/Volt; prodhimi* ***RC*** *ka dimensionet e një ngarkese përmbi një korrent, pra Coulomb/Amper, por duke ditur që [A] = [C/s] do të gjejmë se* ***[RC] = [s]***).
Relacioni (5.6) mund të “përkthehet” në diagramën me blloqe Simulink si më poshtë:

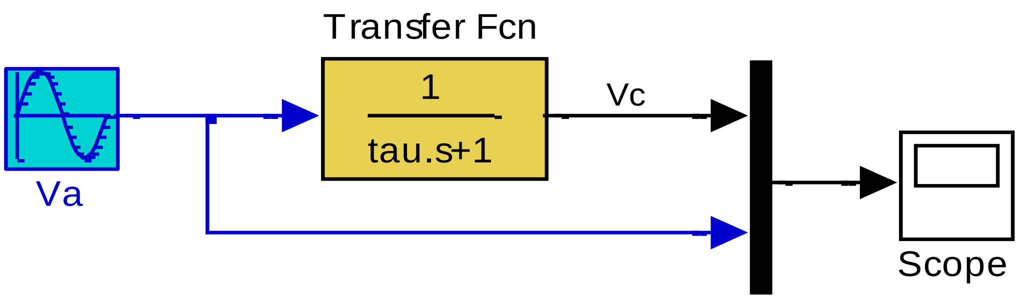


Fig 5.2: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (5.6)**

Modeli i paraqitur ne **Fig. 5.2** përfaqëson një shembull tipik të një **filtër me kalim – të poshtëm**; Përgjigjja e një sistemi të tillë, i kuptueshëm nga diagrama e tij e Bodes (**Fig. 5.3**) karakterizohet nga vlera zvogëlimi gati zero (*përfitimi output/input është gati unitarë*) dhe zbutje për të gjithë harmonikat që paraqesin një pulsim më të ulët se sa një vlerë e përcaktuar mirë e njohur si **pulsimi i prerjes së filtrit** $\boldsymbol{\omega_t}$ ***[rad/s]***.

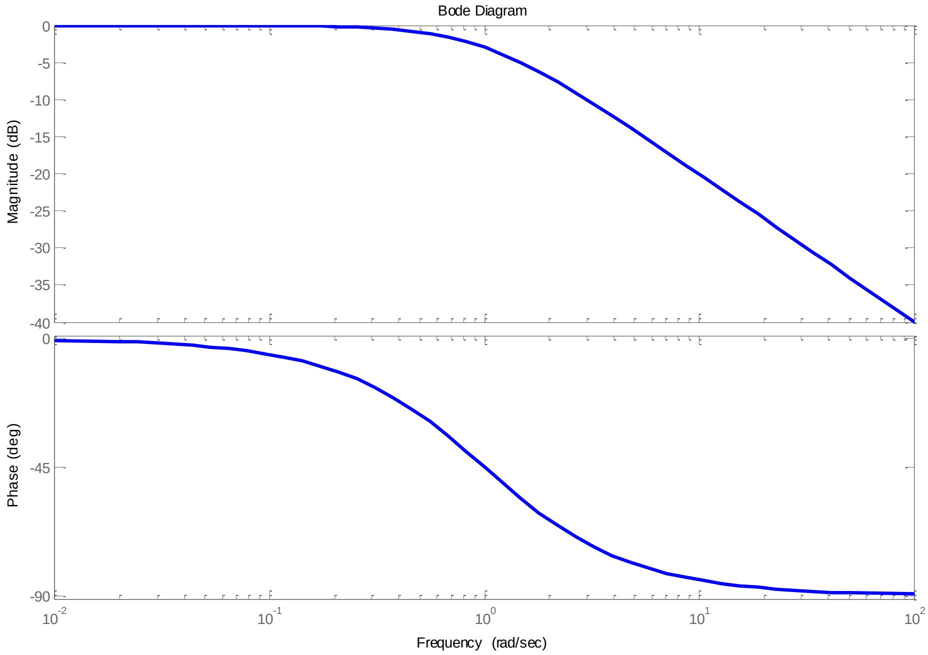


Fig 5.3: **Diagrama e Bodes së filtrit me Kalim të Poshtëm të përshkruar në Fig. 5.2**

Nga diagrama e Bodes kuptojmë menjëherë sesi, për pulsime më të ulta se ω_t, filtri nuk kryen zvogëlime të sinjalit dhe nuk prodhon sfazime të mëdha mes inputit dhe outputit, ndërsa për frekuenca më të larta, këndi i fazës rritet me shpejtësi në vlerë absolute (në realitet ndryshon nga 0° në -90°) dhe amplifikimi ulet me një pendencë prej ***20 dB/decade*** (*me fjalë të tjera, duke kujtuar që decibelët janë të përcaktuar si* $20 \cdot log_{10}(V_{OUT}/V_{IN})$, *mund të themi se raporti mes amplitudave të outputit dhe inputit ulet me 20 decibel çdo herë që pulsimi i forcës dhjetëfishohet*).

Në këtë rast vërehet se, duke qenë se kemi përdorur për thjeshtësi një konstante kohe $\boldsymbol{\tau}$ unitare, pulsimi korrespondues i ndërprerjes $\boldsymbol{\omega_t}$ (*i barabartë me reciprokun e* $\boldsymbol{\tau}$) rezulton dhe ai unitarë. Në grafikët e **Fig. 5.4** dhe **5.5** mund të kostatojmë menjëherë se si sinjale me frekuencë më të ulët se ajo e ndërprerjes janë riprodhuar mjaft mirë nga filtri (*pra me vlera të vogla sfazimi dhe zbutje*), ndërsa harmonikat më të mëdha ulen shumë dhe pësojnë dhe një "vonesë" (*sinjali që filtrohet, përveç që shfaq amplitudë shumë të reduktuar, manifeston dhe një sfazim domethënës në vonesë në respekt me sinjalin në hyrje që tenton drejt -90°*).

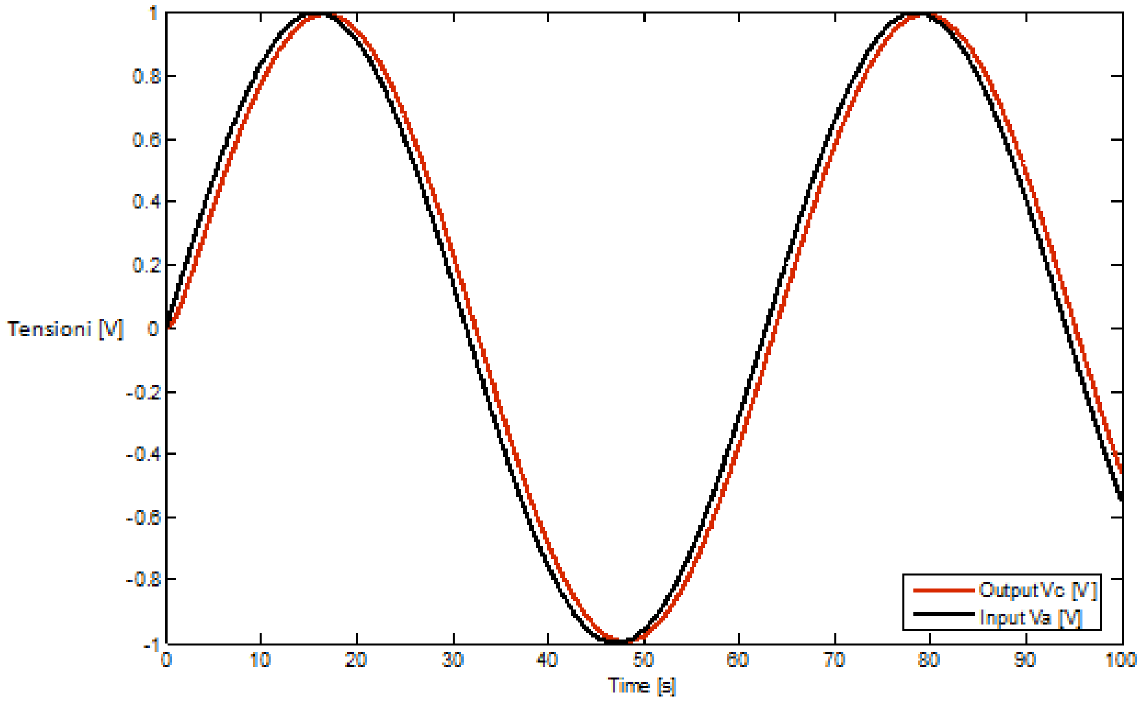


Fig 5.4: **Përgjigja e një filtri me Kalim të Poshtëm me τ = 1 dhe një forcë me ω = 0.1 rad/s**

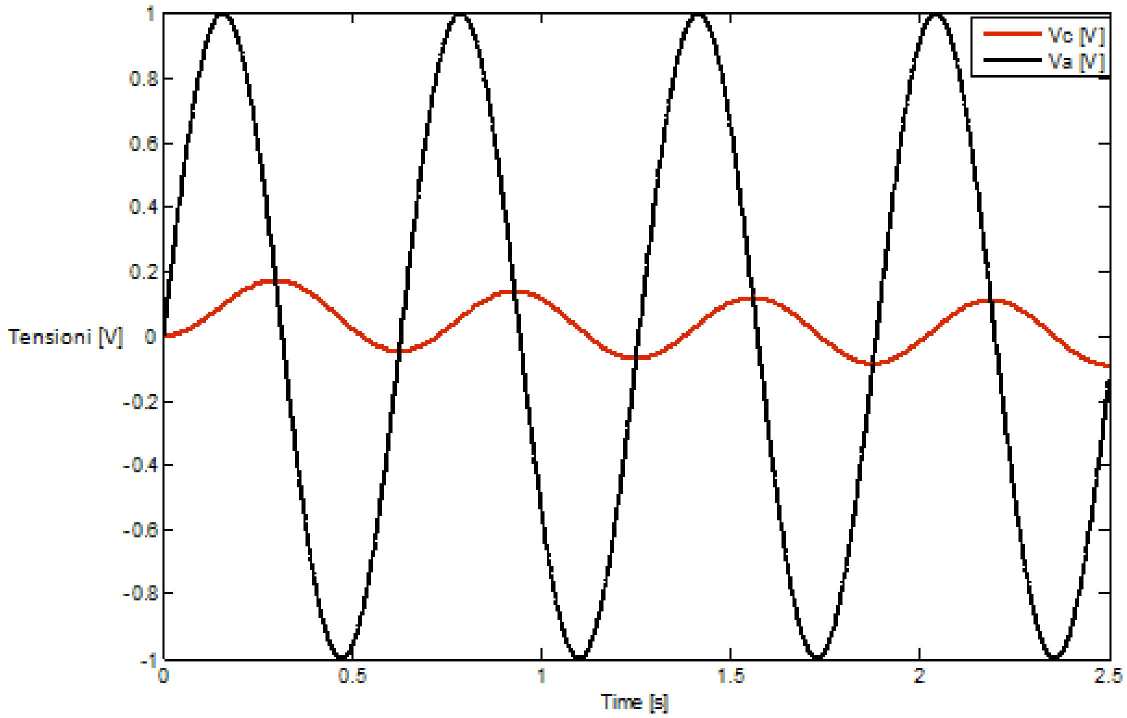


Fig 5.5: **Përgjigja e një filtri me Kalim të Poshtëm me τ = 1 dhe një forcë me ω = 10 rad/s**

Nëse duam të shprehim ekuacionin (5.2) në funksion të tensionit V_R do të marrim:

$$V_a = V_R + V_C = R \cdot i + \frac{q}{C} = R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt \qquad \textbf{(5.7)}$$

Duke kujtuar që korrenti elektrik që përshkon një qark mund të përckatohet si masa e ngarkesës elektrike që në njësinë e kohës përshkon një seksion të dhënë të përçuesit dhe duke përdorur relacionet elementare të fizikës që përshkruan rënien e tensionit për shkak të elementëve të ndryshëm, mund të evidentojmë (5.7) në funksion të tensionit në dalje $\boldsymbol{V_R = R \cdot i}$ ➔ $\boldsymbol{i = V_R/R}$:

$$V_a = R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt = V_R + \frac{1}{RC} \int V_R \cdot dt \qquad \textbf{(5.8)}$$

Duke aplikuar Transformatat e Laplasit në (5.8), mund të gjejmë F.d.T. e sistemit:

$$\overline{V}_a = \overline{V}_R \cdot \frac{RC \cdot s + 1}{RC \cdot s}$$

Duke futur konstanten e kohës $\boldsymbol{\tau}$ të sistemit mund të shkruajmë si përfundim:

$$F.d.T. = \frac{\overline{V}_R}{\overline{V}_a} = \frac{\tau \cdot s}{(\tau \cdot s + 1)} \qquad \textbf{(5.9)}$$

Relacioni (5.9) mund të përkthehet menjëherë në diagramën me blloqe të Simulinkut:

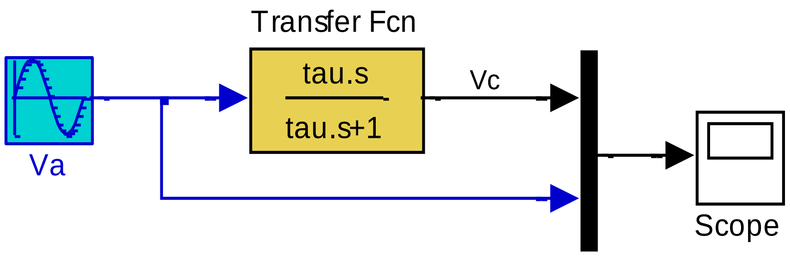


Fig 5.6: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (5.9)**

Modeli i paraqitur në **Fig. 5.6** përfaqëson një shembull tipik të një **filtri me kalim të sipërm**; Përgjigjja e një sistemi të tillë, lehtësisht i kuptueshëm nga diagrama përkatëse e Bodes (**Fig. 5.7**), karakterizohet nga vlera të larta zbutje dhe sfazimi për të gjithë harmonikat që kanë një pulsim më të ulët se sa një vlerë e përckatuar mirë e njohur si **pulsimi i ndërprerjes së filtrit** $\boldsymbol{\omega_t}$ ***[rad/s]***.

Gjithashtu dhe në këtë rast nga diagrama e Bodes kuptojmë menjëherë sesi, për pulsime të forcës shumë më të larta se $\boldsymbol{\omega_t}$, filtri nuk kryen zbutje të sinjalit dhe nuk prodhon sfazime të mëdha mes inputit dhe outputit, ndërsa për frekuenca të vogla, këndi i fazës rritet me shpejtësi në vlere absolute (në realitet ndryshon nga 0° në -90°) dhe zbutja rritet me një pendencë prej ***20 dB/decade*** (*në rastin e një filtri të tillë, në ndryshim me atë me kalim të poshtëm që në zonën e prerjes, prodhonte një sfazim në vonesë prej (-45°) mes inputit dhe outputit, tani prodhohen kënde faze pozitive duke përcaktuar kështu një paraprirje në përgjigje prej (+45°)*).

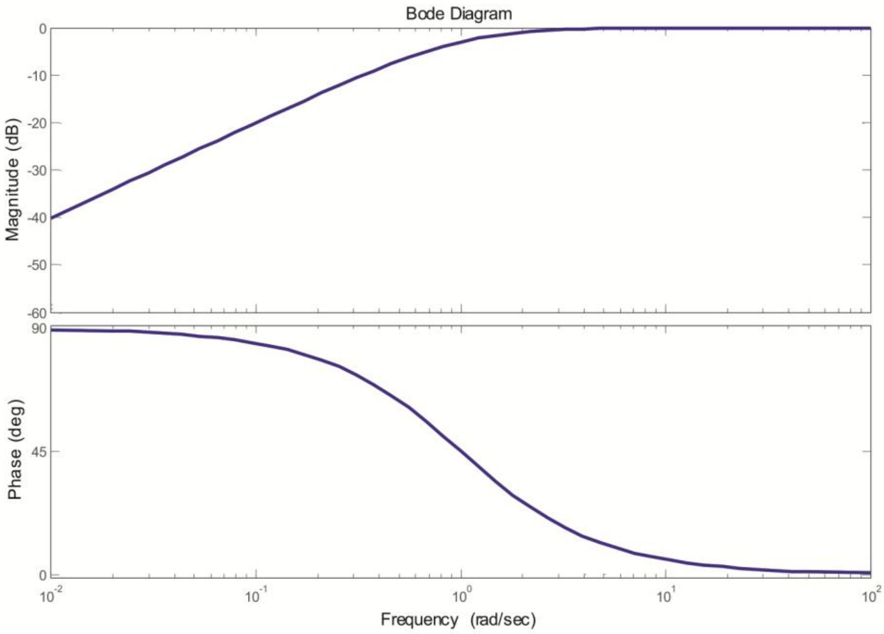


Fig 5.7: **Diagrama e Bodes së filtrit me Kalim të Sipërm të përshkruar në Fig. 5.6**

Duke qenë se kemi përdorur për thjeshtësi një konstante kohe $\boldsymbol{\tau}$ unitare, pulsimi korrespondues i ndërprerjes $\boldsymbol{\omega_t}$ (*i barabartë me reciprokun e* $\boldsymbol{\tau}$) rezulton dhe ai unitarë, si kuptohet dhe nga diagrama e Bodes e **Fig. 5.7**.

Në grafikët e **Fig. 5.8** dhe **5.9** mund të kostatojmë menjëherë se si sinjale me frekuencë më të lartë se ajo e ndërprerjes janë riprodhuar mjaft mire nga filtra (*pra me vlera të vogla sfazimi dhe zbutje*), ndërsa harmonikat (frekuencat) më të ulta zbuten shumë dhe pësojnë dhe një "paraprirje" (*sinjali që filtrohet, përveç që shfaq amplitudë shumë të reduktuar, manifeston dhe një sfazim domethënës në paraprirje në respekt me sinjalin në hyrje*).

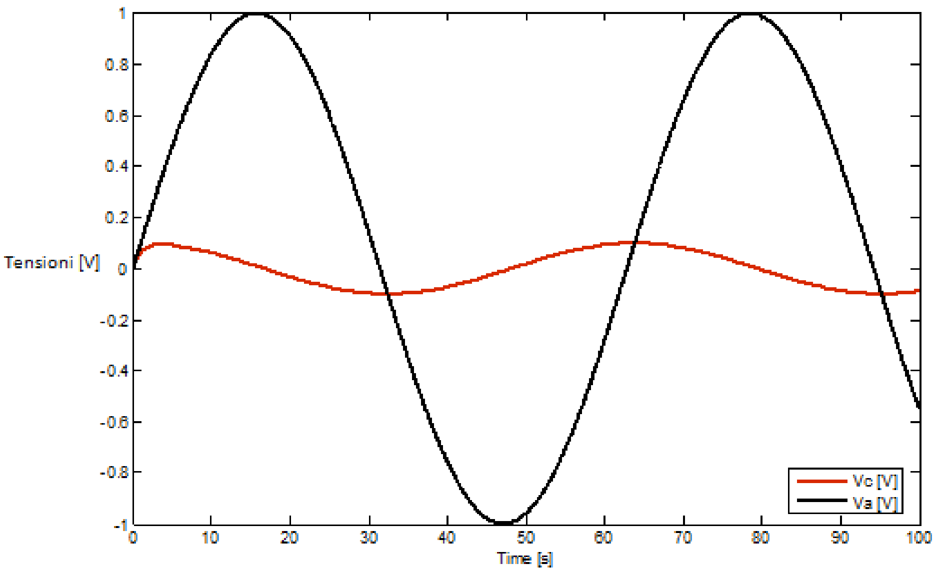


Fig 5.8: **Përgjigja e një filtri me Kalim të Sipërm me τ = 1 dhe një forcë me ω = 0.1 rad/s**

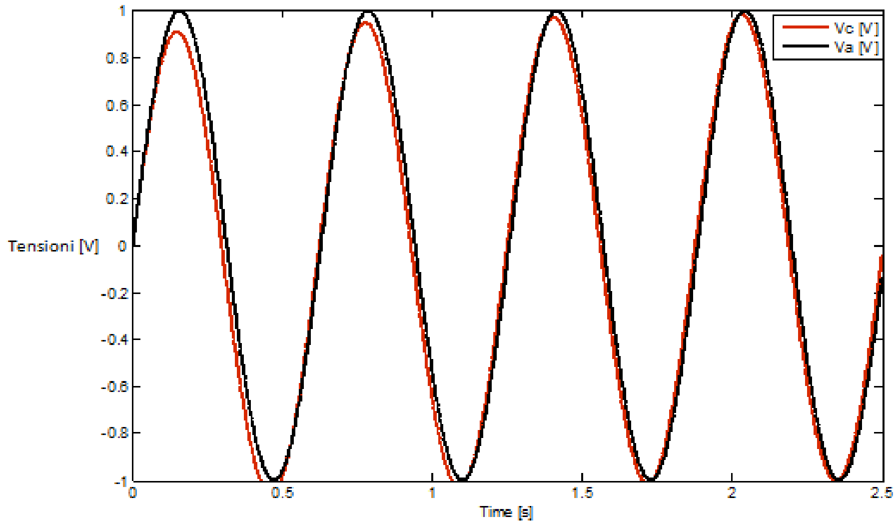


Fig 5.9: **Përgjigja e një filtri me Kalim të Sipërm me $\tau = 1$ dhe një forcë me $\omega = 10$ rad/s**

Kjo që u paraqit deri tani mbi filtrat, nuk duhet të na çojë të mendojmë në mënyrë të gabuar se këto lloj sistemesh përgjigjen në mënyrë tërësisht jo të njësojtë me ato të para me pare[15]. Duke dashur për shembull që të analizohet Përgjigjja dinamike e një filtri me kalim të poshtëm RC në rastin e një hyrje në tension të shkallëzuar, vërehet menjëherë se si ky ashtu si dhe u parashikonte përgjigjet me ecurinë tipike eksponenciale të parë dhe më parë.

Kjo përgjigje dinamike nuk duhet të na habisë (*mbi të gjitha, modeli në shqyrtim mbahet nga një ekuacion diferencial linear i gradës së parë me koeficientë kostantë, tërësisht i njëjtë me modelet termodinamikë të termometrit dhe të motorit elektrik*). Nëse duam të shtrijmë më tej këtë analizë mund të përdoret dhe verifikimi analitik i grafikut të **Fig. 5.10** nëpërmjet aplikimit të **teoremës së vlerës fillestare dhe finale** e paraqitur në fund të këtij kapitulli.

[15] Veprimi i filtrimit selektiv të frekuencave nuk është veçori e vetëm modelit në shqyrtim por është dhe detyrim i përbashkët i të gjithë sistemeve të karakterizuara nga modele të gradës së parë mjafton që të dimë se ku nevoitet leximi i sinjalit te "duhur". Duke ushqyer modelin termik të termometrit (Kapitulli 3) me një sinjal monokromatik me amplitudë konstante (pra me një temperaturë T_e me ecuri sinusoidale në një frekuencë të dhënë) është e mundur që të vërejmë lehtësisht sesi, në temperaturën e brendshme T_i, mund të hasen ecuri të ngjashme me ato të verejtura në filtrin me kalim të ulët; ndërsa, duke analizuar evoluimin e ndryshimit të temperaturës së brendshme dT_i/dt në funksion të së njëjtës forcë sinusoidale T_e, mund të verifikohet se si kjo pasqyron sjelljen tipike të një filtri me kalim të sipërm.

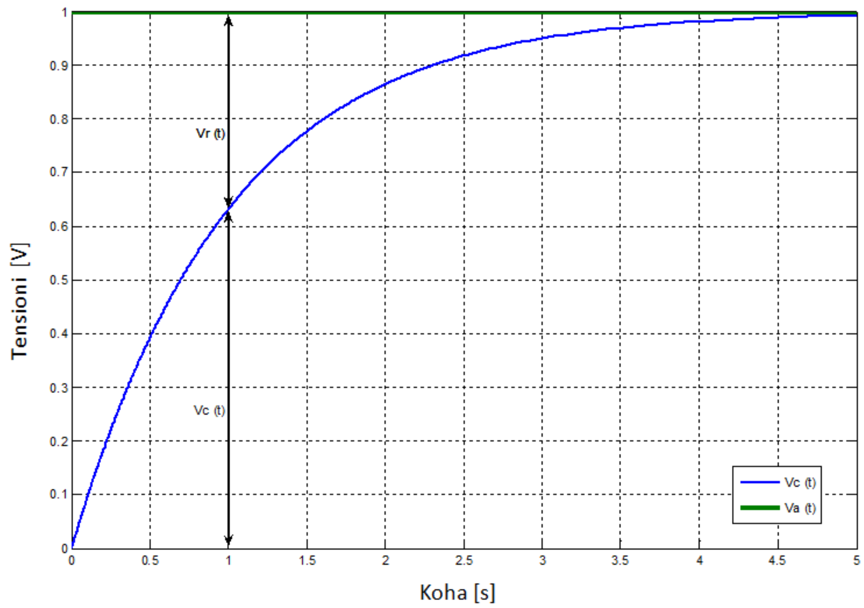


Fig. 5.10: **Përgjigja dinamike V_c/V_a ndaj një force të shkallëzuar me amplitudë V_a në rastin e një filtri me kalim të ulët dhe konstante karakteristike kohore $\tau = 1$**

Përsa i përket teoremës së vlerës fillestare, dimë që:

$$\lim_{t \to 0} V_c(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot \overline{V_c}$$

Atëherë, duke i zëvendësuar Transformatave të Laplasit të përgjigjes dinamike prodhimin e F.d.T. me transformatën e forcës dhe duke bërë kalimet e duhura analitike (të përshkruara me poshtë) nxjerim:

$$\lim_{s \to \infty} \frac{\overline{V_a}}{\tau s + 1} = \lim_{t \to 0} \frac{\overline{V_a}}{\infty} = 0$$

Kështu, në mënyrë koherente me ecurinë e simuluar në figurë, marrim një tension fillestar zero në morsetat e kondensatorit dhe si konseguencë, duke kujtuar që V_C është plotësuesi i V_a së V_R, do të marrim gjithashtu një tension në morsetat e rezistencës të barabartë me tensionin e ushqimit.

Ndërsa, përsa i përket Teoremës së vlerës finale, dimë që:

$$\lim_{t \to \infty} V_c(t) = \lim_{s \to 0} \frac{\overline{V_a}}{\tau s + 1} = \overline{V_a}$$

5.1 Teorema e vlerës fillestare dhe finale

Gjithashtu dhe në këtë rast, meqenëse vlera e kërkuar në rrugë analitike përputhet me atë të nxjerë në mënyrë numerike nga modeli, gjejmë përsëri një konfirmim përsa u paraqit deri tani.

Duke rikujtuar atë që sapo u paraqit për F.d.T. mund të shkruajmë:

$$\overline{V_c}(s) = L[V_a] \cdot FdT$$

Funksioni i transferimit vlen:

$$FdT = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Në tabelën e (Transformatave te Laplasit) T.d.L. mund të gjejmë vlerën e transformatës së një funksioni të shkallëzuar me amplitudë V_a si:

$$L[V_a(t)] = \frac{\overline{V_a}}{s}$$

Atëherë, përsa i përket aplikimit të teoremës së vlerës fillestare do të kemi:

$$\lim_{t\to 0} V_c(t) = \lim_{s\to\infty} s \cdot \overline{V_c} = \lim_{s\to\infty} s \cdot \frac{\overline{V_a}}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1} = 0$$

Ndërsa, në rastin e teoremës së vlerës finale, duke ju referuar gjithnjë konsideratave të bëra për F.d.T. dhe për T.d.L. e V_a mund të gjejmë sa vijon:

$$\lim_{t\to\infty} V_c(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot \overline{V_c} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{\overline{V_a}}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1} = \overline{V_a}$$

6. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "Qarku RL"

Në këtë kapitull do të analizohet një problem tjetër interesant elektroteknik i cili ka një dinamikë të gradës së 1°, bëhet fjalë për përgjigjen në korrent dhe tension të një qarku në seri RL me komponent diskret i ngacmuar në morseta nga një tension sinusoidal me amplitudë V_a dhe frekuencë ω [rad/s] të njohura.

V_a = Tensioni i ushqimit të qarkut (*input i sistemit*) [V]

V_R = Tensioni në dalje të morsetave të rezistencës (*output i sistemit*) [V]
V_L = Tensioni në dalje të morsetave të induktorit (*output i sistemit*) [V]
i = Korrenti që qarkullon në qark [A]
R = Rezistenca e qarkut [Ω]
L = Induksioni i qarkut [H]

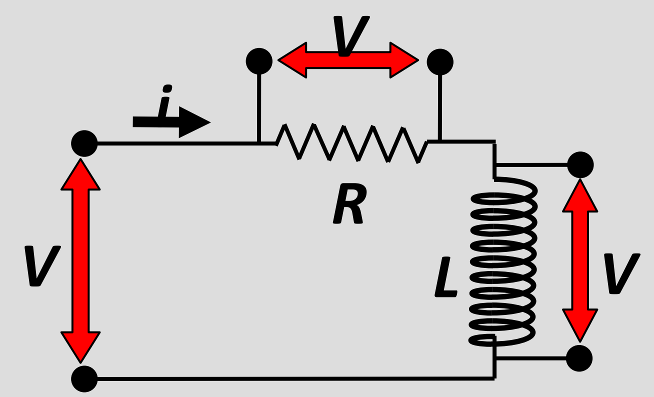


Fig 6.1: **Paraqitja skematike e sistemit fizik në shqyrtim**

Qarku në shqyrtim është i përbërë nga një rezistencë dhe nga një induktor të vendosur në seri; për thjeshtësi do të supozojmë që të **gjithë termat rezistiv të qarkut të jenë përqendruar në rezistencë dhe të gjithë ato induktiv të jenë përqendruar në solenoid** (*në këtë mënyrë mund të neglizhojmë rezistencën e përcjellësve*).
Tensioni V_a i aplikuar në morsetat e serisë, indukton një fluks korrenti brenda qarkut; ky korrent, duke përshkuar elementët e serisë, gjeneron rënie tensioni të përcaktuara nga formulat më poshtë:

$$V_R = R \cdot i \quad ; \quad V_L = L \cdot \frac{di}{dt} \qquad \textbf{(6.1)}$$

Shuma e rënieve të tensionit të prodhuar nga rezistenca dhe nga induktiviteti duhet të ekuilibrojë tensionin e forcës V_a sipas formulës si vijon:

$$V_a = V_R + V_L = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \qquad \textbf{(6.2)}$$

Si është parë dhe më parë, është e mundur të analizohet tani dinamika e sistemit në funksion të korrentit elektrik që e përshkon; nga ku do të kemi:

$$\frac{d}{dt}i(t) = \frac{1}{L}\left[V_a(t) - R \cdot i(t)\right] \qquad \textbf{(6.3)}$$

Nga (6.3), duke izoluar termat konstant dhe ato të forcës (pra tensionin e ushqimit V_a), mund të kuptojmë strukturën e skemës me blloqe elementare korresponduese dhe duke aplikuar transformatën e Laplasit të gjejmë Funksionin e Transferimit (F.d.T.) e cila do të jetë:

$$\left(R + L \cdot s\right) \cdot \bar{i} = \overline{V_a} \qquad \textbf{(6.4)}$$

Ose:

$$F.d.T. = \frac{\bar{i}}{\overline{V_a}} = \frac{1}{L \cdot s + R} = \frac{1/R}{\left(L/R\right) \cdot s + 1} = \frac{K_0}{\tau \cdot s + 1} \qquad \textbf{(6.5)}$$

Gjithashtu dhe në këtë rast, mund të gjejmë formulimin e F.d.T. ku në emërues del ***Përfitimi Statik*** i sistemit (pra, koeficienti i proporcionalitetit që në kondita stacionare lidh inputin e modelit me outputin e tij korrespondues) ndërsa, në numërues gjendet ***Ekuacioni Karakteristik*** (polinomi që karakterizon përgjigjen dinamike të sistemit përgjatë evoluimit të tranzitorit [16] të tij). Mund të verifikohet si në kapitullin e mëparshëm se nga pikëpamja dimensionale raporti mes induktivitetit $\boldsymbol{L}$ dhe rezistencës $\boldsymbol{R}$ i korrespondon pikërisht një kohe (**konstanten e kohës $\boldsymbol{\tau}$ të sistemit**).
Modeli në Matlab - Simulink do të jetë:

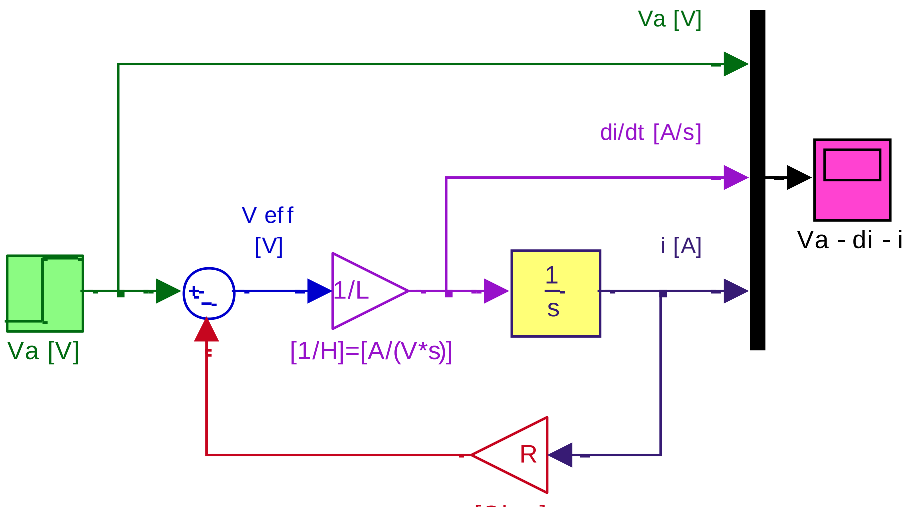


Fig 6.2: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (6.3)**

Përgjigjja e sistemit RL ndaj një tensioni ushqimi të shkallëzuar V_a = 1 [V], në rastin e një rezistence R = 1 [Ω] dhe induktance L = 1 [H], ka një ecuri si në figurën[17] më poshtë:

[16] Zgjidhja analitike e ekuacionit karakeristik, e marë përmes Transformatave të Laplasit pra e përcaktur në bashkësinë e frekuencave dhe identifikimi konseguent i rrënjës s të saj, na lejon që të arrihet lehtë në zgjidhjen analitike të saj në bashkësinë e kohës (pra në zgjidhjen, në formë të mbyllur të problemit).

[17] Duke dashur që të ballafaqohet në mënyrë korrekte evoluimi i përgjigjes dinamike i një sistemi me forcën që vepron mbi të, është e nevojshme që të shprehen të dy madhësitë në njësi matëse koherente (pra si inputi ashtu dhe outputi duhet të jenë në të njëjtën madhësi dimensionale).

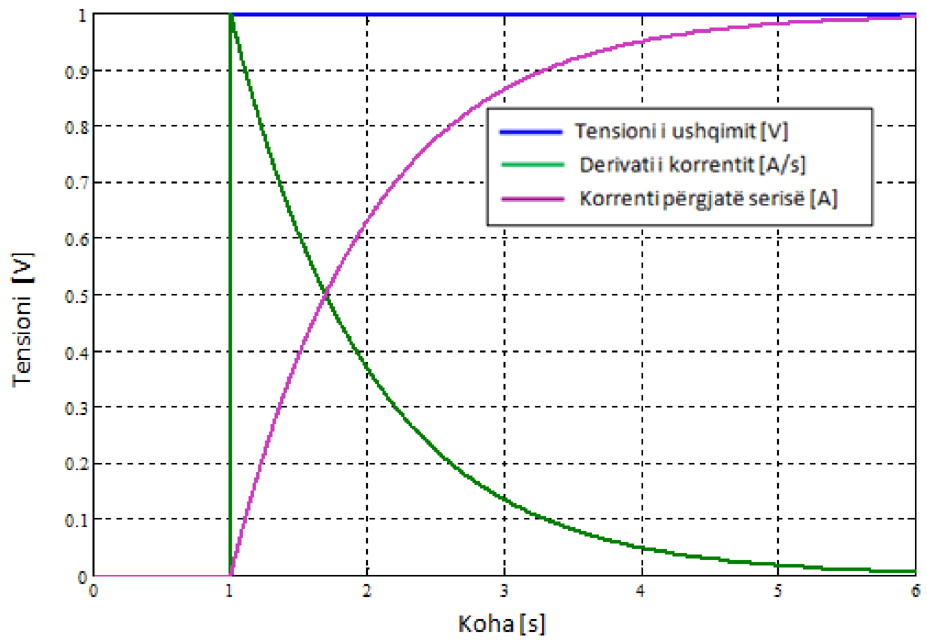


Fig 6.3: **Ecuria kohore e korrentit dhe e derivatit të tij në funksion të V_a**

Në vazhdimësi do të analizohet ajo çfar ndodh kur meret si output i sistemit tensioni V_R, i matur mes morsetave të rezistencës R, si dhe tensioni V_L i matur mes morsetave të solenoidit L; të gjithë konsideratat në vazhdim janë bërë për të vërtetuar aftësinë e qarkut RL për të operuar një "***filtrim selektiv***" mbi forcën që vepron duke prodhuar në dalje përgjigje me karakteristika të ndryshme në varësi të frekuencës së ngacmimit.
Duke dashur të shkruajmë ekuacionin (6.2) në funksion të tensionit V_L, të matur në morsetat e vendosur në dy anët e solenoidid, marrim relacionin në vazhdim:

$$V_a = V_R + V_L = R \cdot i + L\frac{di}{dt} \tag{6.6}$$

Por, duke kujtuar që:

$$V_L = L\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad V_L = L\frac{d}{dt}\cdot\frac{V_R}{R} = \tau\cdot\frac{d}{dt}V_R \tag{6.7}$$

Dhe shprehur (6.6) në funksion të tensionit (6.7) marrim:

$$V_a = V_R + \tau\cdot\frac{dV_R}{dt} \tag{6.8}$$

Duke bërë Transformatën e Laplasit të (6.8) kemi:

$$\overline{V}_a = \overline{V}_R \cdot (1 + \tau \cdot s) \tag{6.9}$$

Nga (6.9), mund të nxirret F.d.T. që mund të futet në skemën me blloqe të Simulinkut:

$$F.d.T. = \frac{\bar{V}_R}{\bar{V}_a} = \frac{1}{1 + \tau \cdot s} \tag{6.10}$$

Shihet nga përfundimi jonë se F.d.T. e paraqitur në (6.9) është e njëjtë me atë të (5.6) në kapitullin 5; në këtë mënyrë është e arsyeshme që të presim gjithashtu nëse qarku RL, ushqehet nga një sinjal monokromatik me tension $\boldsymbol{V_a}$, të manifestojë një sjellje prej ***filtri me kalim të ulët*** tërësisht i njëjtë me atë të analizuar për qarkun RC (përveç faktit që në qarkun RC meret si output i sistemit tensioni $\boldsymbol{V_C}$ i matur mes pikave hyrëse dhe dalëse të kondensatorit).
Ndërsa, duke dashur që të shprehim ekuacionin (6.2) në funksion të tensionit $\boldsymbol{V_L}$ do të kemi:

$$V_a = V_L + V_R = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot \int \frac{di}{dt} \cdot dt \tag{6.11}$$

Atëherë, nga (6.11):

$$V_a = V_L + R \cdot \int \frac{di}{dt} \cdot dt = V_L + R \cdot \int \frac{V_L}{L} \cdot dt = V_L + \frac{R}{L} \cdot \int V_L \cdot dt \tag{6.12}$$

Duke aplikuar Transformatat e Laplasit në (6.12), mund të nxjerim F.d.T. e sistemit:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_L \cdot \frac{L/R \cdot s + 1}{L/R \cdot s}$$

Fusim **konstaten e kohës $\boldsymbol{\tau}$ të sistemit** dhe marrim:

$$F.d.T. = \frac{\bar{V}_L}{\bar{V}_a} = \frac{\tau \cdot s}{\tau \cdot s + 1} \tag{6.13}$$

Relacioni (6.13) mund të vendoset menjëherë në diagramën me blloqe Matlab – Simulik si më poshtë:

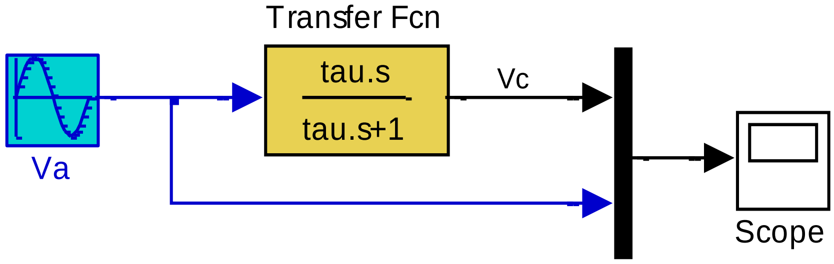


Fig 6.4: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (6.13)**

Dhe në këtë rast, struktura e sistemit është tërësisht identike me atë të nxjerë në kapitullin e mëparshëm për rastin RC që operonte si **filtër me kalim të sipërm**.
Në këtë rast, kur forca (pra, tensioni i ushqimit V_a) ka pulsim ω më të madh se vlera korresponduese e ndërprerjes ω_T (e shprehur në radiant për sekondë dhe e barabartë me inversin e konstantes së kohës karakteristike τ), sinjali në dalje nuk paraqet zbutje ose sfazim të dukshëm; ndërsa nëse forca ka $\omega \ll \omega_T$ dalja do të ketë amplitudë shumë të zbutur dhe do të manifestojë një sfazim të madh paraprirës të sinjalit (për ω që tenton drejt zeros zbutja tenton drejt $-\infty$ ndërsa këndi i fazës ϕ shkon drejt një sfazimi paraprirës prej 90°).

7. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "rotullim me rënie në pikiatë e një avioni"

Në këtë kapitull do të analizohet evoluimi i shpejtësisë së rotullimit që gjenerohet në një avion nën efektin e komandës së dhënë nga lëvizja (antisimetrike) e flatrave; duke dashur për të mos llogaritur efekte të ndryshme që ndërhyjnë, supozojmë që avioni të jetë në kondita pikiate të mirëfilltë[18] me bariqendër ***G*** në aks të rrotullimit.

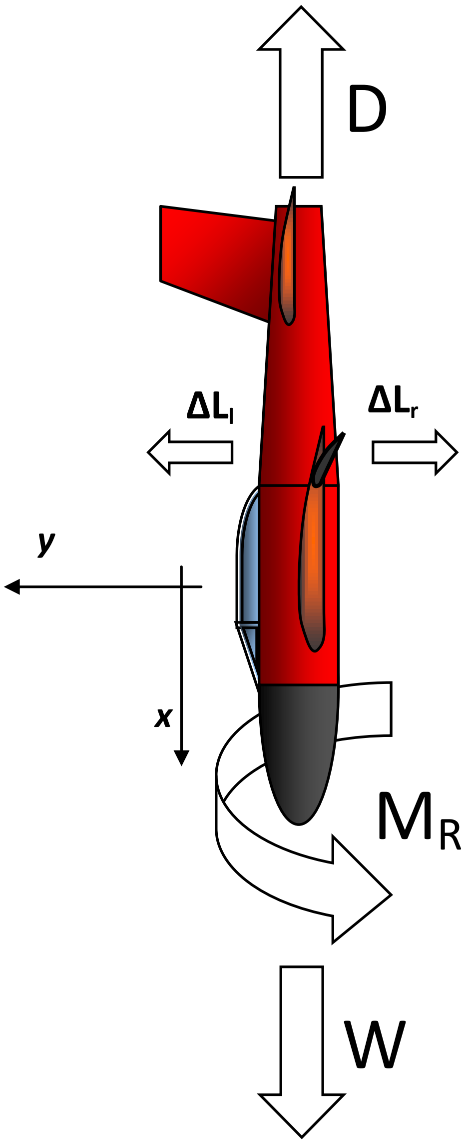


Fig 7.1: **Paraqitja skematike e sistemit fizik në shqyrtim**

Në këto kondita pozicioni i avionit, tërësisht në pikiatë drejt tokës, "fluturon" me shpejtësi ***V*** paralel me vertikalen lokale; nga analiza e skemës së paraqitur në **Fig. 7.1** kuptohen menjëherë forcat dhe momentet që udhëheqin këtë fenomen.

Forca peshë ***W*** është në një linjë me shpejtësinë ***V***, kështu që **forca ngritëse** ***L*** e prodhuar nga sipërfaqet aerodinamike, rezulton në **tërësi** e barabartë me zero (pikërisht, kjo nuk duhet të kundërshtojë asnjë forcë në drejtimin ***y***); në këtë mënyrë avioni gjendet, në kondita fluturimi të karakterizuara nga një ***kënd pozicioni*** α_0 (këndi i pozicionit të forcës ngritëse zero), **shtytje** ***T*** **zero** dhe **forcë peshe** ***W*** të ekuilibruar nga **rezistenca aerodinamike** ***D***.

Përpara se të shkruajmë modelin matematik është e nevojshme që të bëhen hipotezat thjeshtësuese të rastit dhe të përcaktohen konditat e nevojshme kufitare; në veçanti supozohet që momenti i rotullimit MR i prodhuar nga përthyerja antisimetrike δe e flatrave vlen:

$$M_R = \frac{1}{2}\rho \cdot S \cdot l \cdot c_p \cdot \delta_e \cdot V_\infty^2 = K \cdot \delta_e \qquad \textbf{(7.1)}$$

Ku:

P = Dendësia e ajrit (*e supozuar konstante*) [kg/m^3]

S = Sipërfaqja e krahut [m^2]

l = Gjysëm gjatësia e krahut [m]

c_p = koeficienti i momentit të rrotullimit [#]

V_∞ = Shpejtësia relative [m/s]

---

[18] Do të analizojmë rastin e pikiatës së mirëfilltë sepse në këto kondita fluturimi, të lidhura me lindjen e një force ngritëse të përgjithshme nule, përthyerja diferenciale e flatrave që shoqëron futjen në manovër nuk prodhon lindjen e një momenti ulje anësore të kundërt dhe modifikimin e këndit të rrëshqitjes këndore të avionit dhe nuk fut një komponent shtesë force në drejtimin y.

Duke analizuar skemën e **Fig. 7.2** mund të gjejmë ekuacionin e ekuilibrit dinamik të avionit rreth aksit të rotullimit (të supozuar që përputhet me një nga akset qëndrore kryesore të inercisë).

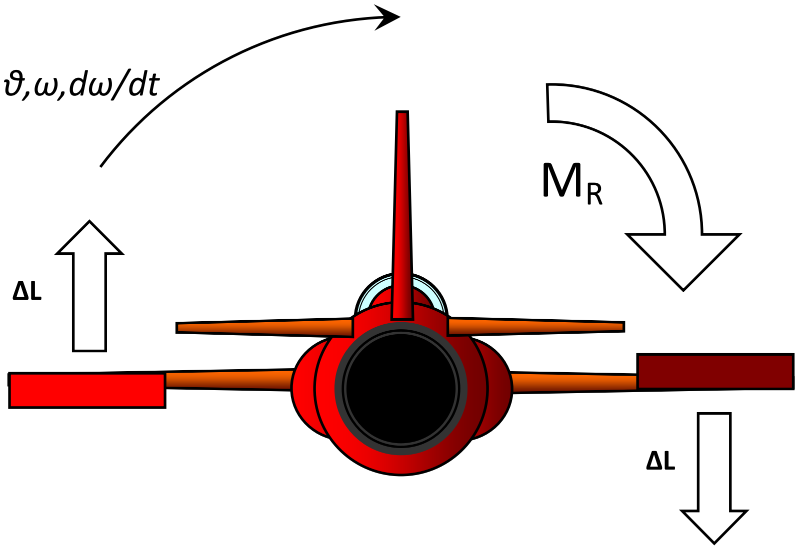


Fig 7.2: **Paraqitja skematike e forcave dhe momenteve që veprojnë mbi dinamikën e rotullimit të avionit**

Duke përcaktuar si ***J*** momentin e inercisë së avionit në respekt me aksin e rotullimit [$kg{\cdot}m^2/rad$] dhe $\boldsymbol{C_R \cdot \omega}$ momentin aerodinamik zbutës [$N{\cdot}m$], mund të gjejmë ekuilibrin e momenteve rreth aksit ***x***:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} + C_R \cdot \omega = M_R = K \cdot \delta_e \qquad \textbf{(7.2)}$$

Me kalime të thjeshta marrim:

$$\frac{J}{K} \cdot \dot{\omega} + \frac{C_R}{K} \cdot \omega = \delta_e \qquad \textbf{(7.3)}$$

Duke aplikuar T.d.L. në formulën (7.3) do të marrim F.d.T. që duhet vendosur në Matlab-Simulink:

$$F.d.T. = \frac{\overline{\omega}}{\overline{\delta}_e} = \frac{K/C_R}{(J/c_R) \cdot s + 1} \qquad \textbf{(7.4)}$$

Nga (7.4) nxjerim menjëherë skemën me blloqe të mëposhtme:

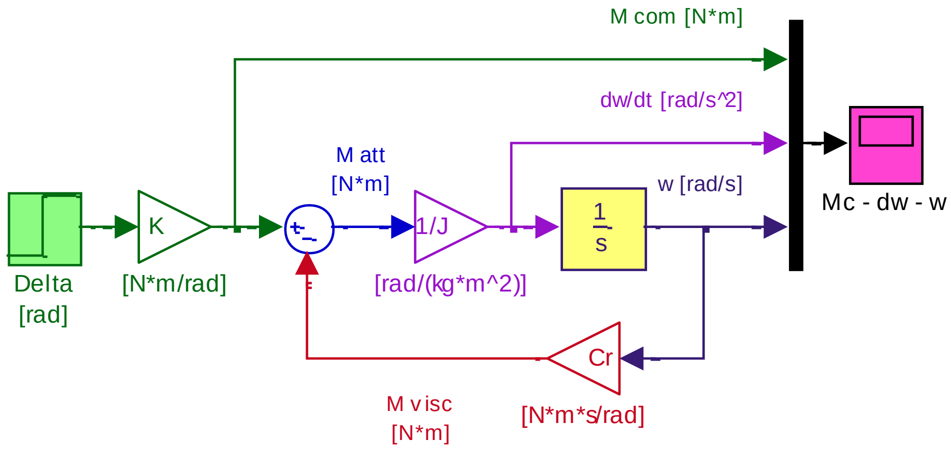


Fig 7.3: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (7.2)**

Përgjigjja e avionit ndaj një përthyerje antisimetrike "të shkallëzuar" të flatrave, në rastin e $\boldsymbol{J} = 1$ [$kg{\cdot}m^2/rad$] dhe $\boldsymbol{C_r} = 1$ [$N{\cdot}m{\cdot}s/rad$] paraqitet në grafikun e mëposhtëm:

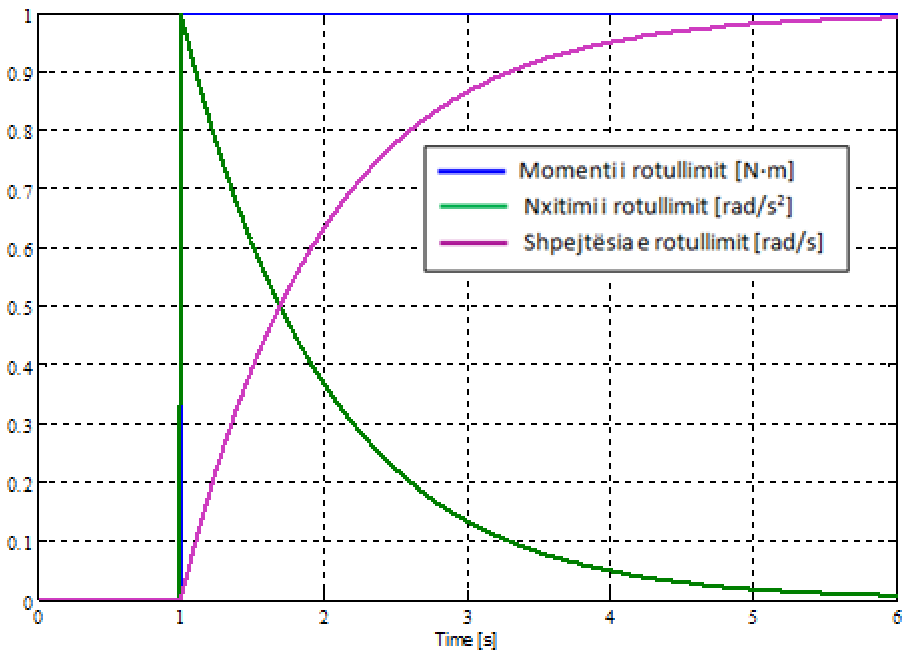


Fig 7.4: **Ecuria e shpejtësisë dhe e nxitimit të rotullimit në funksion të kopjes së prodhuar**

8. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "xhunto viskoze lineare"

Është e mundur që të realizohen xhunto të afta për të transmetuar nga një bosht në hyrje në një tjetër në dalje momente proporcionale me diferencën mes shpejtësive këndore të dy boshteve (kështu pra të karakterizuar nga një sjellje tipike "viskoze-lineare"), duke përdorur principe funksionimi të ndryshme. Në këtë kapitull do të analizojme xhuntot oleoviskoze dhe elektroviskoze, që janë dy dispozitivë që hyjnë në kategorinë e përmendur më sipër, duke i diskutuar aftësitë dhe karakteristikat që i dallojnë!

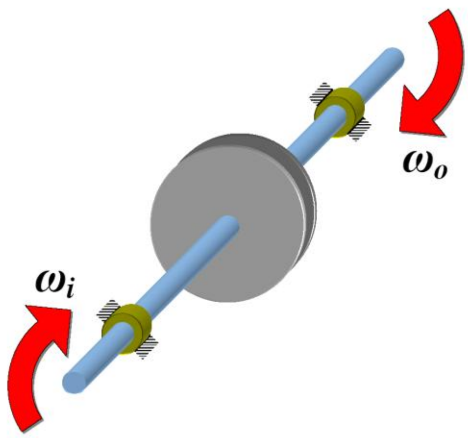


Fig 8.1: **Paraqitje kualitative e një xhuntoje viskoze**

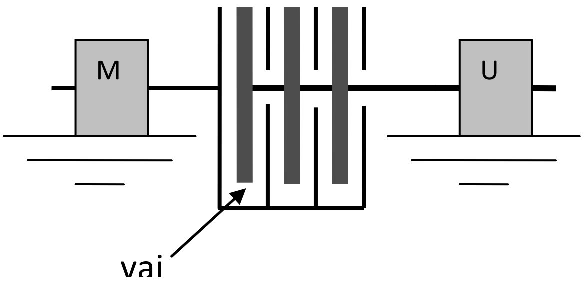


Fig 8.1': **Paraqitje skematike e një xhuntoje oleoviskoze**

Xhuntoja oleoviskoze realizohet duke alternuar mes tyre disqe që janë solid me boshtin në hyrje me disqe që janë solid me boshtin në dalje. Theksohet gjithashtu dhe fakti që disqet nuk janë direkt në kontakt mekanik por një shtresë e hollë vaji ndodhet mes tyre duke lejuar, për efekt të viskozitetit të tij transmetimin e momentit mes dy boshteve. Pikërisht, nëse mes boshteve, pra mes disqeve ekziston një shpejtësi diferenciale $[\omega_M - \omega_U]$ (gërma "M" i referohet motorit dhe "U" i referohet përdoruesit), që vepron mbi çdo pjesë elementare disku të vendosur përballë njëri tjetrit prodhon një tension tangjencial që vjen nga viskoziteti i fluidit dhe që është direkt proporcional me viskozitetin dinamik μ dhe me shpejtësinë diferenciale që vepron, ndërsa është proporcionalisht i kundërt me distancën mes disqeve; si tregohet nëse integrojmë mbi spesorin e pjesës me vaj dhe të tërë sipërfaqen që ballafaqohet mes disqeve, ligjin i fluidodinamikes viskoze $\tau = \mu \cdot du/dy$, ku ***du*** është diferenca e shpejtësisë mes dy shtresave në kontakt të fluidid të vendosura në një distancë ***dy***.

Në këtë mënyrë është e mundur që të konfirmojmë, se **momenti i transmetuar** përmes xhuntos (*pra, integrali, i shtrirë në sipërfaqen e disqeve τ e shumëzuar për krahët relativ të matur në respekt me aksin e rrotullimit*) rezulton proporcional me diferencën mes shpejtësive këndore të dy akseve (*shpejtësi diferenciale*); drejtimi i mometit që vepron mbi secilin nga dy boshtet është gjithmonë në të kundërt të drejtimit të shpejtësisë këndore relative të marrë si diferencë mes shpejtësisë këndore të boshtit ku vepron ky moment dhe shpejtësisë këndore të boshtit tjetër.

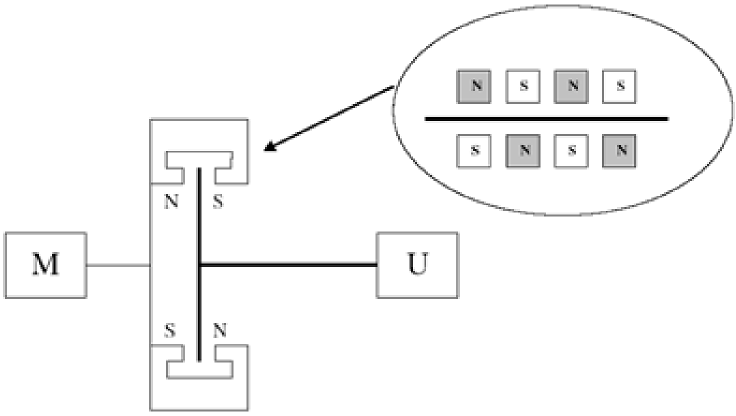


Fig 8.2: **Paraqitje skematike e një xhuntoje elektroviskoze**

Xhuntoja elektroviskoze e skematizuar në Fig. 8.2, është realizuar duke fiksuar një seri magnetësh të vegjël permanent në një kupolë mbajtëse që është solide me një nga dy boshtet e xhuntos; magnetët janë të vendosur mes tyre me pole të alternuara. Mes poleve magnetikë është futur një disk prej materiali me përçueshmëri të lartë elektrike (për shembull Al) i fiksuar me boshtin tjetër që përbën xhunton. Nëse mes dy boshteve, ekziston një shpejtësi këndore diferenciale jo nule, çdo element i diskut i nënshtrohet për efekt të lëvizjes relative të magnetëve një force induktiviteti magnetik të ndryshueshme në kohë dhe për këtë arsye lindin korrente të induktuara të Foucault në disk; këto korrente janë proporcionalë me derivatet kohore të flukseve të induktimit magnetik që janë të lidhur me diskun dhe që gjithashtu nga ana e tyre janë proporcional me shpejtësinë këndore diferenciale. Prodhimi i fluksit të induksionit magnetik (që është një konstante) me korrentet e Foucault (që ndryshojnë në mënyrë proporcionale me shpejtësinë diferenciale) është gjithashtu proporcional me momentin e shkëmbyer mes dy boshteve; në këtë mënyrë mund të konfirmojmë se përmes xhuntos transmetohet një moment proporcional me shpejtësinë këndore diferenciale mes dy boshteve (me të njëjtat konvencione shenjash të para në rastin e xhuntos oleoviskoze). Sjellja dinamike e këtyre dy familjeve xhuntosh është e njëjtë dhe prodhon një moment të tipit viskoz (pra gjithmonë proporcional me shpejtësinë këndore diferenciale dhe me drejtim të tillë që të kundërshtojë vetë këtë shpejtësi).

Shembull: nëse njëri nga boshtet rrotullohet me shpejtë se tjetri, momenti viskoz do të rezultojë frenues mbi boshtin më të "shpejtë" dhe tërheqës në atë më të "ngadaltë" (si shihet qartë nga **Fig. 8.3**):

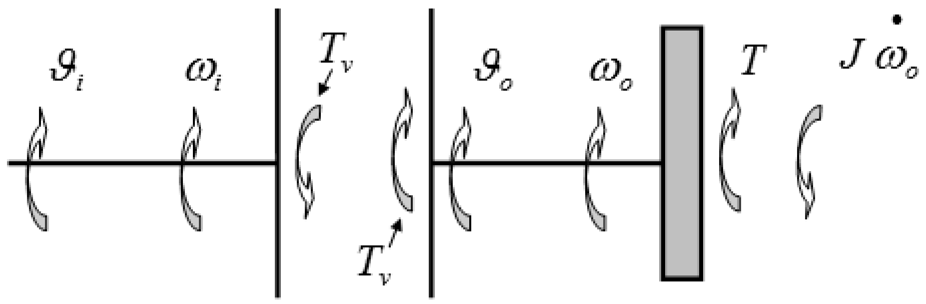


Fig 8.3: **Diagrama e trupit të "lirë" që i përket momenteve që veprojnë mbi sistem**

Fig. 8.3 paraqet gjithashtu dhe konvencionet e shenjave sipas së cilave meren pozitive pozicionet, shpejtësitë këndore dhe momentet. Modeli mekanik funksional i sistemit përbëhet nga një bosht në hyrje i karakterizuar nga një pozicion këndorë ϑ_i dhe shpejtësi këndore ω_i, mbi të cilën vepron një moment viskoz T_v,vërehet menjëherë në këtë rast, që zgjidhja e problemit nuk kërkon vendosjen e ekuacioneve të ekuilibrit dinamik që i përkasin boshtit në hyrje, kështu që specifikimi i orientimit pozitiv të marrë për T_v dhe e aplikuar me të është jo i nevojshëm, por përcaktimi i saj është në relacion me atë të ngjashëm të drejtimit pozitiv të T_v që për reaksion do të i aplikohet boshtit në dalje si do të shihet më pas, dhe nga një bosht në dalje, i cili është në një trup të vetëm me një volan që ka një moment inertësie J, ka një pozicion këndorë ϑ_o dhe që ka një shpejtësi këndore ω_o tek i cili veprojnë momentet si vijon: momenti i jashtëm T, momenti i inertësisë $J\dot{\omega}_o$ dhe momenti viskoz T_v që i aplikohet përmes xhuntos që në këtë rast janë të nevojshëm që të gjenden sepse në këtë element do të vendoset ekuacioni i ekuilibrit i përcaktuar si:

$$T_v = C(\omega_i - \omega_o)$$

Ku C është konstantja viskoze karakteristike e xhuntos. Nxjerim ekuacionin e ekuilibrit dinamik të boshtit dalës të xhuntos dhe të volanit të tij të shprehur në terma shpejtësie këndore ω:

$$T + C(\omega_i - \omega_o) - J\dot{\omega}_o = 0 \quad \textbf{(8.0)}$$

Duke dërguar në të majtë të ekuacionit të mësipërm të gjithë hyrjet (T, ω_i) dhe në të djathtë të gjithë termat që i përkasin daljes së sistemit (ω_o dhe derivatet) do të kemi:

$$T + C\omega_i = J\dot{\omega}_o + C\omega_o \quad \textbf{(8.0')}$$

Nëpërmjet transformatave të Laplasit marrim:

$$\overline{T} + C\overline{\omega_i} = (Js + C)\overline{\omega_o}$$

Nëse duam të arsyetojmë në terma pozicioni këndorë ϑ (ku natyrisht $\omega = \dot{\vartheta}$ dhe $\dot{\omega} = \ddot{\vartheta}$) ekuacioni i ekuilibrit paraqitet në formën:

$$T + C\dot{\vartheta}_i = J\ddot{\vartheta}_o + C\dot{\vartheta}_o \tag{8.1}$$

Në mënyrë të ngjashme duke kaluar në transformatat e Laplasit marrim:

$$\overline{T} + Cs\overline{\vartheta_i} = (Js + C)s\overline{\vartheta_o}$$

Nga ku kuptohet F.d.T. me dy hyrje T, ω_i dhe dalje ω_o vërehet ka karakteristikat e ekuacionit të gradës së parë:

$$\overline{\omega_o} = \frac{\overline{T} + C\overline{\omega_i}}{Js + C}$$

Mund dhe të kuptohet dhe një F.d.T. me dy hyrje T, ϑ_i dhe dalje ϑ_o e cila gjithashtu ka një dinamikë të gradës së parë (emëruesi në s^2 nuk duhet të na ngatërrojë sepse mungesa e termit në s^0, pra atij konstant, bën të mundur vënien në evidencë të një s që shpreh faktin fizik sipas të cilit, në një dinamikë të gradës së parë të sistemit që përfaqësohet nga kllapat (Js + c) në emërues, i asocohet një faktor s integrativ që është i limituar për ti dhënë $\bar{\vartheta}_o$ domethënien dhe për të dhënë vlerën e $\bar{\omega}_o$, ku pikërisht vërehet që $\overline{\omega_i} = s\overline{\vartheta_i}$ dhe $\overline{\omega_o} = s\overline{\vartheta_o}$):

$$\overline{\vartheta_o} = \frac{\overline{T} + Cs\overline{\vartheta_i}}{(Js + C)s} \tag{8.2}$$

Nëse duam të shprehim funksionet e transferimit të para më sipër në terma konstante kohore τ [s] që karakterizon sistemin e gradës së parë në shqyrtim, duhet të pjestojmë emëruesin dhe numëruesin me C nga ku marrim:

$$\overline{\omega_o} = \frac{(\overline{T}/C) + \overline{\omega_i}}{(J/C)s + 1} \qquad \text{ose} \qquad \overline{\vartheta_o} = \frac{(\overline{T}/C) + s\overline{\vartheta_i}}{[(J/C)s + 1]s}$$

Nga ku rezulton të jetë τ = J/c konstantja e kohës. Është e mundur që të formulohet ky funksion transferimi dhe me një hyrje θ_i dhe dalje ω_o ose me hyrje ω_i dhe dalje θ_o si vërehet në ekuacionet më poshtë:

$$\overline{\omega_o} = \frac{(\overline{T}/C) + s\overline{\vartheta_i}}{(J/C)s + 1} \qquad \text{ose} \qquad \overline{\vartheta_o} = \frac{(\overline{T}/C) + \overline{\omega_i}}{[(J/C)s + 1]s}$$

Duke dashur të ndërtojmë diagramën me blloqe të sistemit tonë, si gjithmonë shkruajmë ekuacionin tonë duke evidentuar termin me derivat maksimal, nga (8.0ʿʿ) marrim:

$$\dot{\omega}_0 = [(T/C) + \omega_i - \omega_0]\frac{C}{J} \tag{8.3}$$

Pra:

$$\dot{\omega}_0 = \frac{(T + C \cdot \omega_i - C \cdot \omega_0)}{J} \tag{8.4}$$

Si në paragrafet më parë, do të vazhdohet me analizën e sistemit duke shqyrtuar përgjigjen dinamike që ai prodhon në kondita të dhëna funksionimi, duke u nisur nga modeli numerik i realizuar në Simulink:

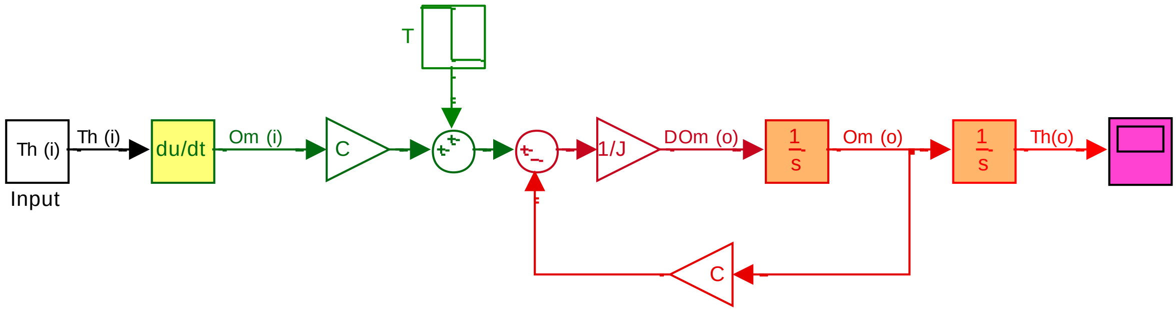


Fig 8.4: **Modeli Simulink i xhuntos elektroviskoze**

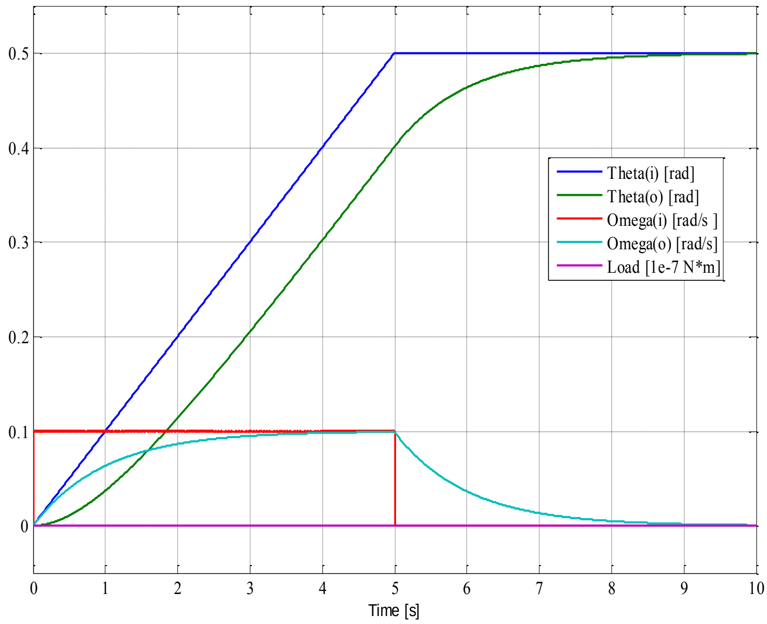


***Fig 8.5:* Përgjigja dinamike e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar në shpejtësi (pra, komandë e pjerrët në pozicion këndorë) me shkuarje në zero për t = 0.5 [s]**

Në rastin e **Fig. 8.5** përshkruhet Përgjigjja e sistemit ndaj aplikimit të një shkalle në shpejtësi mbi boshtin në hyrje të xhuntos e ndjekur nga një shkallë tjetër në shpejtësi e njëjtë me të parën por me shenjë të kundërt e cila shkakton anulimin e komandës (kjo gjë i korrespondon, një komande të pjerrët pozicioni mbi boshtin në hyrje me një shkuarje të dytë në zero të pendencës); Përgjigjja e sistemit paraqitet e karakterizuar nga një ecuri tranzitorësh me formë eksponenciale (pra me ecuri të gradës së parë) drejt një kondicioni në regjim në të cilin shpejtësia këndore në dalje përputhet me atë në hyrje dhe pozicioni këndorë në dalje ndjek me një vonesë atë të hyrjes përgjatë pendencës, ndërsa në pjesët ku pjerrësia është zero pozicionet kanë tendencë të mbivendosen me njëra tjetrën. Duhet ama që të kihet parasysh që pozicionet në hyrje dhe dalje në një sistem që nuk ka fare ngurtësi nuk kanë asnjë lidhje mes tyre; pra nëse i gjithë simulimi të niste me një pozicion $\boldsymbol{\theta_o}$ të ndryshëm nga $\boldsymbol{\theta_i}$ në grafik $\boldsymbol{\theta_o}$ do të rezultonte që të kishte të njëjtën ecuri dhe vetëm i spostuar me një madhësi konstante.

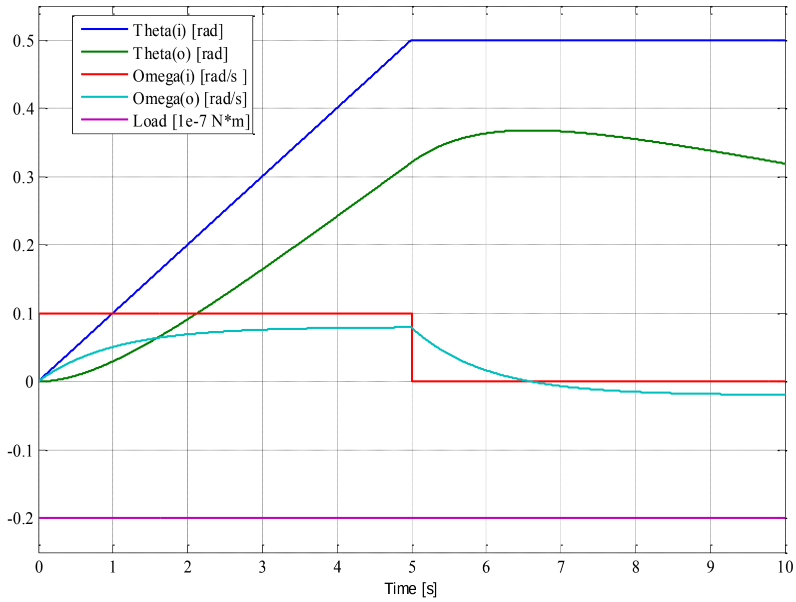


Fig 8.6: **Përgjigja dinamike e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar në shpejtësi me rishkuarje në zero dhe ngarkesë kundërshtuese**

Në rastin e **Fig. 8.6**, analizohet i njëjti kondicion i parë dhe më parë, por duke konsideruar në këtë rast dhe efektin e prodhuar nga një ngarkesë kundërshtuese (pra e kundërt me shpejtësinë e lëvizjes ω_i): Përgjigjja duket e karakterizuar nga një ecuri e njëjtë me rastin më sipër por me vetëm ndryshimin e madh që në regjim shpejtësie përgjigjeje ajo rezulton e spostuar me njëfarë madhësie në respekt me vlerën e ω_i dhe si konseguencë, pozicioni në dalje ndahet nga ai në hyrje me një shpejtësi të barabartë me ***T/C***.

9. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "Trasmisionet hidraulike"

9.1. Xhuntoja hidraulike

Një xhunto hidraulike, është një sistem lidhës i veçantë që përdor prezencën e fluidit për të transmetuar një moment mes dy boshteve koaksial, dhe është e përbërë (Fig. 9.1) nga një pompë P që, duke u rotulluar, nxiton fluidin që futet në rrezen e saj të brendshme dhe del ne rrezen e saj të jashtme. Energjia kinetike e fituar në këtë mënyrë nga fluidi, i jepet një turbine T që është koaksiale me pompën, ku në brendësi të saj, vetë fluidi ngadalson gjatë kalimit nga rrezja e jashtme në atë të brendshme. Meqenëse fluidi kalon direkt nga pompa te turbina dhe anasjelltas, momenti që pompa i transmeton fluidit është ekzaktësisht i njëjti, sido që të jenë konditat e funksionimit në regjim, me atë që fluidi i transmeton turbinës. Madhësia e këtij momenti varet nga prurja e fluidit dhe nga shpejtësia relative ekzistuese mes pompës dhe turbinës.

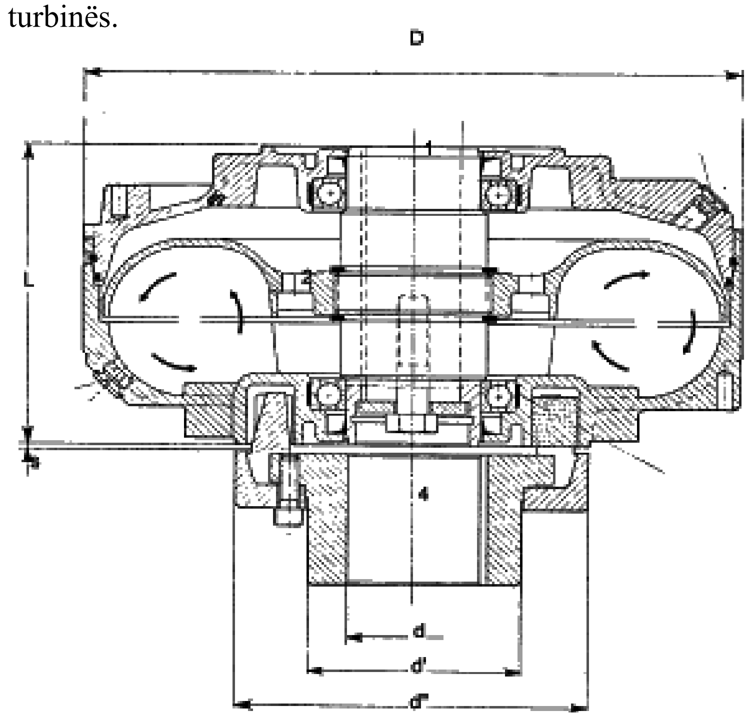


Fig 9.1: **Paraqitje skematike e një xhuntoje hidraulike**

Për të kuptuar më mirë funksionimin e një xhuntoje hidraulike, le të supozohet për shembull që në një konditë si pompa ashtu dhe turbina rotullohen me të njëjtën shpejtësi. Në këto kondita, diferenca e presionit të fluidit mes rrezes së jashtme dhe rrezes së brendshme që ndodh për shkak të fushës vepruese të forcave centrifugale që veprojnë mbi fluidin është e njëjtë si për pompën ashtu dhe për turbinën; kështu që fluidi nuk lëviz mes këtyre elementëve të lidhur dhe momenti i transmetuar si rrjedhojë është zero. Por, nëse turbina rrotullohet me një shpejtësi këndore më të ulët se ajo e pompës, diferenca e presionit që krijohet nga turbina është më i ulët se ajo e krijuar nga pompa; në këtë mënyrë lind një qarkullim fluidi që në rrezen e jashtme kalon nga pompa në turbinë, ndërsa në rrezen e brendshme kalon nga turbina në pompë dhe si konseguencë do të kemi një vlerë jo zero të momentit të transmetuar, një moment i cili ka një intensitet në baraz shpejtësi këndore të pompës, aq më të madh sa më e vogël është shpejtësia këndore e turbinës dhe është në limitin e saj maksimal kur turbina është e ndaluar.

Meqë si u pa, momenti i transmetuar është funksion i shpejtësisë këndore relative, është e nevojshme që të fusim një parametër σ i njohur si rrëshqitje, dhe përcaktohet nga raporti:

$$\sigma = \frac{\omega_p - \omega_t}{\omega_p} \tag{9.1}$$

Ku ω_p dhe ω_t përfaqësojnë respektivisht shpejtësitë këndore të pompës dhe turbinës.

Momenti i transmetuar do të jetë atëherë, për çdo tip xhuntoje funskion i shpejtësisë këndore të pompës ω_p dhe e rrëshqitjes σ. Në bazë të karakteristikave të xhuntove hidraulike të shpjeguara këtu, e kemi tani të mundur të kuptojmë avantazhet e shumta që këto sisteme përfaqësojnë përsa i përket transmetimit të lëvizjes. Para së gjithash mund të vërejmë, që çfarëdo që të jetë tipi i ngarkesës së lidhur në turbinë, momenti rezistent që do të hasë motori solidal me pompën është zero për shpejtësi këndore zero. Kjo gjë i lejon motorit që të arrijë një farë shpejtësie përpara se momenti rezistiv të bëhet domethënës dhe kjo veçori merr një rëndësi të madhe kur ndërvendoset për shembull një xhunto hidraulike mes një motori elektrik dhe një përdoruesi. Në këtë mënyrë reduktohet mjaft vlera e korrentit që thithet në momentet e para të nisjes. Gjithashtu vërehet, se nëse gjatë funksionimit ndodhin ndryshime të shpeshta ngarkese mbi boshtin e komanduar, këto nuk ndihen praktikisht nga motori, por japin si efekt një ndryshim të shpejtë të rreshqitjes dhe si konseguencë një variacion të ngadalshëm të shpejtësisë së motorit. Një vërejtje tjetër është, që vibrimet dhe goditjet që mund të lindin gjatë funksionimit zbuten shumë nga prezenca e fluidit në brendësi të xhuntos dhe në fund mund të themi në rastin kur kemi më shumë motorë në paralel të lidhur në një përdorues të vetëm, arrihet përmes futjes së xhuntove hidraulike në dalje të motorëve të marrrim një ndarje të barabartë ngarkese që vepron mbi to. Është evidente që duke pasur në xhuntot hidraulike transmetim momenti vetëm për vlera jo nule rrëshqitje, motori dhe përdoruesit e lidhur me to nuk mundet kurrë që të kenë të njëjtën shpejtësi këndore.

Meqë pompa dhe turbina që përbëjnë xhunton hidraulike janë përgjithësisht dy makina centrifugale, vlejnë për to, ligjet e ngjashmërisë së turbomakinave, ku momenti i transmetuar nga xhuntoja mund të shprehet si përfundim nga:

$$C_t = K_A \omega_p^2 d^5 \tag{9.2}$$

Ku ω_p përfaqëson shpejtësinë këndore të pompës, d diametrin e jashtëm të saj dhe K_A është një faktor lidhës i matur në [kg s^2/m^4], që mer të njëjtën vlerë për xhunto gjeometrikisht të njëjta dhe për të njëjtën vlerë rrëshqitje. Është e qartë në bazë të konsideratave të bëra më parë që faktori i lidhjes është maksimal kur rrëshqitja σ është = 1 dhe është nul kur σ = 0. Meqenëse për xhuntot hidraulike gjeometrikisht të ngjashme momenti pra dhe fuqia e transmetuar janë proporcional në bazë të (9.2) me diametrin në fuqi të pestë, është evidente që fuqia e transmetuar nga një xhunto hidraulike dyfishohet nëse rriten dimensionet e saj me 15%.

Rendimenti i një xhuntoje hidraulike, i përcaktuar si raporti mes fuqisë në hyrje dhe asaj në dalje të xhuntos, është zero për rrëshqitje unitare meqenëse në këtë rast turbina është e ndalur dhe e gjithë fuqia mekanike e dhënë nga pompa shpërndahet në formë nxehtësie në fluidin përreth dhe rritet me uljen e rrëshqitjes në mënyrë mjaft lineare; është e ditur gjithashtu, që për rrëshqitje nule, rendimenti i xhuntos është përsëri zero meqenëse në këto kondicione anulohet vlera e momentit të transmetuar C_t.

Deri tani i jemi referuar konditave funksionale të xhuntos, në të cilat fuqia transmetohet nga pompa në turbinë, por nganjëherë mund të verifikohen dhe situata të veçanta në të cilat, për efekt të ngarkesave të aplikuara, përdoruesi i lidhur me turbinën nxiton dhe arrin shpejtësi më të larta se ato të motorit. Për funksionime karakteristike të këtyre mbishpejtësive të turbinës, fluidi sillet në xhunto në drejtimin e kundërt me atë normal dhe pompa funksionon kështu si fre duke dhënë një moment frenues aq më të fortë sa më e madhe të jetë diferenca mes shpejtësive këndore të turbinës dhe të pompës.

9.2. Shndërruesi i momentit

Si u pa në paragrafin e mëparshëm xhuntot hidraulike janë përgjithësisht mekanizma automatikë: ndërsa konvertuesit e momentit dhe pse kryejnë të njëjtat funksione të xhuntove hidraulike, diferencohen nga këto të fundit sepse për to vlera e momentit që vepron mbi turbinë është e ndryshme nga ajo e momentit që vepron mbi pompë. Për të marë këtë karakteristikë konvertuesit e momentit paraqesin, së bashku me pompën P dhe turbinën T një stator S i cili ka funksionin e një elementi reaksioni (Fig. 9.3).

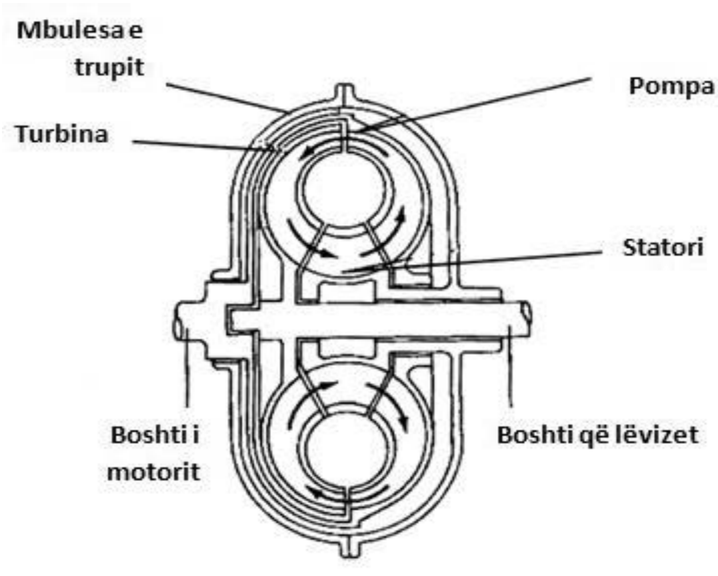


Fig 9.2: **Paraqitje skematike e një konvertuesi momenti**

Meqenëse, në kondita regjimi, shuma e momenteve që veprojnë mbi tre elementët duhet të jetë zero, do të kemi:

$$C_p + C_t + C_s = 0 \tag{9.3}$$

Nga ku del qartë, se është e mundur që të marim një C_t të ndryshëm nga C_p me kushtin që elementi i reaksionit të japë një moment të përcaktuar në intensitet C_S i aftë për të ekuilibruar shumën e dy të parave. Si për xhuntot hidraulike dhe për konvertuesit e momentit përcaktohet rrëshqitja σ përmes raportit:

$$\sigma = \frac{\omega_p - \omega_t}{\omega_p} \tag{9.4}$$

Ku ω_p dhe ω_t janë respektivisht shpejtësitë këndore të pompës dhe turbinës; dhe në këtë rast, momenti që duhet dhënë nga pompa shprehet si:

$$C_p = K_A \omega_p^2 d^5 \tag{9.5}$$

Ku d përfaqëson një dimension karakteristik të pompës (normalisht diametrin e jashtëm) dhe K_A është faktori lidhës i matur në $\{kg\cdot s^2/m^4]$. Ky faktor është funksion i rrëshqitjes dhe i tipit të konvertuesit por, me konvertues gjeometrikisht të ngjashëm dhe në baraz rrëshqitje, ky faktor është i pamvarur nga dimensionet e tyre dhe nga shpejtësia këndore e pompës.
Karakteristikat funksionale të një konvertuesi momenti janë normalisht të prezantuara në këtë mënyrë: pasi është përcaktuar një shpejtësi këndore reference e pompës ω_0, jepen në varësi të saj dy lakore në funksion të raportit mes shpejtësive këndore të turbinës dhe të pompës; e para tregon ecurinë e momentit të dhënë nga pompa (ose faktorin lidhës), ndërsa e dyta karakterizon ecurinë e rendimentit η të konvertuesit (fig. 9.3).

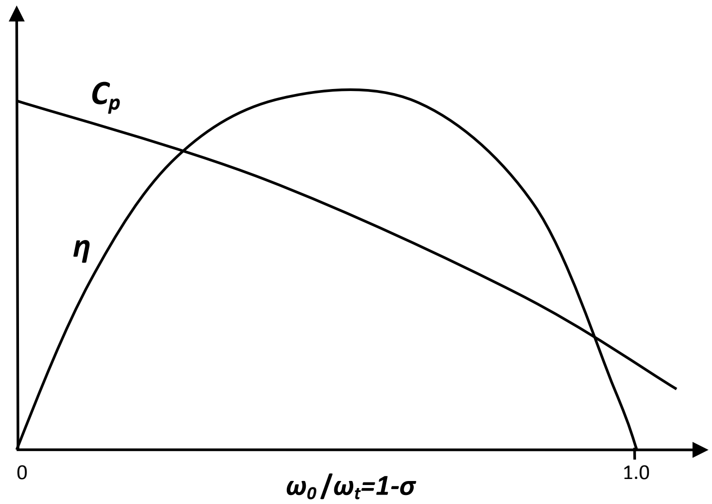


Fig 9.3: **Momenti C_p i dhënë nga pompa dhe rendimenti η i një konvertuesi momenti për një shpejtësi këndore të dhënë ω_0 të pompës**

Kryesisht nga këto dy lakore dhe duke përdorur (9.3) kemi mundësi të përcaktojmë vlerat e momentit që vepron mbi pompë dhe mbi turbinë në të gjithë kondidat e tjera të funksionimit. Në shpejtësinë këndore të referencës ω_0 do të kemi pikërisht:

$$C_t = \eta\ C_p \frac{\omega_p}{\omega_t}$$

Kështuqë nga lakoret C_p dhe të η në funksion të ω_t/ω_p do të kemi vlerën e momentit C_t që vepron mbi turbinë në ato kondita. Nga (9.5) do të kemi gjithashtu që momenti C_p që vepron mbi pompë në një shpejtësi të caktuar këndore ω (të ndryshme nga ω_0) është e lidhur me momentin C_{p0} që vepron mbi vetë pompën në konditat e referencës sipas:

$$C_p = C_{p0}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

dhe një relacion të ngjashëm do të marim për momentin që vepron mbi turbinë.
Nga analizimi i sapo bërë mbi konvertuesit e momentit mund të nxjerim disa përfundime të rëndësishme. Në rallë të parë vërehet se momenti që vepron mbi turbinë është nul kur rrëshqitja është e anuluar dhe rritet me rritjen e kësaj të fundit; në rrallë të dytë, del qartë që lakorja e rendimentit paraqet një maksimum për një vlerë të dhënë rrëshqitje σ që, në të kundërt për rastin e xhuntove hidraulike jo gjithmonë është pranë zeros. Në fund për konvertuesit e momentit, jepet një parametër i njohur si raporti i përdorimit; ky parametër përcaktohet si raporti mes vlerave maksimale dhe minimale të ω_t/ω_p për të cilat η i konvertuesit është më i madh se 0,7, ky raport është një tregues i fushës së vlerave të rrëshqitjes brenda së cilave konvertuesi duhet të funksionojë në kondita normale për të mos humbur shumë fuqi.

10. Sistemet dinamike të gradës së 1° - "Parashutisti"

Në këtë kapitull do të analizohet evoluimi i shpejtësisë së rënies së një parashutisti gjatë uljes së tij, ky është një problem fizik që dhe pse nuk lidhet direkt me trajtimet e bëra deri tani mund të modelizohet shumë mirë si një sistem dinamik i gradës së parë (***dhe pse jo linear***).

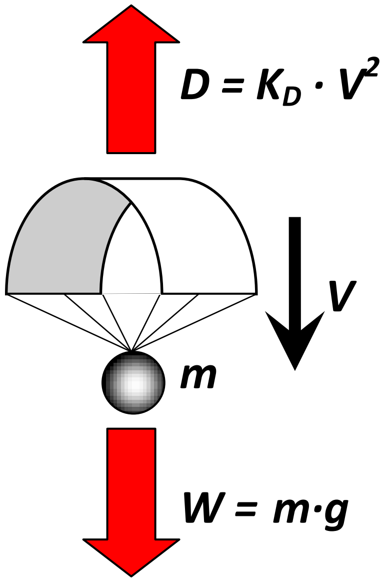


Fig 10.1: **Paraqitje skematike e sistemit fizik te konsideruar**

Si dhe në rastet e tjera, përpara se të futemi në shkrimin e modelit matematik është e nevojshme që të bëhen hipotezat thjeshtësuese dhe të përcaktohen kondiatat kufitare; në veçanti do të supozojmë:

- *Që parashutisti të paraqitet si një masë e përqendruar* ***m*** *e karakterizuar nga një koeficient rezistence aerodinamike*[19] $\boldsymbol{C_D}$
- *Të papërfillshëm efektin e prodhuar nga ndryshimi i kuotës mbi dendësinë e ajrit* $\boldsymbol{\rho}$ *dhe mbi nxitimin e rënies së lirë* ***g***
- *Trajektoria e rënies është tërësisht vertikale*
- *Shpejtësia fillestare* $\boldsymbol{V_0}$ *e barabartë me* ***shpejtësinë e rënies së lirë***
- ***Hapje në çast e parashutës*** *(pra duke mos përfillur kohën e nevojshme të parashutës për tu hapur tërësisht dhe që koeficienti i rezistencës aerodinamike ndryshon në çast në një koeficient të ri* $\boldsymbol{K_D}$ *më të lartë se vlera e parë!).*

Në këtë mënyrë, mund të mendojmë që në çastin fillestar (*pra, kur parashuta hapet*), parashutisti lëviz me shpejtësi $\boldsymbol{V_0}$ (*konstante*) kështu është i verifikuar ekuilibri (*statik*) mes forcës së gravitetit dhe forcës viskoze (*pra rezistencës aerodinamike* ***D***) që vepron mbi masë:

$$V_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g}{C_D}} \qquad \textbf{(10.1)}$$

Me hapjen e parashutës koeficienti viskoz $\boldsymbol{C_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot c_D}$ pëson një rritje të shpejtë që duke ndryshuar kondiatat e ekuilibrit të vendosura me parë, vepron si një forcë e jashtme duke shtyrë sistemin për të dhënë një përgjigje dinamike; është me rëndësi që të vërehet sesi në këtë rast, në ndryshim me ato që u vërejtën në sistemet e tjera të analizuara, kondiatat e ekuilibrit fillestar nuk i korrespondojnë një situate qetësie (*pra,*

[19] Kujtojmë, se është e mundur të shprehet rezistenca aerodinamike që i nënshtrohet një trupi që lëviz me shpejtësi **V** në një fluid me dendësi **ρ** nëpërmjet formulës:

$$D = \frac{1}{2}\rho \cdot S \cdot c_D \cdot V^2$$

Nësesupozojmë **ρ**, **S** dhe $\mathbf{c_D}$ konstante, mund të mbledhim të gjithë termat e njohur të ekuacionit në një **koeficient viskoz** $\boldsymbol{C_D}$

për shembull, një vlerë temperature statike T_{i0} ose një pozicioni fillestar X_0) por një lëvizje drejtëvizore uniforme me V_0 të përcaktuar nga formula (10.1).
Në kondita parashute të hapur mund të shkruajmë ekuacionin e ekuilibrit të sistemit si:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} + K_D \cdot V^2 = m \cdot g \tag{10.2}$$

Duke aplikuar teknikat e njohura tashmë, paraqesim (10.2) në funksion të derivatit më të lartë duke gjetur skemën korresponduese në blloqe elementare Matlab-Simulink:

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{K_D}{m} \cdot V^2 \tag{10.3}$$

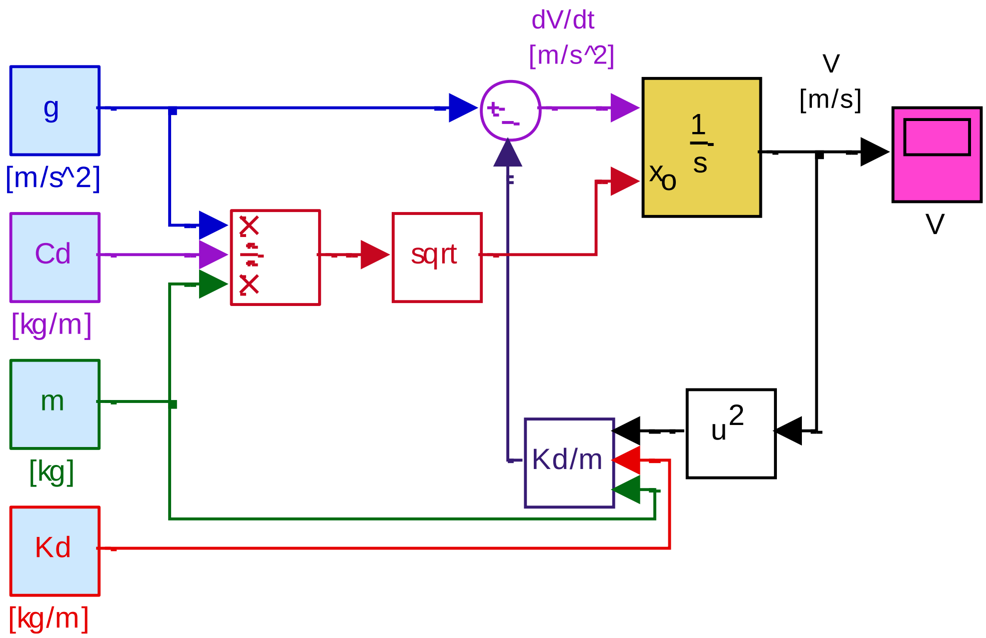


Fig 10.2: **Diagrama me blloqe elementare e ekuacionit (10.3)**

Në këtë rast ***nuk ka sens të përdoren Transformatat e Laplasit*** sepse, si e kemi shtruar më lart, gjendemi përpara një modeli jo linear *(pikërisht, termi viskoz nuk është drejtpërsëdrejti proporcional me shpejtësinë por me kuadratin e saj)* që si i tillë nuk mund të transformohet sipas procedurës së parë në Kapitullin 2; modeli Simulink meret tani, në mënyrë të ngjashme me rastet e mëparshme, me kushtin që të kujtojmë të ngrejmë në kuadrat sinjalin që përshkon degën e kundërreagimit në V dhe të llogaritet në mënyrë korrekte shpejtësia fillestare[20] V_0.
Pasi të përcaktohen karakteristikat fizike të problemit në fjalë (masën e parashutistit, sipërfaqen e parashutës, dendësinë e ajrit, koeficientët aerodinamik, etj..) nëpërmjet modelit numerik të përpunuar me Matlab-Simulink, është e mundur që të kryhen simulime përfaqësuese të evoluimit të shpejtësisë në zbritje të parashutistit; nga analiza

[20] Duke aplikuar formulën (10.1) dhe duke kujtuar që të përdoret koeficienti i duhur C_D (pra, ai që i përket konfigurimit me parashutë akoma të mbyllur, kështu që është më i vogël se vlera korresponduese me parashutë të hapur).

e grafikut të **Fig. 10. 3** është e mundur të vlerësohet shpejtësia fillestare e parashutistit në rënie të lirë (pra përpara së parashuta të hapet) gjithashtu dhe evoluimi i shpejtësisë vertikale me parashutë të hapur dhe shpejtësia në regjim, pra shpejtësia e zbritjes konstante që sistemi tenton në mënyrë asimtotike (e llogaritur duke zëvendësuar në (10.1) koeficientin aerodinamik të rezistencës në mënyrë që të mbajë parasysh kontributin e madh të rezistencës (Drag) që jepet nga vlera e parashutës).

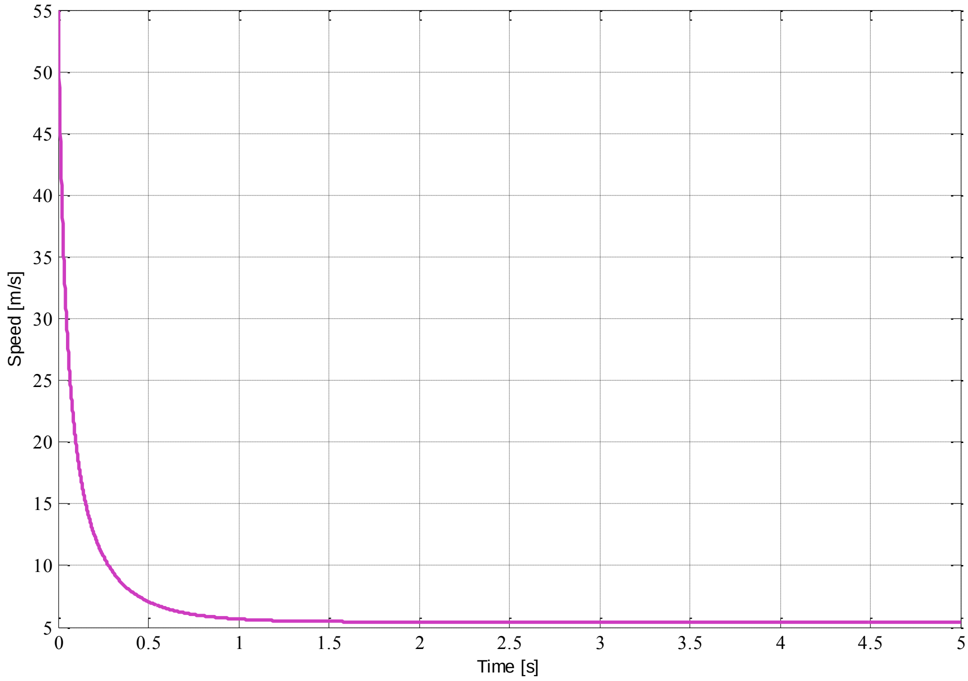


Fig 10.3: **Ecuria e shpejtësisë së parashutistit**

11. Sistemet dinamike të gradës së 1° - “DC Motor”

Në këtë kapitull do të analizojmë një motor elektrik që punon në korrent të vazhdueshëm me magnet permanent dhe do të shihet se si të modelizohet Përgjigjja e tij (e shprehur në terma shpejtësie këndore të boshtit motorik) nëpërmjet një modeli të thjeshtë matematik linear të gradës së 1°; do të arrihet ky rezultat, duke reduktuar të gjitha inertësitë (*motor, përdorues, etj..*) në një inertësi të vetme të barazvlefshme dhe duke mbledhur gjithashtu të gjithë termat viskoz dhe të fërkimit në një term të vetëm ekuivalent; në këtë mënyrë, arrijmë të reduktojmë të gjithë termat inercial, viskoz dhe mekanik të ekuacionit të ekuilibrit të pjesëve të ndryshme të motorit në vetëm aksin e funksionimit të tij dhe në këtë mënyrë të shkruajmë ekuacionin e vetëm të ekuilibrit të motorit ku në të janë reduktuar gjithashtu dhe kontributet e elementëve të tjerë. Ekuacioni i ekuilibrit dinamik ekuivalent i sistemit nxirret si vijon:

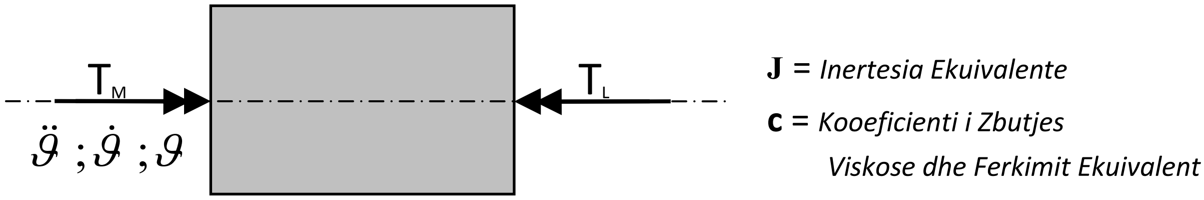


***Fig 11.1*: Paraqitja skematike e sistemit mekanik**

Nga analiza e **Fig. 11.1** mund të kuptojmë menjëherë ekuacionin ***e ekuilibrit dinamik të sistemit mekanik ekuivalent*** dhe me anë të kalimeve të thjeshta të nxjerim formulimin si vijon:

$$J\ddot{\vartheta} + c\dot{\vartheta} = T_M - T_L \qquad \textbf{(11.1)}$$

Nga (11.1), duke ditur që derivati i parë në kohë i zhvendosjes këndore **θ** i korrespondon shpejtësisë këndore $\boldsymbol{\omega_M}$ të motorit elektrik, mund të shprehim shprehjen në funksion të $\mathbf{d^2\theta/dt^2}$:

$$J\ddot{\vartheta} + c\omega_M = T_M - T_L \qquad \textbf{(11.2)}$$

$$\ddot{\vartheta} = (T_M - T_L - c\omega_M)/J \qquad \textbf{(11.3)}$$

Nga (11.3), duke supozuar për thjeshtësi llogaritjesh që momenti rezistues $\boldsymbol{T_L}$ i prodhuar nga ngarkesat e jashtme mbi organin e kontrolluar të jetë konstant dhe i njohur (*hipoteza e momentit rezistues konstant paraqet një përafrim jo të lehtë të rastit real dhe mund të përdoret vetëm duke e mbajtur qartë parasysh këtë fakt, se në të vertetë mjaft shpesh, momenti perdredhës (hinge moment) që vepron mbi sipërfaqen e lëvizshme ndryshon dhe në mënyrë mjaft të konsiderueshme në varësi të këndit të përthyerjes së komandës*), marim në këtë mënyrë diagramën si vijon:

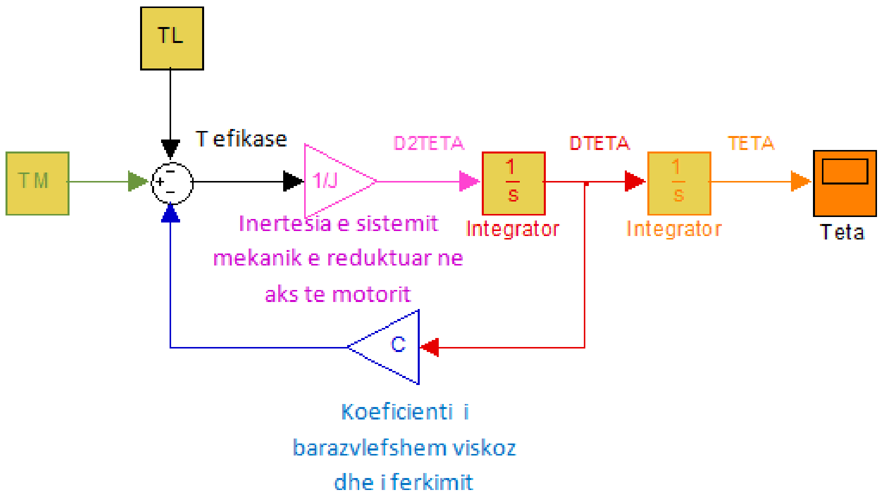


Fig 11.2: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (11.3)**

Në këtë pikë, problemi i modelizimit reduktohet në identifikimin e momentit lëvizës T_M i dhënë nga motori elektrik; duke supozuar që do të përdorim një **DC motor** (*motor në korrent të vazhdueshëm*) **me ngacmim të ndarë i realizuar me manjetë permanent**, mund të marim menjëherë ekuacionin e **karakteristikës elektromekanike të motorit elektrik** (*pra, atë model matematik që nga tensioni i ushqimit V_A përpunon një vlerë korresponduese të momentit lëvizës T_M*). Duke kujtuar që, momenti lëvizës T_M është proporcional me korrentin elektrik I, që lëviz në bobina nëpërmjet një koeficienti proporcionaliteti GM i njohur si "**përfitimi në moment i motorit elektrik**", përcaktojmë relacionin e mëposhtëm:

$$T_M = GM \cdot I \tag{11.4}$$

Korrenti i ushqimit I është proporcional me **tensionin e ushqimit V_A** në baraz **Forcë kundërelektromotore V_M** sipas një raporti $1/R$ (R = rezistenca elektrike e bobinave [Ω])[21]:

$$I = (V_A - V_M)/R \tag{11.5}$$

Duke ju referuar (11.4) dhe (11.5), mund të rishkruajmë **modelin elektromekanik të motorit** si:

$$T_M = GM \cdot \frac{V_A - V_M}{R} \quad me \quad V_M = F.C.E.M. = k \cdot \omega_M \tag{11.6}$$

[21] Nuk do konsiderojmë induktivitetin e bobinave që duke ngadalsuar përgjigjen dinamike të sistemit, do ulte dhe ndryshimin e tensionit, pra të korrentit që lëviz në bobinat e motorit. Nëse do duam të modelizojmë dhe induktivitetin e bobinave, (11.5) do riformulohej si vijon:

$$V_A - V_M = R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Përsa i përket ***F.C.E.M.*** (*pra, Forcës KundërElektroMotore*) kujtojmë që në baraz fushë magnetike ngacmimi, është e arsyeshme të mendohet proporcional me shpejtësinë këndore të motorit elektrik nëpërmjet një konstanteje ***k*** që është karakteristikë e motorit të përdorur[22].

Duke zëvendësuar (11.4) – (11.6) në (11.3) marim:

$$\ddot{\vartheta} = \dot{\omega}_M = (GM \cdot \frac{V_A - k \cdot \omega_M}{R} - T_L - c\omega_M)/J \qquad \textbf{(11.7)}$$

Nga (11.7), me konsideratat e bëra si në kapitujt e mëparshëm nxjerim skemën korresponduese në Simulink:

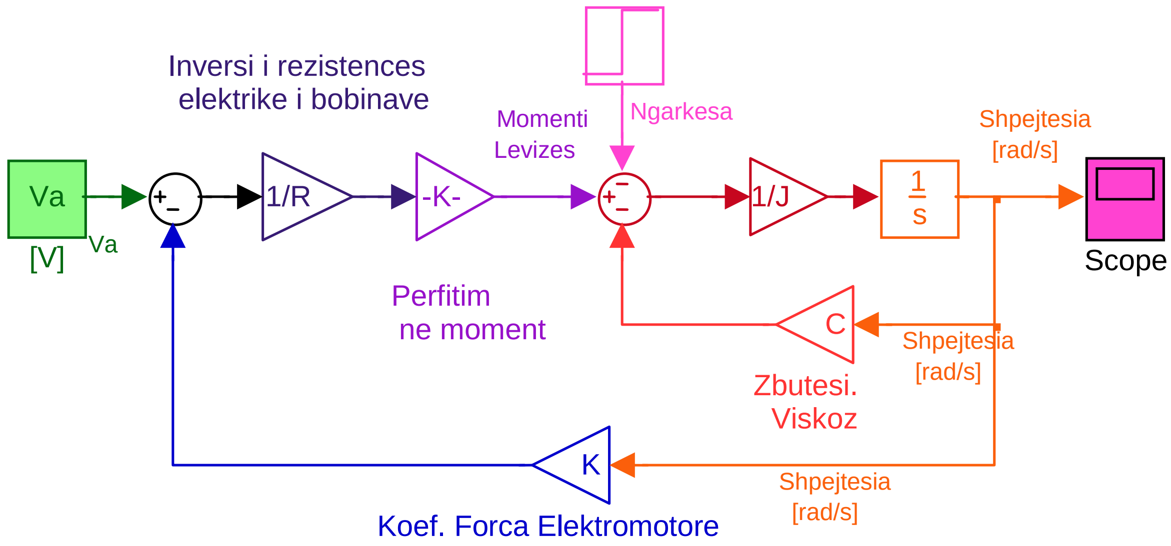


Fig 11.3: **Diagrama me blloqe elementare e ekuacionit (11.7)**

Duke ushqyer DC motor me një tension konstant në modul, vërejmë sesi shpejtësia e rrotullimit të boshtit motorik, pas një tranzitori fillestar të karakterizuar nga një ecuri e njohur eksponenciale, arrin një vlerë regjimi lehtësisht të kuptueshme nga analiza e **Fig. 11.3**; në veçanti, meqenëse në kondita regjimi në rotor verifikohet ekuilibri mes momenteve, shpejtësia këndore duhet të jetë gjithashtu e anuluar, kështu që (11.7) mund të rishkruhet si vijon:

$$\ddot{\vartheta} = \dot{\omega}_M = 0 \quad \Rightarrow \quad GM \cdot \frac{V_A}{R} - T_L - \left(GM\frac{k}{R} + c\right)\omega_M$$

[22] Në rastin tonë, duke qenë se kemi hipotezuar që të përdorim një motor elektrik DC me ngacmim të ndarë i realizuar me anë të një magneti permanent, fusha e ngacmimeve nuk mund të jetë gjithmonë konstante si në drejtim ashtu dhe intensitet, kështu që është korrekte që të mendohet F.C.E.M. proporcionale me shpejtësinë e rrotullimit këndor të motorit sipas ekuacionit të mëposhtëm:

$$V_M = F.C.E.M. = k \cdot \omega_M$$

$$\omega_M = \left(GM \cdot \frac{V_A}{R} - T_L \right) \Big/ \left(GM \frac{k}{R} + c \right) \qquad \textbf{(11.8)}^{23}$$

Në grafikun e mëposhtëm, mund të analizohet Përgjigjja e sistemit në funksion të vlerës së tensionit të ushqimit V_A dhe të konstatohet se, në mënyrë koherente me (11.8), ekuilibri arrihet për shpejtësi rrotullimi të aksit motorik që rritet proporcionalisht me tensionin e ushqimit.

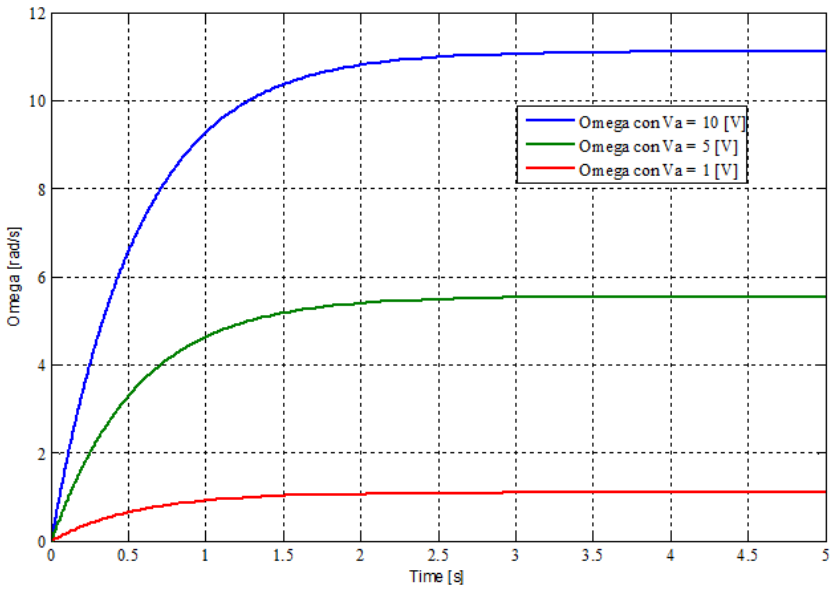


Fig 11.4: **Ecuria e shpejtësisë këndore ω_M në funksion të tensionit të ushqimit V_A**

Duke i dhënë motorit një tension ushqimi në rritje lineare me kohën do të kemi:

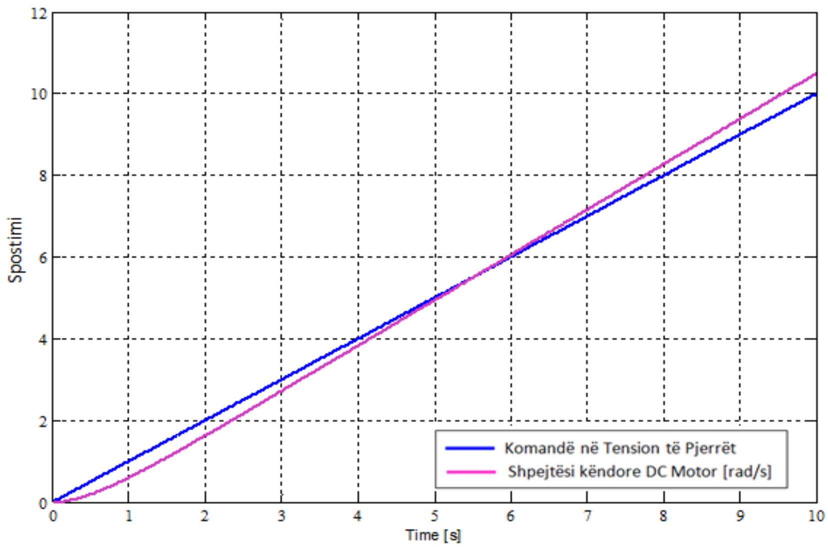


Fig 11.5: **Ecuria e shpejtësisë këndore ω_M për tension ushqimi V_A të pjerrët**

[23] (11.8) mund të nxiret nga skema me blloqe e **Fig. 11.3** duke hipotezuar nxitime këndore të anuluara (pra, duke imponuar anullimin e bllokut shumë të vendosur përpara integralit) ose mund të nxiret direkt nga (11.7) pasi të hiqen termat e gradës së dytë.

Modeli i paraqitur në këtë formë, duke lidhur tensionin e ushqimit V_A me shpejtësinë e boshtit ω_M nuk garanton menjëherë kontrollin[24] e numrit të xhirove; duke dashur që të përdorim si shembull DC motor si një **mekanizëm me kontroll në shpejtësi**, duhet ti shtojmë sistemit tonë një **unazë kundërveprimi po në shpejtësi** që, nëpërmjet një logjike kontrolli specifike, garanton kontrollueshmërinë në ω_M. Duke modifikuar diagramën e **Fig. 11.3** sipas përshkrimit me lart marim:

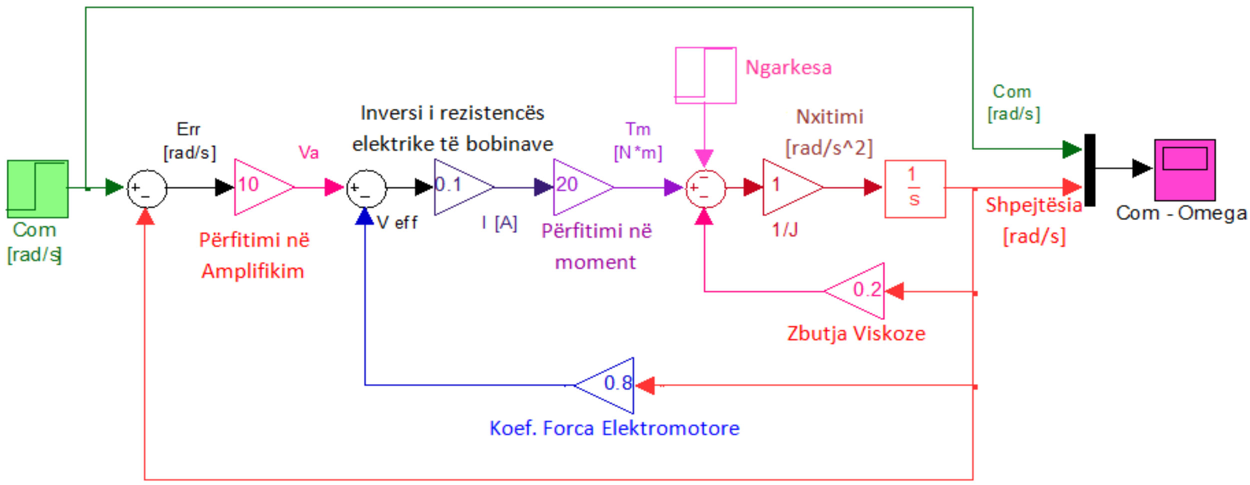


Fig 11.6: **Diagrama me blloqe elementare për një DC motor me kontroll në shpejtësi**

Në këtë pikë, duhet të analizojmë **ekuacionin karakteristik të rregulluesit të motorit** (*pra të grupit Ushqyes / Amplifikator që piloton motorin elektrik*); këto elementë përgjithësisht simulohen përmes blloqesh me një **përfitim të mirëfilltë** (*është tendenca që të mos llogariten vonesat e prodhuara nga dinamika e sistemit, që është mjaft e shpejtë, duke reduktuar të gjithë elementin në një sistem me përgjigje të çastit që lidh menjëherë* ***gabimin në shpejtësi Err*** *me* ***tensionin e ushqimit*** V_A *nëpërmjet një raporti* ***GA*** *që njihet si* ***përfitimi në ushqim*** *ose* ***përfitimi i ushqyesit të motorit***).

$$V_A = Err \cdot G_A = (\omega_{Com} - \omega_M)\cdot G_A \tag{11.9}$$

Duke zëvendësuar (11.4) dhe (11.9) në (11.3) marim ekuacionin si vijon:

$$\ddot{\vartheta} = \dot{\omega}_M = (G_M \cdot \frac{(\omega_{Com} - \omega_M)\cdot G_A - k\cdot\omega_M}{R} - T_L - c\omega_M)/J \tag{11.10}$$

(11.10) përshkruan dinamikën e DC motor me kundërveprim në shpejtësi e paraqitur me anë të blloqeve elementare në Matlab/Simulink në **Fig. 11.6**; me anë të këtij mekanizmi[25] të paraqitur tani, Përgjigjja e sistemit ndryshon shumë duke garantuar në

[24] Mund të verifikohet menjëherë (përmes simulimit) sesi, në rastin e **Fig. 11.3** shpejtësia ω_M e arrirë në regjim të boshtit motorik rezulton shumë e influencuar nga ngarkesat e jashtme T_L. Duke modifikuar sistemin dhe vendosur një unazë kundërreagimi në shpejtësi eliminojmë problemin duke e bërë sistemin shumë më pak të ndjeshëm ndaj ngacmimeve të jashtme.

[25] Vendosja e një unazë kundërveprimi në shpejtësi modifikon shumë përgjigjen e sistemit duke bërë modelin të ndjeshëm ndaj gabimit të çastit që lind mes shpejtësisë së komanduar të veprimit dhe asaj efektivisht të dhënë nga boshti motorik. Duke përdorur arkitekturën e paraqitur në Fig. 11.3, tensioni i ushqimit rezulton proporcional me sinjalin e komanduar (duke mos mbajtur fare në konsideratë evoluimin

regjim një përputhje të mirë mes shpejtësisë së rrotullimit ω_M dhe asaj të komanduar ω_C.

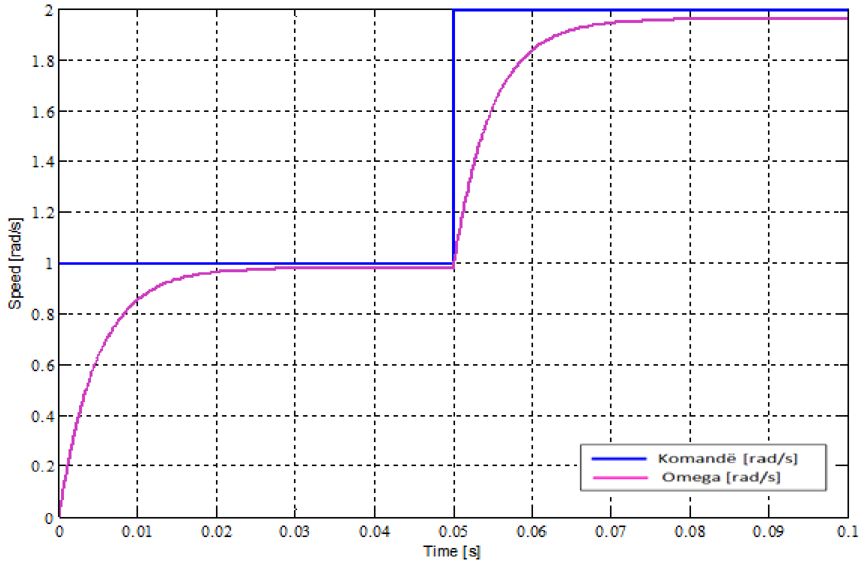


***Fig 11.7:* Ecuria e shpejtësisë këndore ω_M për një komandë ω_C të shkallëzuar**

Duke përpunuar më tej modelin numerik të analizuar në këtë kapitull është gjithashtu e mundur që të nxiret lakorja karakteristike e motorit elektrik që punon në korrent të vazhdueshëm dhe i ndërtuar me stator në manjet permanent, ku vërehet një përputhje fizike me lakoret specifike të këtyre motorëve të nxjera në mënyrë eksperimentale:

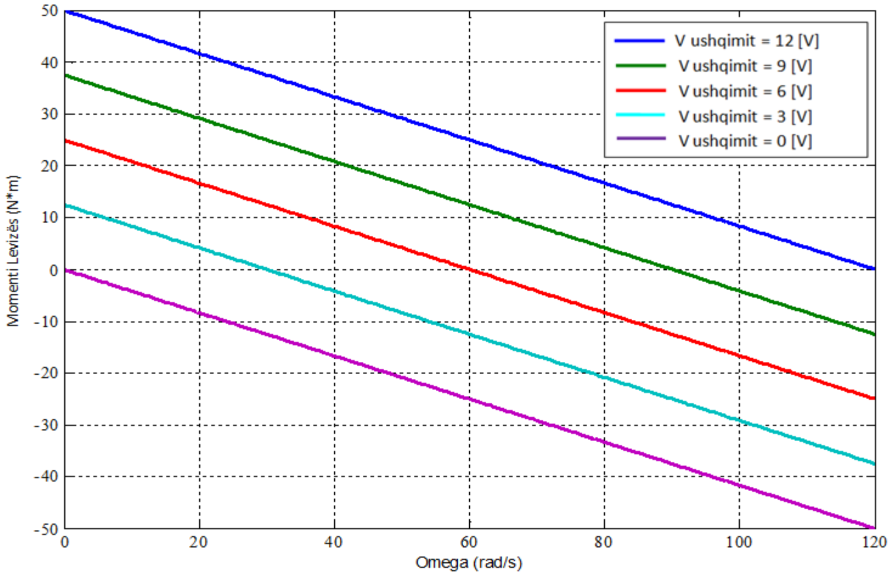


***Fig 11.8:* Karakteristika mekanike e motorit elektrik nën shqyrtim**

efektiv të outputit); ndërsa, me vendosjen e unazës së kundërreagimit dhe të ushqyesit / amplifikatorit proporcional, pilotimi nuk rezulton më vetëm proporcional me sinjalin e komanduar (konditë që natyrisht, nuk lejon kontrollin e sistemit) por dhe me gabimin në çast (pra, me diferencën mes shpejtësisë së komanduar dhe asaj që efektivisht ka boshti motorik në atë moment kohorë). Në këtë mënyrë, meqenëse sistemi i kontrollit / rregullimit mban parasysh si komandën e dhënë ashtu dhe evoluimin e përgjigjes, mund të ndërtohet një servosistem i aftë për të garatuar kontrollin në kohë reale të shpejtësisë së veprimit të matur në boshtin motorik të DC motor.

Grafiku i **Fig. 11.8** paraqet lidhjen që ekziston, në kondita stacionare mes shpejtësisë së rrotullimit këndor të motorit dhe vlerës korresponduese të momentit lëvizës të dhënë; lakoret moment – shpejtësi këndore janë të parametrizuara në funksion të vlerës së tensionit të ushqimit i aplikuar në kapjet e statorit të motorit tonë.

Gjithashtu, duke analizuar **Fig. 11.8** mund të verifikohet[26] menjëherë sesi, momenti maksimal jepet në kondita bllokimi (pra, për shpejtësi këndore zero) dhe shpejtësi veprimi në boshllëk (pra, vlera e $\boldsymbol{\omega_M}$ për të cilën, duke qenë se kemi ekuilibër mes forcës lëvizëse dhe atyre humbëse të tipit viskoz, motori nuk është më në gjendje të prodhojë moment).

[26] Duke u nisur nga analiza e ekuacioneve të ekuilibrit të paraqitura në (11.1) dhe në të tjerat, nxirret ekuacioni që përshkruan ekuilibrin mes momentit dhe shpejtësisë këndore të paraqitur në Fig. 11.8:

$$T_M = GM \cdot \frac{V_A - k \cdot \omega_M}{R} - c\omega_M$$

12. Sistemet dinamike të gradës së dytë me një hyrje

Më poshtë analizohet një sistem masë – sustë – zbutës, pra një shembull tipik i një sistemi linear me një dinamikë të gradës së dytë. Ky sistem, shumë i thjeshtë në shikim të parë, ka mjaft përdorime konkrete dhe përbën një model mjaft të vlefshëm (*dhe pse elementarë*) për simulimin e sistemeve mekanike (*sismografët, akselerometrat, rrotat xhiroskopike mekanike, struktura të përgjithshme etj..*). Mjaftojmë të mendojmë që në nivel logjik kjo skemë është përfaqësuese e çdo lloj sistemi mekanik vibrues (ose të paktën që lëkundet).

Rasti në shqyrtim (i paraqitur në **Fig. 12.1**) përbëhet nga një ***masë M*** që lëviz në një plan të sheshtë horizontal (*pa prezencë fërkimi*) nën veprimin e kombinuar të një ***force të jashtme F***, të një ***force rithirje elastike*** të prodhuar nga një ***sustë ideale*** që ka një ngurtësi ***K*** (*pra një sustë me një ngurtës në ndryshim me rastin real, rezulton konstante në respekt me zgjatimin x*) dhe të një ***force zbutëse*** që vjen nga një ***zbutës viskoz*** me koeficient zbutje dimensionale ***C***.

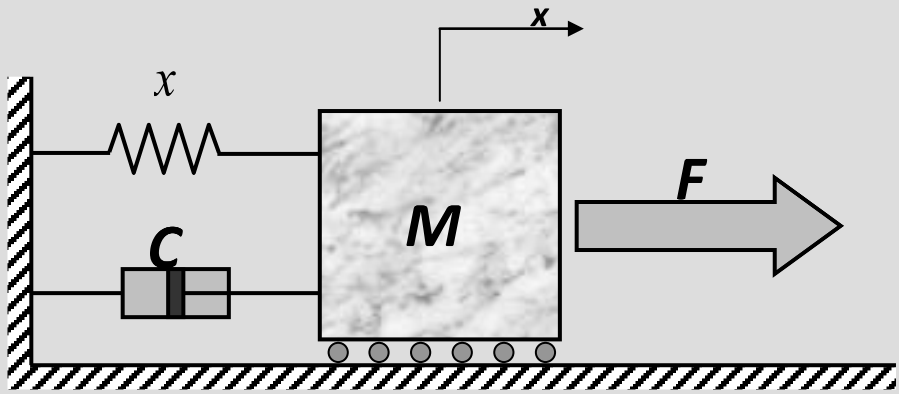


Fig 12.1: **Paraqitja skematike e sistemit fizik në shqyrtim**

Kryesisht, për studimin e këtyre modeleve, nxiret **sistemi i ekuacioneve të ekuilibrit** që përcakton fenomenin fizik (*në rastin tonë specifik ky sistem është i përbërë nga një ekuacion i vetëm diferencial i gradës së dytë me të panjohur x, që përcakton ekuilibrin e forcave që veprojnë mbi masë*), ky ekuacion konvertohet në setin e **ekuacioneve algjebrike** përmes **transformatave të Laplasit** dhe pastaj përkthehen këto shprehje matematike në **digaramën me blloqe** përkatëse (pra në një formulim të përshtatshëm në përdorim me Matlab/Simulink).

Përpara se të fillojmë me analizimin e sistemit, është e nevojshme që të ndalemi pak mbi analizimin e madhësive fizike në shqyrtim, për të kuptuar më mirë domethënien dhe vlerën e këtyre koeficientëve. Ekuacionet e ekuilibrit që do të shqyrtojmë përshkruajnë ekuilibrin e forcave që veprojnë mbi masat e sistemit, pra të gjithë elementët e këtyre ekuacioneve duhet të kenë domosdoshmërisht dimensionet e një force (*pra Newton* $= kg \cdot m/s^2$). Nga kjo analizë e thjeshtë dhe e menjëhershme është e lehtë që të kuptohet se në rastin tonë, ngurtësia ***K*** e sustës do të shprehet në [*N/m*] pra në [*kg/s²*], ndërsa zbutja dimensionale ***C*** e zmorcuesit viskoz do të matet në [*N/(m/s)*] ose [*N·s/m*] ose dhe më tej në [*kg/s*]. Kjo qasje "dimensionale", që në shikim të parë duket e menjëhershme dhe mjaft e thjeshtë, paraqet në vetvete një instrument shumë të rëndësishëm për aplikimet tona, sepse na lejon që të kuptojmë menjëherë masën dhe korrektësinë e konsideratave që ne kryejmë për këto sisteme, në rastin që do të kishim gabime në strukturën e modelimit tonë analiza dimensionale na lejon që të aplikojmë korrektimet e nevojshme në diagramën me blloqe.

Duke përdorur paraqitjen skematike të propozuar në **Fig. 12.2**, mund të arrijmë lehtësisht në ekuacionin e ekuilibrit të forcave që veprojnë mbi masën ***M*** të **Fig. 12.1**:

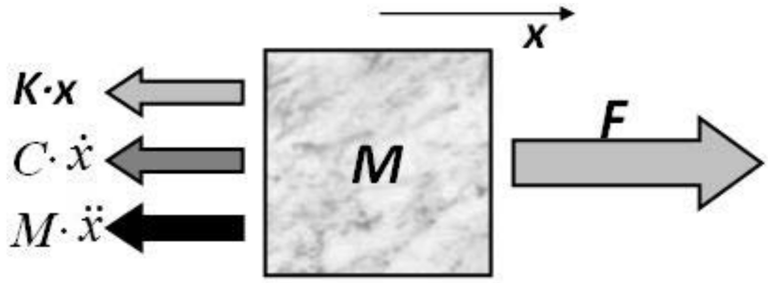


Fig 12.2: **Paraqitja skematike e ekuilibrit të forcave përgjatë aksit x**

Në çdo çast **forca F** ekuilibrohet nga shuma e **forcave të inercisë** $\boldsymbol{M \cdot d^2x/dt^2}$, nga **forca e rithirjes elastike** të sustës $\boldsymbol{K \cdot x}$ dhe nga **forca zbutëse** $\boldsymbol{C \cdot dx/dt}$ e prodhuar nga zbutësi; në këtë mënyrë mund të finalizojmë matematikisht këtë konditë ekuilibri duke nxjerë ekuacionin (12.1):

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + C \cdot \frac{dx}{dt} + K \cdot x = F \qquad \textbf{(12.1)}$$

Në (12.1) vërejmë se si në anën e djathtë të ekuacionit mblidhen të gjithë termat e njohur që veprojnë nga jashtë mbi sistem (*këto të fundit përgjithësisht tregohen si **forca e sistemit***), ndërsa në anën e majtë të ekuacionit figurojnë vetëm termat që janë në funksion të ndryshorit ***x*** (*pra të gjithë termat që përshkruajnë përgjigjen, në funksion të kohës të sistemit tonë dinamik*).

Duke përdorur metodën e transformatave të Laplasit mund të transformojmë ekuacionin diferencial të nivelit të dytë (12.1) në ekuacionin algjebrik më të thjeshtë të gradës së dytë (12.2):

$$M \cdot s^2 \cdot \overline{x} + C \cdot s \cdot \overline{x} + K \cdot \overline{x} = \overline{F} \qquad \textbf{(12.2)}$$

Nga (12.2) mund të nxjerim menjëherë Funksionin e Transferimit G (s):

$$G(s) = \frac{\overline{x}}{\overline{F}} = \frac{1}{M \cdot s^2 + C \cdot s + K} \qquad \textbf{(12.3)}$$

Ky funksion transferimi F.d.T i paraqitur në këtë mënyrë duke lidhur menjëherë termin forcë me përgjigjen e sistemit, mund të vendoset direkt në diagramën me blloqe si tregohet në **Fig. 12.3**.

Fig 12.3: **Diagrama me blloqe e realizuar direkt duke përdorur F.d.T.**

Natyrisht, është e mundur për të arritur në rezultat të njëjtë me atë të sapo nxjerë, duke përdorur vetëm blloqe elementare të librarisë së Matlab/Simulink-ut; ku dhe duke mos nxjerë F.d.T. me anë të disa analizimeve mund të "përkthejmë" menjëherë ekuacionin (12.1) në diagramën e barazvlefshme me blloqe të **Fig. 12.4**.

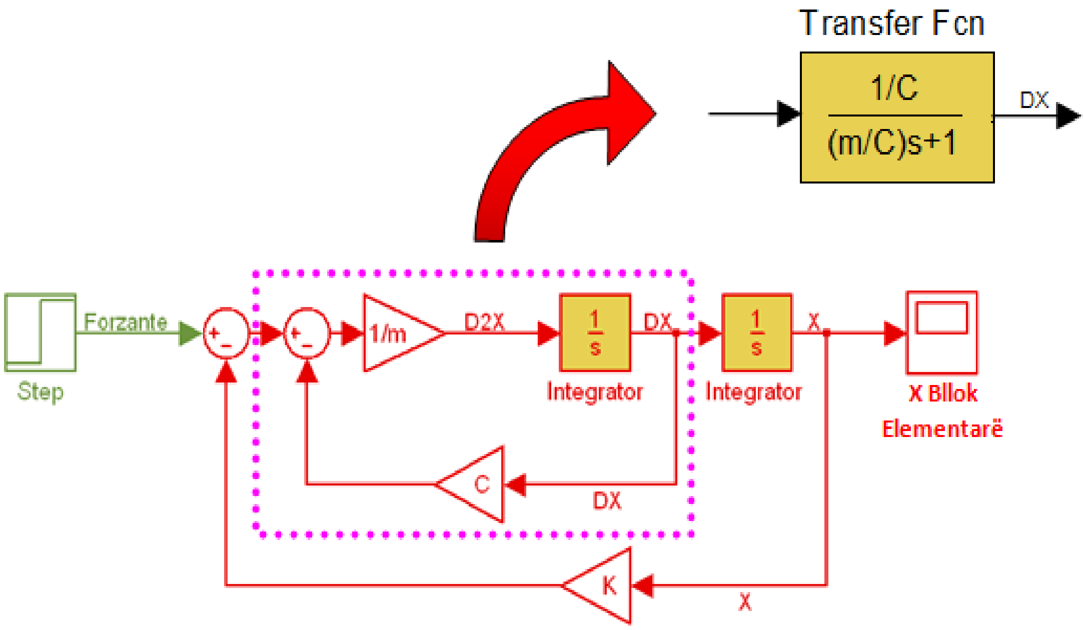


Fig 12.4: **Diagrama me blloqe e realizuar duke përdorur blloqet elementare të Simulink.**

Për të nxjerë diagramën me blloqe "elementare" të **Fig. 12.4** rishkruajmë ekuacionin (12.1) si vijon:

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = F - C \cdot \frac{dx}{dt} - K \cdot x \qquad \textbf{(12.4)}$$

Duke pjestuar të dy anët e ekuacionit (12.4) me masën M, marim:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F - C \cdot \dfrac{dx}{dt} - K \cdot x}{M} \tag{12.5}$$

Ekuacioni (12.5) i marë në këtë formë, mund të "përkthehet" menjëherë në diagramën me blloqe si vijon:

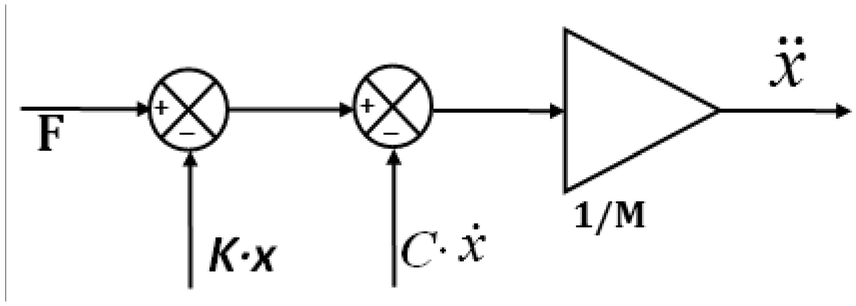


Fig 12.5: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (12.5)**

Kalimi nga diagrama me blloqe e thjeshtë e **Fig. 12.3** në atë të **Fig. 12.4** (*diagrama totale e realizuar nga blloqe elementare*) realizohet duke vendosur dy **blloqe integruese [1/s]** pas perfitimit "**gain [1/M]"** dhe duke mbyllur në mënyrë të duhur **unazat e kundër-reagimit në shpejtësi** (*e cila modelizon forcën viskoze, proporcionale me shpejtësinë me të cilën spostohet **M**, ku zbutësi i kundërvihet ngacmimit të jashtëm të prodhuar nga forca*) dhe atë **në pozicion** (*që përshkruan forcën proporcionale me spostimin **x** të prodhuar nga susta*).

Një aspekt tjetër që domosdoshmërisht duhet të konsiderojmë me vëmendje kur studiojmë përgjigjen dinamike të sistemeve mekanike inerte (*të pajisur me masë*) i përket **vibrimeve mekanike**. Këto ngacmime, që i nënshtrohen në mënyrë të pashmangshme elementët mekanikë dhe strukturorë, paraqesin një problem nga pikëpamja inxhinjerike; vibrimet mund të lindin nga një aplikim, ose stopim i menjëhershëm i një force, ose nga forca që aplikojnë në sistem impulse periodike.

Duke ja lënë punimeve të tjera thellimin në këto aspekte mekanike, në vazhdim do të limitohemi vetëm në paraqitjen e disa koncepteve të rëndësishme fizike të fenomenit, që do të përdoren për të formalizuar në mënyrë mjaft sintetike dhe funksionale **ekuacionin karakteristik** të sistemit (pra, emëruesin e **Funksionit të Transferimit F.d.T.** ku rrënjët e tij të njohura si **pole**, përcaktojnë karakteristikat e përgjigjes dinamike të vetë sistemit).

Frekuenca natyrore jo e zbutur f_n: paraqet numrin e lëkundjeve që sistemi mekanik bën në çdo sekondë kur me mbarimin e përbërësve zbutës, lihet të lëkundet i lirë (*pra, në mungesë të forcave të jashtme*).

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Pulsimi natyrore jo i zbutur $\boldsymbol{\sigma_n}$: duke mbajtur parasysh që lëvizja harmonike e një pike A mund të kuptohet gjithnjë, si lëvizja e pikës së projektuar ortogonalisht në një drejtëz të një pike tjetër B që ndjek një lëvizje rrethore uniforme, pulsimi natyrorë jo i zbutur $\boldsymbol{\sigma_n}$ në mënyrë tërësisht analoge me atë të frekuencës natyrore të vetë këtij trupi $\mathbf{f_n}$, përshkruan karakteristikat lëkundese të sistemit mekanik duke na dhënë shpejtësinë këndore të pikës B. Pra, në respekt me $\mathbf{f_n}$, që përgjithësisht shprehet me Hertz (cikle në sekondë), $\boldsymbol{\sigma_n}$ jepet gjithnjë në radiant në sekondë.

$$\sigma_n = 2\pi \cdot f_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{12.6}$$

Zbutja kritike $\mathbf{c_{cr}}$: është vlera e koeficientit të zbutjes dimensionale **c** për të cilën, nën veprimin e një komande të shkallëzuar, një sistem i dhënë mekanik arrin kondidat e ekuilibrit statik në kohën më të shkurtër të mundshme pa dhënë moto lëkundëse[27]

$$c_{cr} = 2\sqrt{k \cdot m} \tag{12.7}$$

Zbutja jo-dimensionale $\boldsymbol{\zeta}$: është raporti mes koeficientit të zbutjes dimensionale **c** të një sistemi të dhënë mekanik dhe i koeficientit korrespondues të zbutjes kritike $\mathbf{c_{cr}}$.

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} \tag{12.8}$$

Është me rëndësi që të theksohet, se si në realitet, një sistem mekanik nuk do të jetë kurrë pa kontribut zbutës (*fërkime të thata ose viskoze, humbje të natyrave të ndryshme, etj..*) kështu që, nën veprimin e një komande të shkallëzuar ose të një impulsi, sistemi nuk do të shkojë asnjëherë të lëkunded në frekuencën natyrore të pa zbutur $\mathbf{f_n}$ (*kjo është një madhësi ideale reference*) por në një frekuencë **f** që varet jo vetëm nga masa dhe ngurtësia e sistemit, por që është dhe funksion i zbutjes së tij.

Frekuenca natyrore e zbutur $\mathbf{f_s}$: paraqet numrin e lëkundjeve që sistemi mekanik bën në çdo sekondë pas një ngacmimi, kur lihet i lirë të lëkundet (*pra në mungesë të forcave të jashtme*).

$$f_s = f \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{12.9}$$

[27] **Zbutja kritike $\mathbf{c_{cr}}$** mund dhe të përcaktohet si vlera e **c** nën të cilën janë të mundura lëkundje të lira të zbutura; për vlera të **zbutjes dimensionale c** më të mëdha se $\mathbf{c_{cr}}$, këto lëkundje nuk manifestohen dhe çdo lëvizje e ngacmuar zhvillohet sipas një dinamike jo lëkundëse.

Frekuenca e përgjigjes maksimale të sistemit të gradës 2° f_m: paraqet vlerën e frekuencës ngacmuese (*në këtë rast i referohemi një force sinusoidale*) që, në baraz madhësi në hyrje, prodhon në regjim gjerësinë më të madhe të përgjigjes së sistemit lëkundës.

$$f_m = f \cdot \sqrt{1 - 2\zeta^2} \tag{12.10}$$

Shkrimi i F.d.T. së propozuar në (12.3) hamendëson njohjen e vlerës së masës ***M*** (*madhësi që matet lehtë*) gjithashtu dhe koeficientin e zbutjes dimensionale ***C*** dhe të ngurtësisë ***K*** (*të dhëna që jo gjithmonë mund të ekstrapolohen lehtë nga sistemi në shqyrtim ose nga të dhënat eksperimentale*). Shpesh në vend që të kemi F.d.T. në formën tashmë të njohur të formulës (12.3), preferohet që të shkruhen formulime duke përdorur të dhënat e paraqitura më sipër që përshkruajnë karakteristikën e sistemit dinamik përmes disa koeficientësh specifik.

Duke përdorur (12.3) dhe vendosur në faktor të përbashkët ***M*** do të marim:

$$\frac{\overline{x}}{\overline{F}} = \frac{1}{M \cdot s^2 + C \cdot s + K} = \frac{1/M}{s^2 + s \cdot C/M + K/M} \tag{12.11}$$

Nga (12.6), (12.7) dhe (12.8) marim:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_n^{\,2} = \frac{K}{M} \tag{12.12}$$

$$\zeta = \frac{C}{C_{cr}} = \frac{C}{2\sqrt{K \cdot M}} \quad \Rightarrow \quad C = \zeta \cdot C_{cr} = \zeta \cdot 2\sqrt{K \cdot M}$$

Me disa kalime të thjeshta:

$$\frac{C}{M} = \frac{\zeta \cdot C_{cr}}{M} = \frac{\zeta \cdot 2\sqrt{K \cdot M}}{M} = 2 \cdot \zeta \sqrt{\frac{K}{M}} = 2 \cdot \zeta \cdot \sigma_n \tag{12.13}$$

Në bazë të (12.12) dhe (12.13), mund të riformulojmë (12.11) si vijon:

$$\frac{\overline{x}}{\overline{F}} = \frac{1/M}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \sigma_n \cdot s + \sigma_n^{\,2}} \tag{12.14}$$

Në mënyrë tërësisht të ngjashme, duke mbajtur parasysh (12.12) dhe (12.13), mund të procedojmë duke mbledhur në faktor të përbashkët ngurtësinë ***K*** dhe marim në këtë mënyrë F.d.T. (12.11) si vijon:

$$\frac{\bar{x}}{\bar{F}} = \frac{1}{M \cdot s^2 + C \cdot s + K} = \frac{1/K}{\frac{M}{K} \cdot s^2 + \frac{C}{K} \cdot s + 1} = \frac{1/K}{\frac{s^2}{\sigma_n{}^2} + 2 \cdot \zeta \cdot \frac{s}{\sigma_n} + 1}$$

Ose:

$$F.d.T. = \frac{\bar{x}}{\bar{F}} = \frac{1/K}{\frac{s^2}{\sigma_n{}^2} + 2 \cdot \zeta \cdot \frac{s}{\sigma_n} + 1} \qquad \textbf{(12.15)}$$

Ku:

$$\frac{C}{K} = \frac{\zeta \cdot 2\sqrt{K \cdot M}}{K} = 2 \cdot \zeta \sqrt{\frac{K \cdot M}{K^2}} = 2 \cdot \zeta \sqrt{\frac{M}{K}} = 2 \cdot \zeta / \sigma_n$$

Pas analizës matematikore, për të kompletuar kuadrin dhe lehtësuar analizimin e rastit, më poshtë jepen disa simulime ku evidentohen raste të ndryshme. Me modifikimin e parametrave nën shqyrtim shihet influenca e tyre mbi përgjigjen e sistemit; në veçanti janë analizuar rastet e rritjes së koeficientit të zbutjes viskoze ***c***, që vepron në mënyrë domethënëse mbi përgjigjen e sistemit (*në bazë që ky i fundit të jetë nën ose i mbi-zbutur*) dhe se si, në baraz masë dhe ngurtësi, një vlerë e ndryshme zbutje influencon mjaft përgjigjen dinamike të një force periodike të aplikuar.

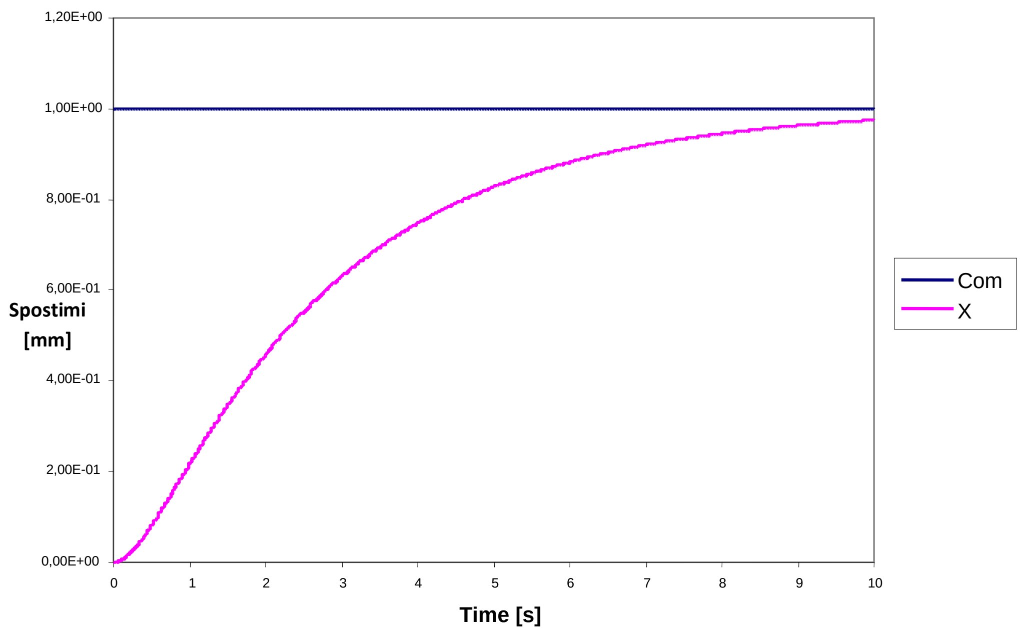


Fig 12.6: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=1.5** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=3 [N*s/m])***

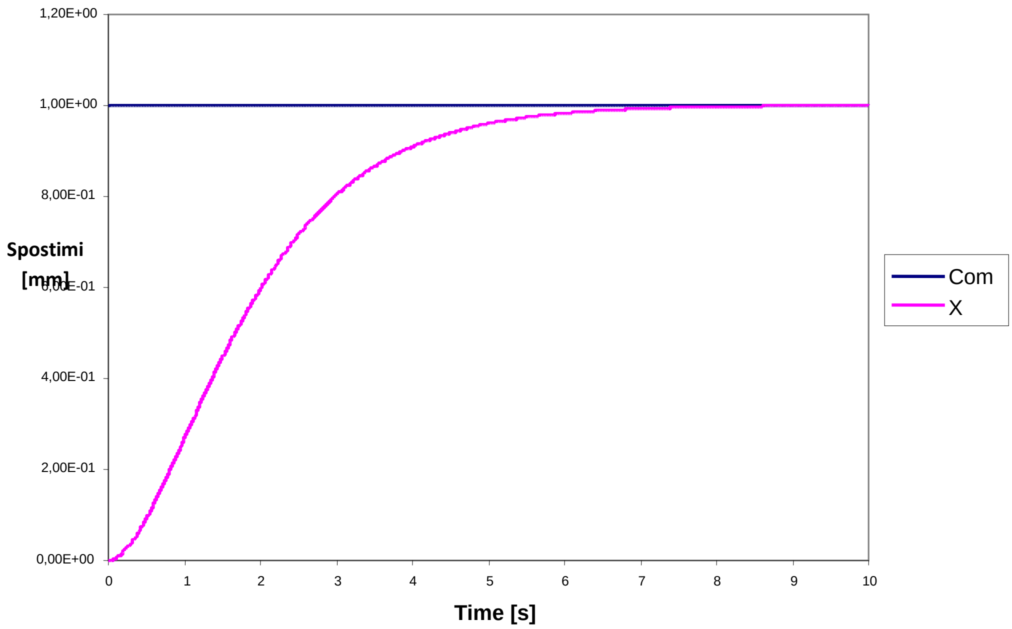


Fig 12.7: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=1** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=2 [N*s/m])***

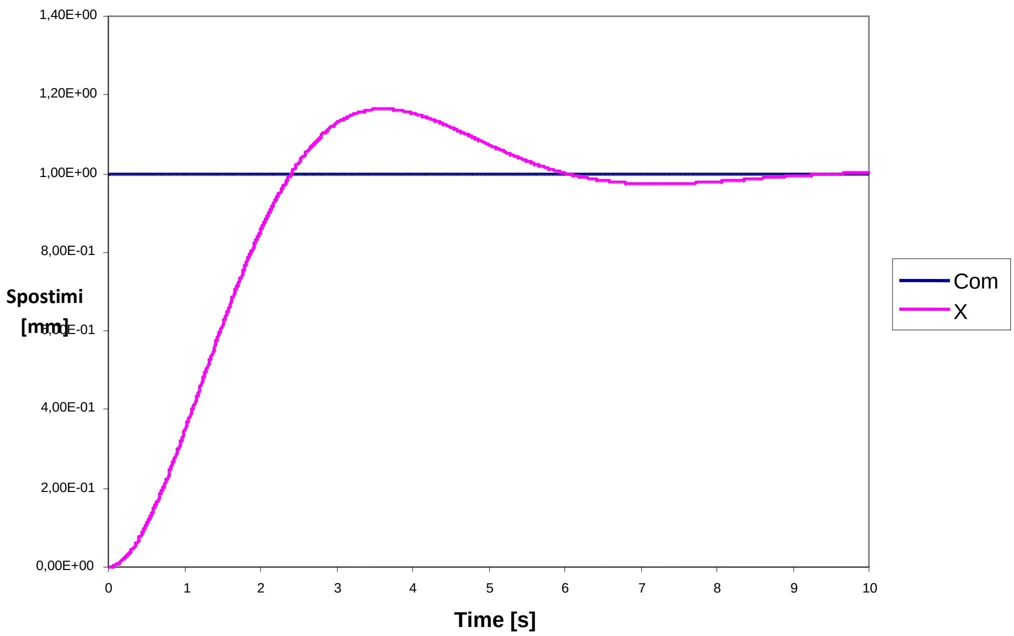


Fig 12.8: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.5** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=1 [N*s/m])***

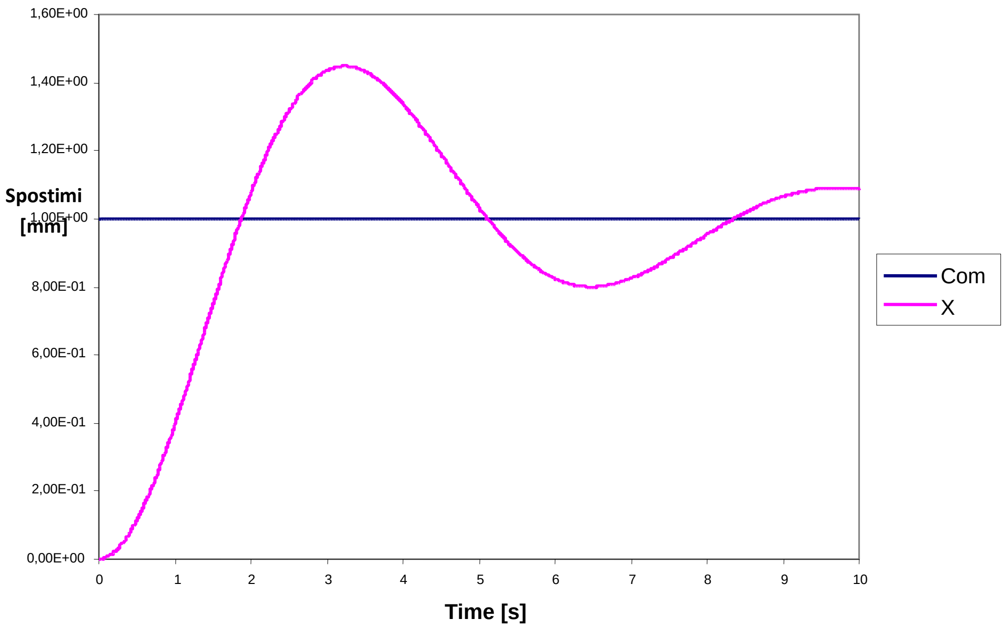


Fig 12.9: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.25** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=0.5 [N*s/m])***

Grafikët e paraqitur në figurat **12.6** dhe **12.9** përshkruajnë, me ndryshimin e koeficientit të zbutjes viskoze ***c*** (*ose sipas zgjedhjes të zbutjes jodimensionale* ζ), përgjigjen dinamike të sistemit masë – sustë – zbutës ndaj një force të shkallëzuar me madhësi unitare.

Në **Fig. 12.6** është paraqitur sjellja tipike e një sistemi të zbutur, pra të një sistemi të karakterizuar nga një vlerë ζ më të madhe se një (*në të cilin, koeficienti i zbutjes dimensionale c është më i madh sesa vlera e tij kritike* c_{cr}); vërejmë menjëherë si dhe u parashikonte që Përgjigjja nuk manifeston asnjë fazë tranzitore të një natyre lëkundëse.

Duke vënë në ballafaqim **Fig. 12.6** me **Fig. 12.7** (*sistem me koeficient zbutje kritike* c_{cr}), vërejmë menjëherë sesi dhe në këtë rast forca e shkallëzuar nuk jep një tranzitor të tipit lëkundës, por mund dhe të verifikojmë se si në dakortësi me përcaktimin (12.8), ky sistem arrin konditën e ekuilibrit statik në kohën më të vogël të mundshme (*verifikimi i këtij përcaktimi, mund të bëhet me anë të një eksperimenti numerik të vogël, duke vënë në veprim modelin tonë në Simulink për vlera të ndryshme* ζ *dhe duke ballafaqur rezultatet*).

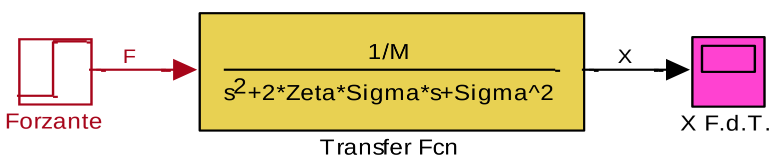


Fig 12.10: **Modeli ne Simulink i F.d.T. për ballafaqim në vlera të ndryshme ζ**

Figurat e tjera **Fig. 12.8** dhe **Fig. 12.9** përshkruajnë përgjigjen dinamike të sistemit masë – sustë – zbutës i nën-zbutur, nën veprimin e po të njëjtës forcë të shkallëzuar me vlerë unitare. Vërehet se si me reduktimin progresiv të ζ në vlera < 1 prodhohen gradualisht tranzitorë të një natyre lëkundëse gjithnjë e më të vazhdueshme (*pra, koha e duhur për eliminimin e tyre bëhet gjithnjë e më e gjatë*) dhe me overshoot më të spikatur (*vlerat maksimale të amplitudës rriten me reduktimin e zbutjes*).

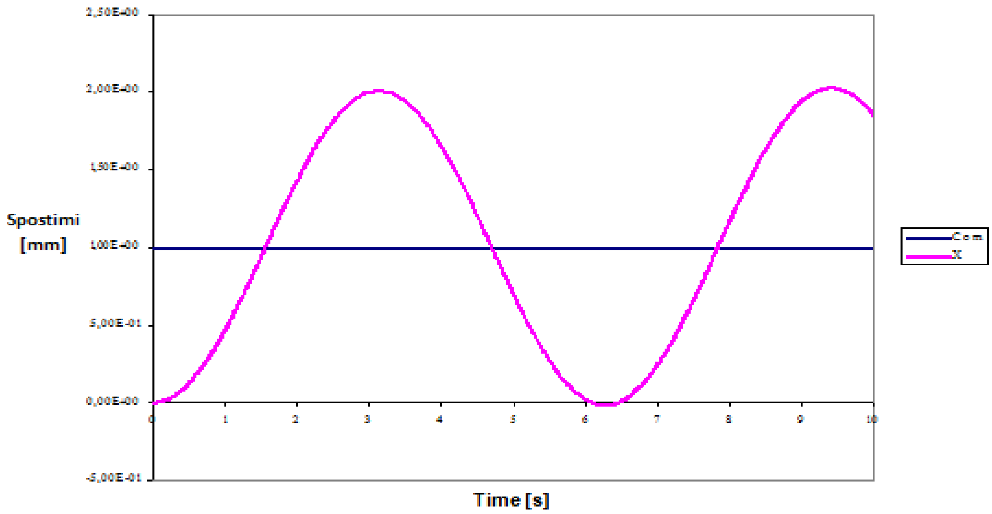


Fig 12.11: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0 *(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=0 [N*s/m])***

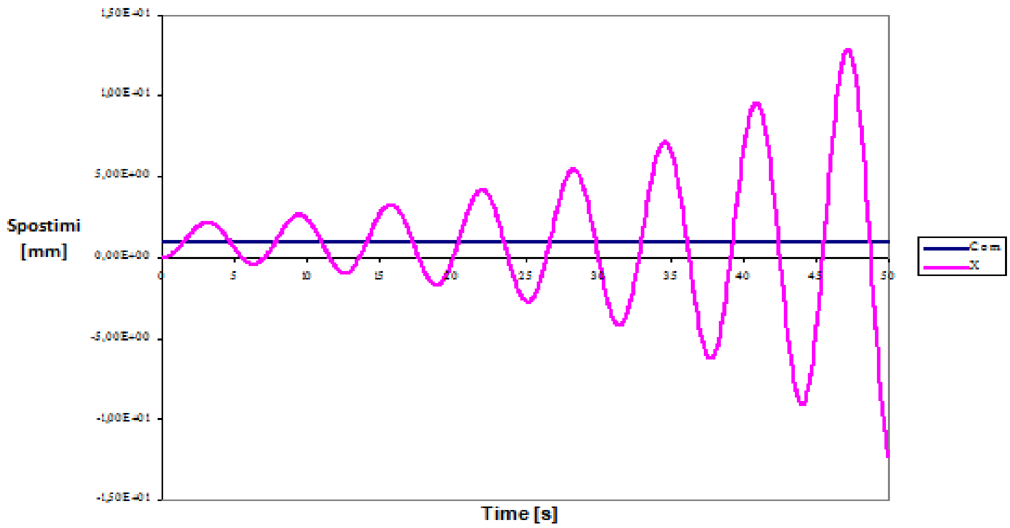


Fig 12.12: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.1 *(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=0.2 [N*s/m])***

Duke ulur përsëri vlerën e koeficientit të zbutjes në mënyrë që të shkojmë drejt rastit të **Fig. 12.11** (*sistem masë – sustë dhe ku kemi një vlerë të anuluar të koeficientit të zbutjes jodimensionale* ζ), është e mundur që të konstatohet se si lëvizja lëkundëse e dhënë nga forca e shkallëzuar është e qëndrueshme në kohë me një amplitudë dhe periodë konstante; pra, në rastin e një zbutje të anuluar, ngacmuesja ***F*** prodhon një lëvizje harmonike, e qendërzuar në një vlerë mesatare $\boldsymbol{X_{mes} = F/K}$, me një amplitudë të barabartë me $\boldsymbol{X_a = F/K}$ dhe me një frekuencë që koincidon me frekuencën natyrore jo të zbutur $\boldsymbol{f_n}$.

Në **Fig. 12.12** analizohet Përgjigjja ndaj një force të shkallëzuar të sistemit masë – sustë – zbutës që ka një koeficient zbutje jodimensional $\boldsymbol{\zeta}$ negativ; në këtë rast kontributi në forcë i dhënë nga zbutësi, në vend që të kundërshtojë lëvizjen lëkundëse të fazës tranzitore duke e çuar atë drejt shuarjes, ai e amplifikon efektin duke bërë divergjencën e përgjigjes dinamike (*rasti në vetvehte, nuk ka një aplikim real, por përfaqëson fenomene si atë të fluter të krahut të avionit, ku sistemi, duke shkëmbyer energji me ambientin përreth, në disa kondita specifike mund të arrijë të ketë divergjencë*).

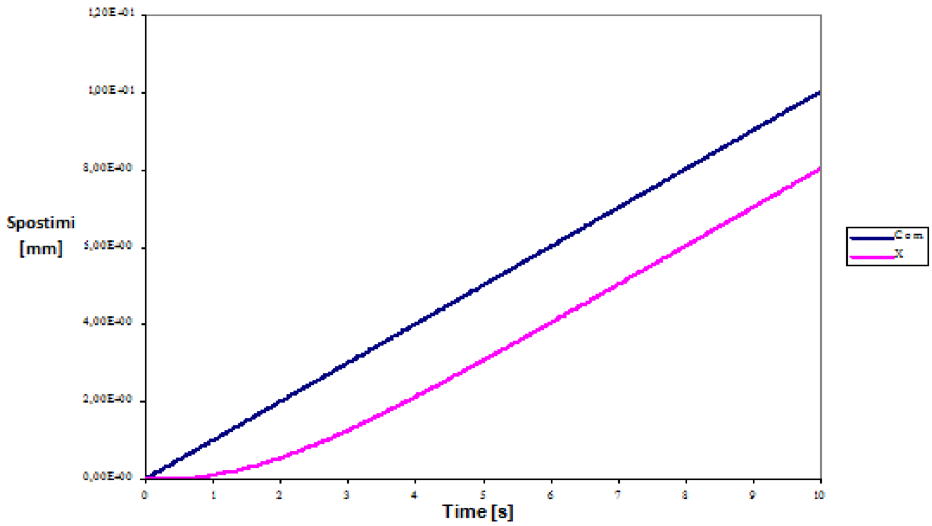


Fig 12.13: **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=1 *(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=2 [N*s/m])***

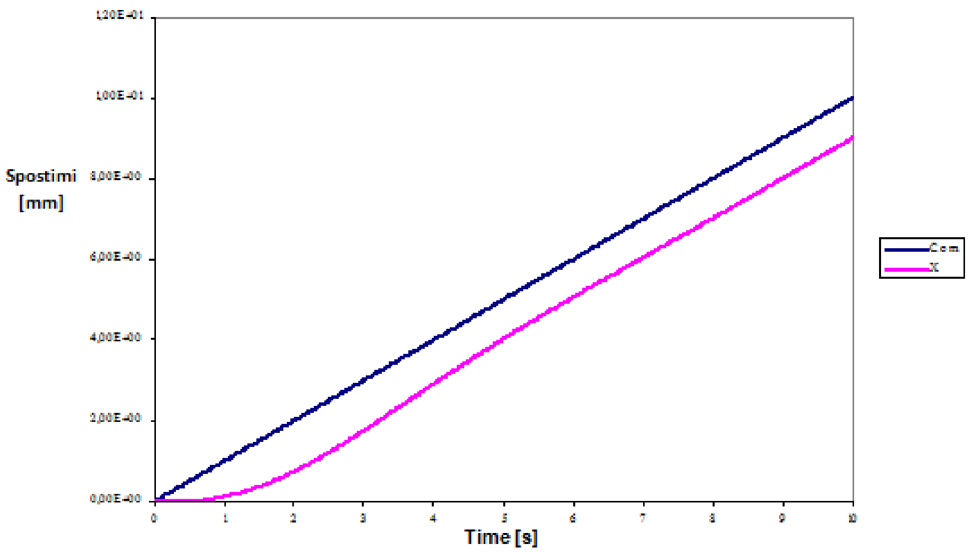


Fig 12.14: **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.5 *(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=1 [N*s/m])***

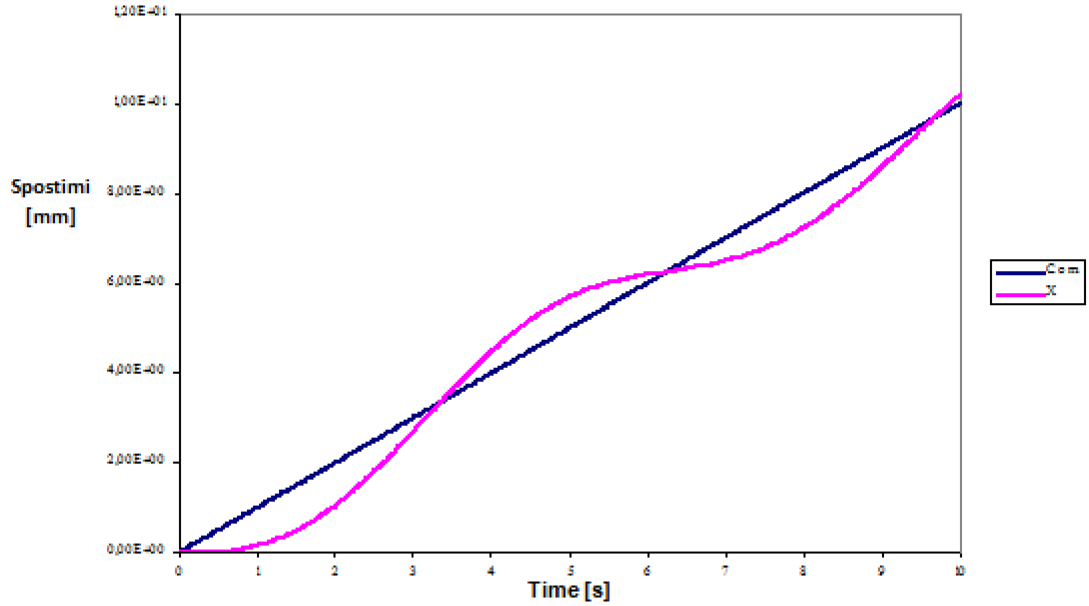


Fig 12.15: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të pjerrët me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.05** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=0.1 [N*s/m])***

Në **Fig. 12.13**, **12.14** dhe **12.15** janë paraqitur përgjigjet e sistemit masë – sustë – zbutës ndaj një force të pjerrët (*pra ndaj një inputi **F** që, duke u nisur nga kondita fillestare zero, evoluon në mënyrë lineare në kohë sipas një koeficienti të dhënë*). Sistemi do të kërkojë të ndjekë forcën duke prodhuar një përgjigje të krahasueshme me pjerrësinë. Vërehet sesi dhe në këtë rast, rritja progresive e zbutjes jodimensionale prodhon lindjen e tranzitorëve lëkundës që i mbivendosen kësaj lëvizje.

Për sisteme me një zbutje kritike ose të mbizbutur (**Fig. 12.13**) vetvetiu, nuk prodhohen lëkundje dinamike dhe sistemi edhe pse shfaq një luhatje të fillimit për shkak të inercisë dhe të vetë zbutjes viskoze, do të “ndjekë” pozicionin e komanduar (*pra, vlerën e dhënë nga forca e pjerrët*).

Në mënyrë tërësisht të njëjtë me sa u analizua për forcën e shkallëzuar, edhe në këtë rast reduktimi progresiv i zbutjes jodimensionale ζ do të përcaktojë në përgjigjen e sistemit lindjen e dinamikave lëkundëse me intensitet rritës (**Fig. 12.14** dhe **Fig. 12.15**).

Vihet re se: në rastet kur ballafaqohen mes tyre mbi të njëjtin grafik madhësi të ndryshme jo homogjene është e nevojshme që të kryhen normalizime specifike në mënyrë që këto madhësi të bëhen të krahasueshme (*pra në atë mënyrë që, të lexuara në të njëjtën shkallë mund të na japin tregues të arsyeshëm*). Për shembull, në rastet në fjalë të paraqitura me sipër, duke dashur që të ballafaqohen përgjigjet e sistemit (*pozicioni i tij **x***) me forcën që e gjeneron (*forcën **F***) është e nevojshme që të bëhen homogjene të dy madhësitë duke normalizuar njërën nga të dyja; në rastin tonë është normalizuar forca ***F*** në mënyrë që ta shprehim nëpërmjet korrespondueses $\boldsymbol{x_{statik}} = \boldsymbol{F/K}$.

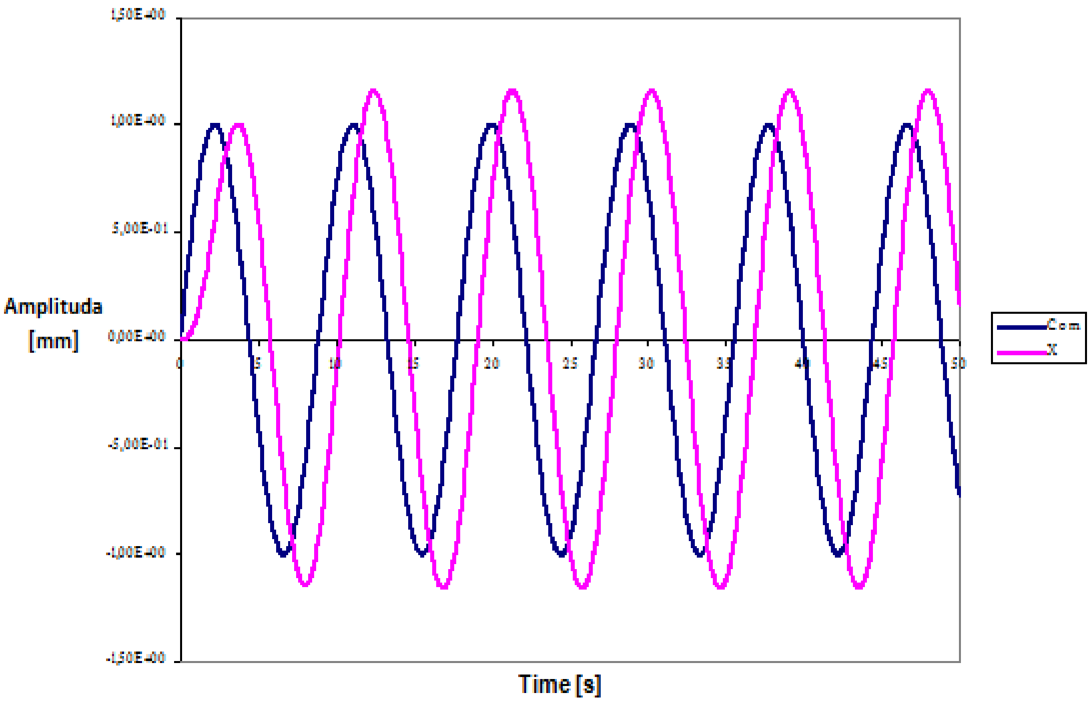


Fig 12.16: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande sinusoidale me Freq =** f_m**,** σ_n**=1 [rad/s] dhe** ζ**=0.5** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=1 [N*s/m])***

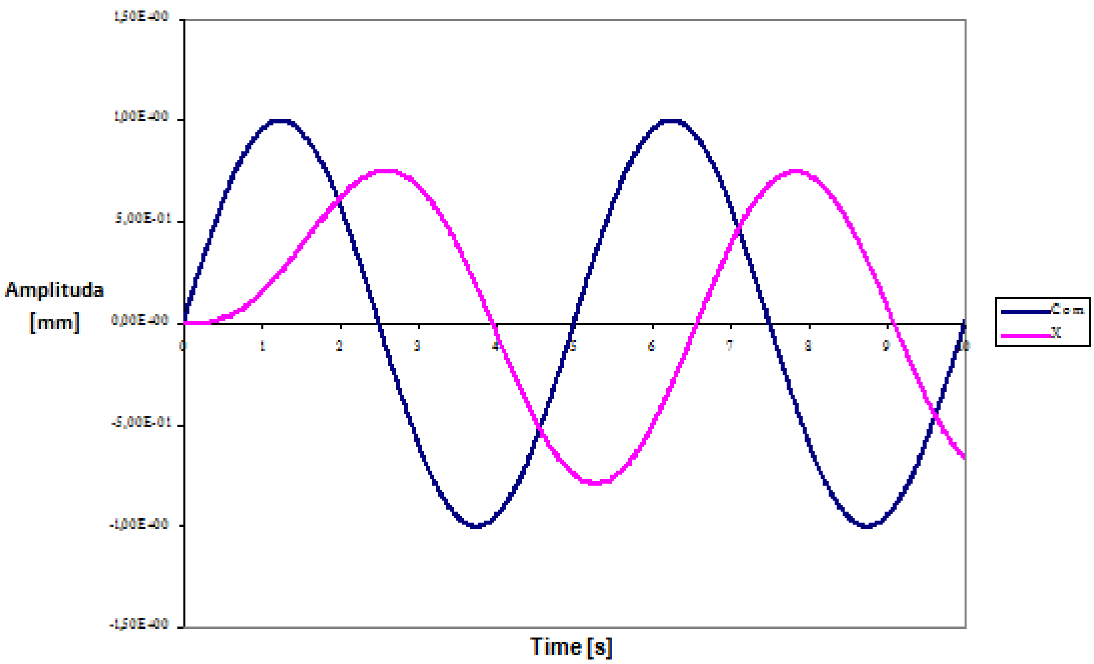


Fig 12.17: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande sinusoidale prej 0.2 Hz, me** σ_n**=1 [rad/s] dhe** ζ**=0.5** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=1 [N*s/m])***

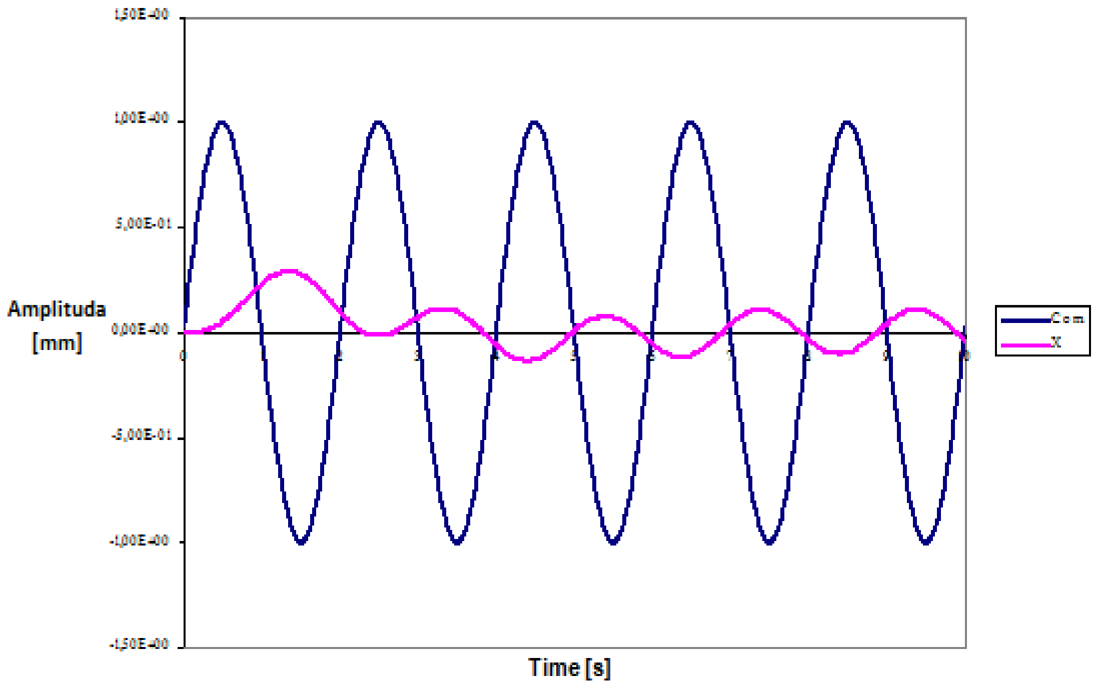


Fig 12.18: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande sinusoidale prej 0.5 Hz, me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.5** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=1 [N*s/m])***

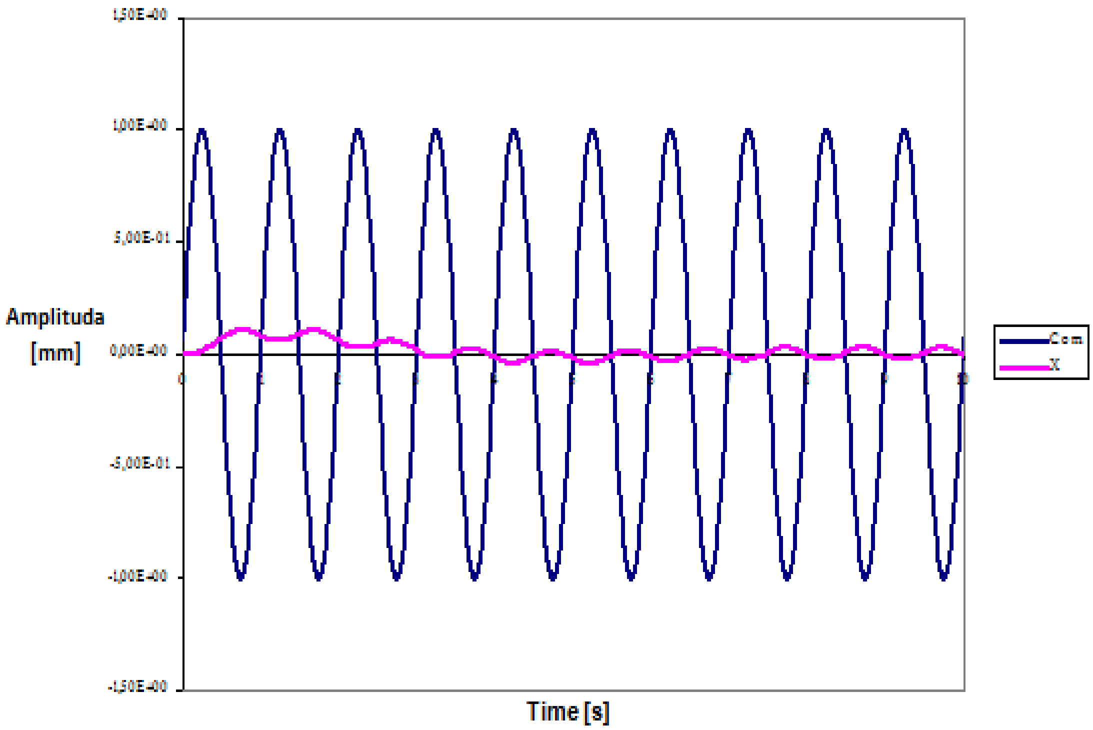


Fig 12.19: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande sinusoidale prej 1 Hz, me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0.5** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=1 [N*s/m])***

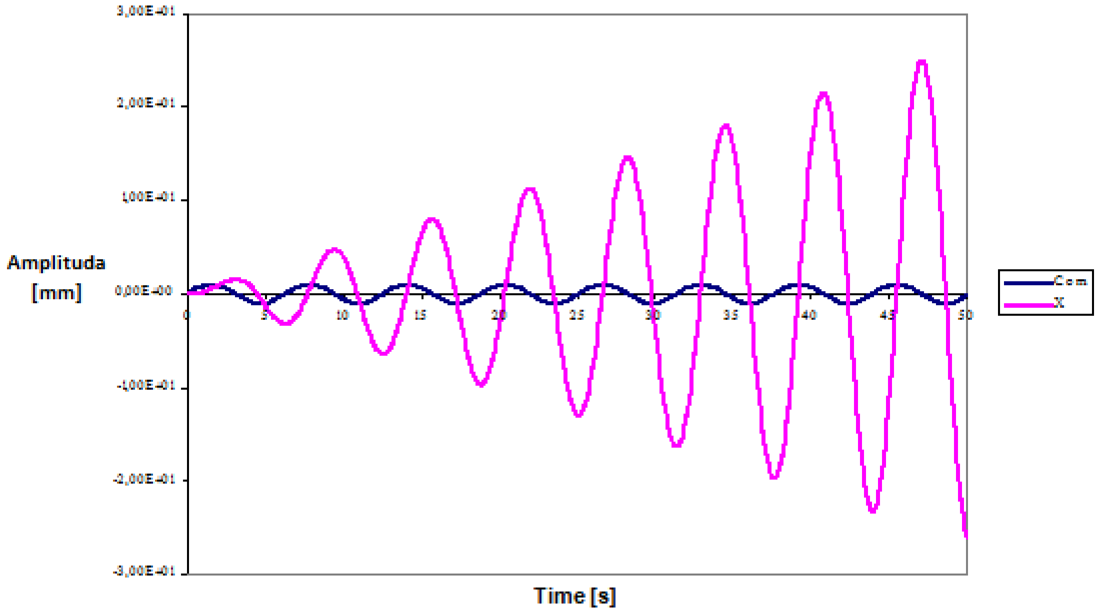


Fig 12.20: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande sinusoidale, me σ_n=1 [rad/s] dhe ζ=0** ***(pra me M=1 [kg], K=1 [N/m] dhe C=0 [N*s/m])***

Në **Fig. 12.16** paraqitet Përgjigjja dinamike e sistemit masë – sustë – zbutës ndaj një force sinusoidale me amplitudë 1 dhe frekuencë të barabartë me maksimumin e përgjigjes së sistemit:

$$f_m = f \cdot \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

Duke rritur frekuencën e forcës, në përputhje me sa u paraqit më parë, mund të vërejmë një reduktim progresiv të amplitudës së lëkundjeve të sistemit (në raport me amplitudën e hyrjes ***F***) e bashkëndodhur me një sfazim të tij; në **Fig. 12.17**, **12.18** dhe **12.19** konstatohet sesi, një forcë sinusoidale më e "shpejtë" (*pra, me një frekuencë më të madhe*), prodhon lëkundje sistemi me amplitudë progresivisht në ulje (*nëse ballafaqohet me forcën*).

Në **Fig. 12.20** paraqitet një rast rezonance, pra amplifikim progresiv i përgjigjes dinamike të një sistemi jo të zbutur nën veprimin e një force sinusoidale me amplitudë unitare dhe pulsacion të barabartë me pulsacionin natyror jo të zbutur σ_n të vetë sistemit.

Ky fenomen është thelbësorë në studimin e sjelljes vibruese të sistemeve dinamike meqenëse, siç kuptohet lehtësisht nga figura ndërveprimi mes vetë sistemit dhe një force të jashtme e cila ka një frekuencë të përafërt me σ_n mund të prodhojë në një kohë të shkurtër efekte kritike për integritetin e vetë strukturës së sistemit.

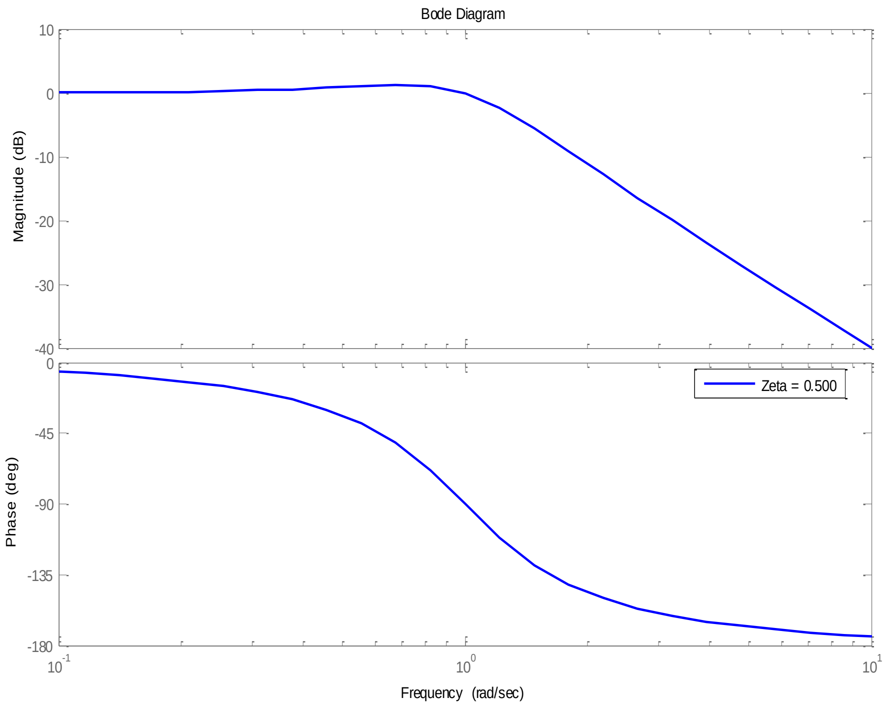


Fig 12.21: **Diagrama e Bodes për sistemin masë – sustë – zbutës të paraqitur në shembull**

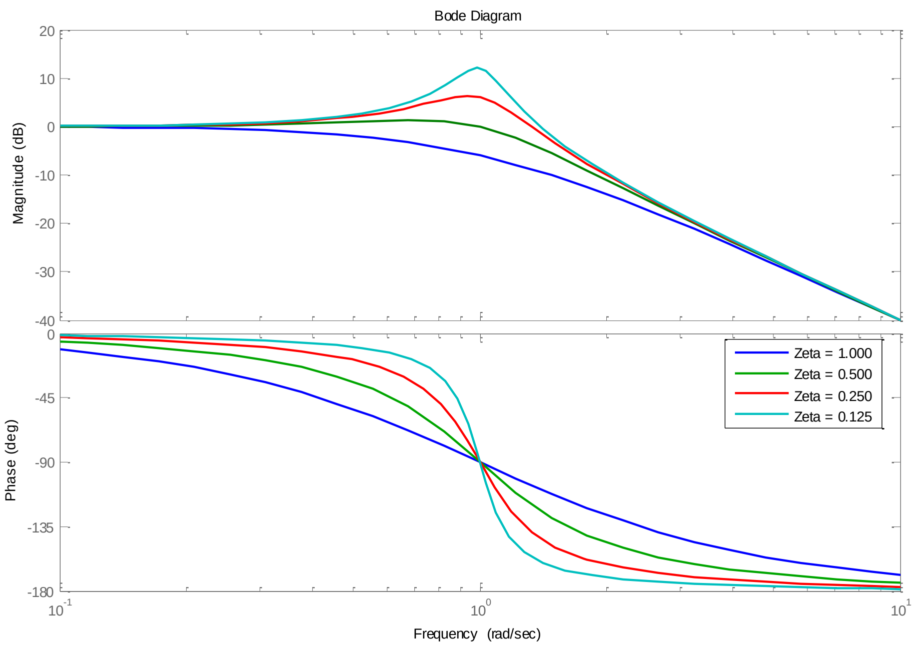


Fig 12.22: **Diagrama e Bodes për një sistem masë – sustë – zbutës në vlera të ndryshme ζ**

12.1 Modeli i gradës së 2° që thjeshtohet në një model të gradës së 1°

Më poshtë do të analizohet evoluimi i përgjigjes dinamike të një sistemi masë – sustë – shuajtës me ndryshim të masës së tij, duke u fokalizuar në lidhjen e ngushtë që egziston mes kësaj mase dhe vlerës së kohës karakteristike, duke vërtetuar sesi, kur termat inercial nuk janë të llogaritshëm në krahasim me ato elastik dhe viskoz, është e këshillueshme që të degradohet modeli numerik në një model korrespondues të gradës së parë. Në **Fig. 12.23** paraqitet evoluimi i përgjigjes dinamike të prodhuar nga sistemi i Kapitullit 12 për një komandë të shkallëzuar me madhësi unitare e aplikuar në çastin fillestar të simulimit; modeli është i përbërë nga një shuajtës viskoz që ka një **koeficient shuajtje viskoz** $C = 1$ ***[N·s/m]*** dhe nga një sustë ideale me **ngurtësi** $K = 1$ ***[N/m]***.

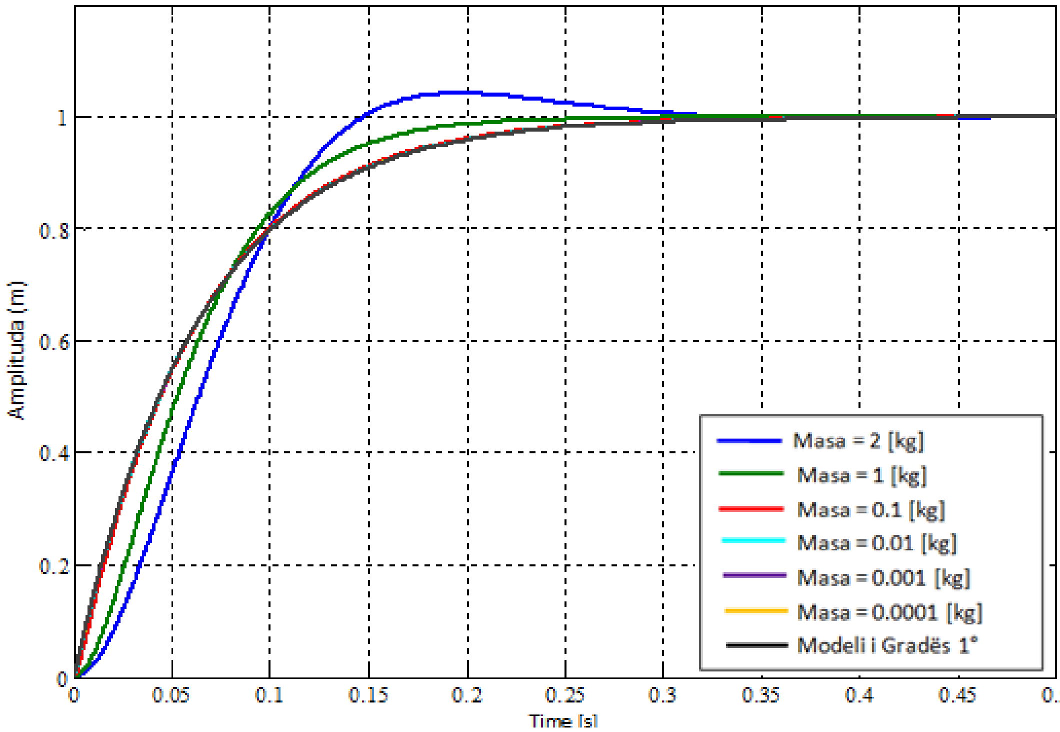


Fig 12.23: **Ecuria e përgjigjes dinamike të sistemit me ndryshimin e masës**

Nga grafiku[28] shihet menjëherë që lakorja përfaqësuese e përgjigjes dinamike të sistemit me masë = 2 [kg] nëse ballafaqohet me të tjerat, paraqet një **periodë lëkundje** shumë më të gjatë (*pra, një frekuencë të reduktuar*) dhe një **diferencë stabiliteti** mjaft më të ulët (*që praktikisht paraqitet me një tranzitor të karakterizuar nga lëkundje të theksuara me undershoot dhe overshoot*). **Perioda e lartë e lëkundjeve** T spjegohet lehtë duke kujtuar lidhjen që egziston mes masës dhe pulsimit të vetë sistemit σ_n. Në baraz ngurtësi K pulsimi është në proporcion të zhdrejtë me rrënjën kuadrate të masës, kështuqë duke rritur masën m, reduktohet σ_n (frekuenca natyrore jo e zbutur) dhe si konseguencë, rritet vlera e T. Gjithashtu dhe njësia e **marzhit të stabilitetit** rrjedh direkt nga vlera e masës;

[28] Simulimet mund të kryhen me modelin Matlab – Simulink të propozuar në Fig. 12.4, duke modifikuar vlerën e intervalit të integrimit në mënyrë që të menjanohet mundësia e shfaqjes së instabilitetit numerik.

ku në baraz koeficient dimensional të shuarjes $\boldsymbol{C}$ dhe të ngurtësisë $\boldsymbol{K}$, duke kujtuar që **shuarja kritike dimensionale $\boldsymbol{C_{cr}}$** e sistemit vlen:

$$C_{cr} = 2\sqrt{K \cdot m}$$

Dhe që **shuarja jodimensionale $\boldsymbol{\zeta}$** e sistemit vlen:

$$\zeta = C \big/ Ccr$$

Është e lehtë që të kuptohet se natyra shumë ose pak e spikatur e lëkundjeve të përgjigjeve dinamike të sistemit, e matur pikërisht përmes vlerës së **shuarjes jodimensionale $\boldsymbol{\zeta}$**, rezulton proporcionale me inversin e rrënjës kuadrate të masës.

$$\zeta = C \big/ 2 \cdot \sqrt{K \cdot m} \quad \Rightarrow \quad \zeta \propto m^{-0.5}$$

Lakorja jeshile, që i përket masës prej 1 [kg], duke qenë se ka pikërisht një masë më të vogël se rasti më sipër, paraqet një **periodë lëkundje** më të shkurtër (*pra, një frekuencë më të lartë*) dhe një **marzh stabiliteti** të rritur; meqenëse, në baraz ngurtësi dhe shuarje, kemi reduktuar masën është e menjëhershme konstatime sesi në krahasim me rastin më parë vlera e **shuarjes kritike dimensionale $\boldsymbol{C_{cr}}$** rezulton më e ulët kështu që meret një **shuarje jodimensionale $\boldsymbol{\zeta}$** më e lartë (*pra, një sjellje e tërë sistemit më e zbutur se rasti më parë*).

Si shembull mund të themi se në rastin e një mase prej 2 [kg], meret pikërisht një sistem mjaft më i zbutur (*ku kemi një* $\boldsymbol{C_{cr} \approx 2{,}83}$ *pra nje* $\boldsymbol{\zeta = 0.35}$) ndërsa, në rastin e një mase unitare, do të kemi një sistem lehtësisht të mbizbutur (*ku në këtë rast do të kemi* $\boldsymbol{C_{cr} \approx 2}$ *dhe një* $\boldsymbol{\zeta = 0{,}5}$). Nga lakorja e masës prej 0.1 [kg] mund dhe të vërejmë në këtë rast reduktim i mëtejshëm i masës prodhon një rritje të **shuarjes jodimensionale $\boldsymbol{\zeta}$** korresponduese duke e dërguar sistemin në **vlera kritike** (*pra, që rezulton më i madh ose i barabartë me 1*); superkriticiteti i sistemit shihet menjëherë nga mungesa e lëkundjeve në tranzitor (*sistemi shkon në mënyrë asintotike në pozicionin e ekuilibrit statik pa dhënë asnjë lëvizje lëkundëse*). Në tranzitorin e nisjes, pamvarësisht reduktimit të masës, është akoma mjaft e shikueshme dinamika e sjelljes tipike të një sistemi të gradës së dytë me nisje me tangjecë horizontale.

Duka reduktuar përsëri masën, dinamika e nisjes (pra, konditat e lëvizjes fillestare me pozicion dhe shpejtësi akoma nule por nxitim jo zero) rezulton gjithnjë e më e pjerrët (dhe më pak evidente) dhe sistemi do të përgjigjet me një sjellje më të menjëhershme force të shkallëzuar; kur termi inercial do të mbërrijë në vlera të tilla sa të japë një sjellje dinamike nisje me kohë karakteristike të ballafaqueshme me hapin e kampjonimit të sistemit, atëherë dinamika e nisjes nuk do të jetë më e lexueshme nga grafiku dhe sistemi në një analizë të parë do të duket se sillet si një model i gradës së parë[29].

Konsiderata të ngjashme të bëra gjer tani mund të kryhen për lakoret përfaqësuese të sistemeve me masë akoma më të vogël, por është e nevojshme që të konstatojmë menjëherë që, për vlera shuarje jodimensionale mjaft më të larta se vlera unitare, prezenca e termit inercial nuk prodhon efekte të ndjeshme mbi përgjigjen e sistemit; pra, për masa jashtëzakonisht të vogla, lakoret përfaqësuese të ecurisë kohore të tyre ngjeshen duke u mbivendosur në lakoren e gradës së parë.

Një aspekt tjetër thelbësorë i lidhur me reduktimin progresiv të termit inercial përfaqësohet nga mundësia e përpunimit të zgjedhjeve numerike "të arsyeshme" të këtyre modeleve të gradës së dytë. Duke qenë se kemi konstatuar se duke reduktuar masën, reduktojmë inertësinë e përgjithshme të sistemit (*pra, aftësinë e tij që të kundërshtojë një forcë që operon për të ndryshuar gjendjen e tij të qetësisë*) dhe gjenerohen përgjigje me dinamika kohore gjithnjë më të shpejta; kur **koha karakteristike e sistemit** do të rezultojë e krahasueshme (*ose dhe më e vogël*) se **intervali i përdorur i integrimit** në zgjidhjen numerike të modelit, do të lindin në llogaritë tona **instabilitete numerike** që në mënyrë të pashmangshme do të japin një abort të zgjidhjes së kërkuar[30].

Duke dashur që të modelizojmë dhe sisteme me masa shumë të vogla (*në hipotezën që nuk do të ndryshojë vlera e ngurtësisë dhe e shuarjes dimensionale*) përmes dinamikave të gradës së dytë, në mënyrë që të evitohen llogaritë pa sens (pra, lindja e fenomeneve të instabilitetit numerik), është e nevojshme, që të përdoren intervale integrimi shumë të reduktuar që, do të ngarkonin pashmangërisht masën e llogaritjeve, duke rritur kohën e CPU-së dhe fuqinë e llogaritjeve të absorbuara nga një operacion numerik i vetëm. Në këto raste këshillohet që të ndërrohet modeli i gradës së dytë, që si u tha është shumë i rëndë për llogaritë e kërkuara, me një model korrespondues të gradës së parë, i marë drejtpërsëdrejti nga i pari duke imponuar termat inercial të neglizhueshëm në respekt me ato elastikë dhe viskoz. Kujtojmë, që në këtë kapitull, modeli matematik i gradës së dytë është nxjerë nga ekuacioni i ekuilibrit të forcave që veprojnë mbi masën ***m***; duke supozuar që të reduktohet masa deri në vlera sa të bëhet i papërfillshëm efekti i saj, është e njëjta gjë si të supozohen të papërfillshëm në ekuacionin e ekuilibrit të gjithë termat inercial. Atëherë modeli matematik do të bëhej:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+C\frac{dx}{dt}+Kx=F \quad \Rightarrow \quad C\frac{dx}{dt}+Kx=F \qquad \textbf{(12.16)}$$

[29] Për masa shumë të reduktuara, sistemi manifeston një përgjigje dinamike që ngjason evoluimin eksponencial tipik të sistemeve të gradës së parë; kjo ngjashmëri është vetëm ne dukje, sepse zgjidhja analitike e një sistemi të gradës së dytë hipërkritik (*në ndryshim nga grada e parë*) nuk është një eksponencial i mirëfilltë.

[30] Theksojmë që këto instabilitete nuk gjejnë asnjë çasje fizike reale të modelit në fjalë (pra nuk janë instabilite të tipit strukturorë ose të ngjashme) por janë ekskluzivisht probleme të një natyre komputerike për shkak të tejkalimit të kapacitetit llogaritës të programit.

Duke shprehur (12.16) në respekt të termave me derivate maksimal termat e madhësive në dalje (pra, të spostimit x të masës), do të marim:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F - Kx}{C} \tag{12.17}$$

Duke vepruar, në mënyrë tërësisht të ngjashme si më sipër është e mundur që të "përkthehet" ekuacioni (12.17) në diagramën korresponduese me blloqe elementare të gradës së parë në Matlab – Simulink:

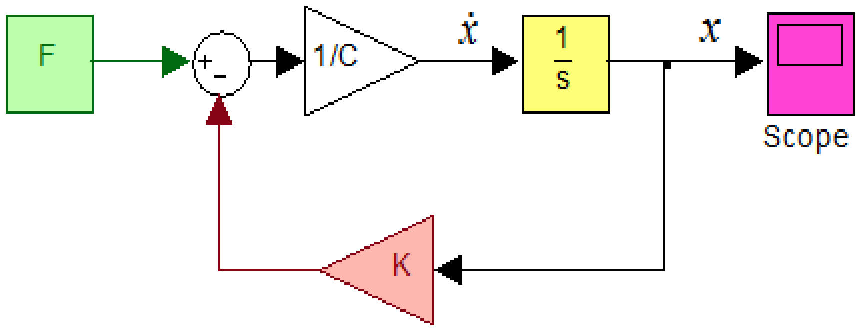


Fig 12.24: **Diagrama me blloqe Simulink e modelit të gradës së parë të barazvlefshëm**

13. Sistemet dinamike të gradës së dytë me dy hyrje

Rasti në shqyrtim (i paraqitur në **Fig. 13.1**) përbëhet nga një ***masë M*** që lëviz përgjatë ***x*** në një plan të sheshtë horizontal (*pa prezencë fërkimi*) nën veprimin e kombinuar të një ***force të jashtme F***, të ***forcave të rithirjes elastike*** të prodhuara nga dy ***susta ideale*** që kanë një ngurtësi respektivisht K_{ass} dhe K_{rel} (*pra susta me ngurtësi të përcaktuar dhe në ndryshim me rastin real, rezultojnë konstante në respekt me zgjatimin x*) dhe të ***forcave zbutëse*** që vijnë nga një ***zbutës viskoz*** me koeficient zbutje dimensional C_{ass} dhe C_{rel}. **Forcat elastike dhe viskoze të asociuara me K_{rel}** dhe C_{rel} vijnë për shkak të lëvizjes relative që egziston mes **masës *M*** dhe faqes lëvizëse (*që spostohet sipas një koordinate të pamvarur y, e ndodhur në të njëjtin aks me atë x*).

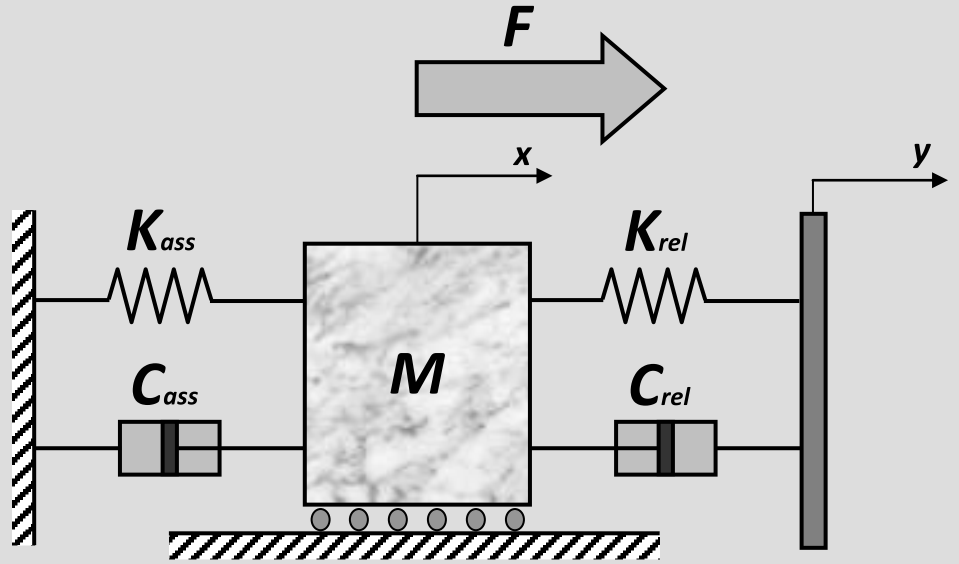


Fig 13.1: Paraqitja skematike e sistemit fizik në shqyrtim

Në analogji me servomekanizmat e fluturimit, mund ta shikojmë sistemin e mësipërm sikur sipërfaqja e lëvizur e avionit të paraqitet me anë të masës ***M***, ndërsa faqja e lëvizur ***y***, që në moton e sajë në respekt me ***x*** prodhon një forcë proporcionale me spostimin relativ ***x – y*** (*përmes një **suste ideale** me ngurtësi* K_{rel}) dhe një force proporcionale me shpejtësinë relative (*përmes një **zbutësi viskoz** me koeficient zbutje dimensional* C_{rel}), simulon shufrën e komandimit të pilotit.

Ndërsa, ngurtësitë dhe zbutësit relativ ose absolut të sistemit tonë, simulojnë karakteristikat e ndryshme të servomekanizmit në shqyrtim:

K_{rel}: simulon veprimin e kontrollit, proporcional me gabimin e pozicionit relativ të prodhuar nga **komponenti proporcional *(GAP)*** të **kontrolluesit** të servomekanizmit. Kjo ngurtësi mund të interpretohet si **përfitimi në unazë pozicioni proporcional**, ku në fakt prodhon mbi sipërfaqen lëvizëse një forcë proporcionale me diferencën e pozicionit në çast të matur mes komandës së dhënë nga shufra e komandimit *(input y)* dhe pozicionin e sipërfaqes lëvizëse *(output x)*.

C_{rel}: na jep një kontribut force proporcionale me shpejtësinë relative që egziston mes sipërfaqes së lëvizshme (*pra, masa që zhvendoset me një shpejtësi dx/dt*) dhe shufrës së komandës (*faqja e lëvizshme që ka një shpejtësi dy/dt*), ky kontribut, simulon mjaft mirë **kontributin derivativ *(GAD)*** të logjikës së kontrollit të servomekanizmit.

K_{ass}: simulon efektin e fushës aerodinamike mbi sipërfaqen e lëvizshme (pra forcën aerodinamike që lind mbi sipërfaqen e lëvizshme kur kjo e fundit e futur në lëvizje nga sistemi spostohet nga pozicioni i "zeros" aerodinamike). Për të bërë të mundur që modeli të funksionojë në mënyrë korrekte për të simuluar një servomekanizëm është e nevojshme që $\boldsymbol{K_{ass}} \ll \boldsymbol{K_{rel}}$.

C_{ass}: simulon **zbutësit fluidodinamik** të përfshirë në strukturën e servomekanizmit (*në veçanti rrjedhjet e fluidit përmes vrimave dhe kalimeve të valvolës*) dhe kontributin që vjen për shkak të një unaze **kontrolli në shpejtësi *(GAS)*** (*që me ndryshim me GAD, vepron në rregullimin proporcional të vetëm shpejtësisë së veprimit të sipëfaqes së lëvizshme*) ndërsa në rastin e servomekanizmit elektromekanik simulon kontributin e forcës kundër-elektromotore (*FCEM*).

Kryesisht, për studimin e këtyre modeleve, përcaktohet **sistemi i ekuacioneve të ekuilibrit** që përcakton fenomenin fizik. Këto ekuacione konvertohen në setin e **ekuacioneve algjebrike** përmes **transformatave të Laplasit** dhe pastaj përkthehen shprehjet matematike në **diagramën me blloqe** (pra në një formulim të përshtatshëm për përdorim me Matlab/Simulink).

Përpara se të fillojmë me analizimin e sistemit, është e nevojshme që të ndalemi pak mbi analizimin e madhësive fizike në shqyrtim, për të kuptuar më mirë domethënien dhe vlerën e këtyre koeficientëve. Ekuacionet e ekuilibrit që do të shqyrtojmë përshkruajnë ekuilibrin e forcave që veprojnë mbi masat e sistemit, pra të gjithë elementët e këtyre ekuacioneve duhet të kenë domosdoshmërisht dimensionet e një force (*pra Newton* = $kg \cdot m/s^2$). Nga kjo analizë e thjeshtë dhe e menjëhershme është e lehtë që të kuptohet se në rastin tonë, ngurtësitë ***K*** të sustave do të shprehen në [*N/m*] pra në [kg/s^2], ndërsa zbutja dimensionale ***C*** e zmorcuesve viskoz do të matet në [*N/(m/s)*] ose [*N·s/m*] ose dhe më tej në [*kg/s*]. Kjo qasje "dimensionale", që në shikim të parë duket e menjëhershme dhe mjaft e thjeshtë, paraqet në vetvete një instrument shumë të rëndësishëm për aplikimet tona, sepse na lejon që të kuptojmë menjëherë masën dhe korrektësinë e konsideratave që ne kryejmë për këto sisteme. Në rastin që do të kishim gabime në strukturën e modelimit tonë analiza dimensionale na lejon që të aplikojmë korrektimet e nevojshme në diagramën me blloqe.

Duke përdorur paraqitjen skematike të propozuar në **Fig. 13.2**, mund të arrijmë lehtësisht në ekuacionin e ekuilibrit të forcave që veprojnë mbi masën ***M*** të **Fig. 13.1**:

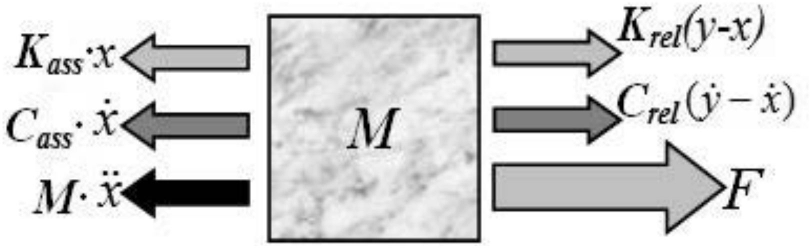


Fig 13.2: **Paraqitja skematike e ekuilibrit të forcave përgjatë boshtit x**

Në çdo çast **forca F** ekuilibrohet nga shuma algjebrike e **forcave të inercisë** $\boldsymbol{M \cdot d^2x/dt^2}$, nga **forcat e rithirjes elastike** të dy sustave dhe nga **forcat zbutëse** të prodhuara nga dy zbutësit; në këtë mënyrë mund të finalizojmë matematikisht këtë konditë ekuilibri duke nxjerë ekuacionin (13.1):

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + C_{ass}\frac{dx}{dt} + K_{ass}x + C_{rel}\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt}\right) + K_{rel}(x-y) = F \qquad \textbf{(13.1)}$$

Meqë sistemi mekanik nën shqyrtim, i përshkruar nga (13.1), ka dy gradë lirie (spostimet x dhe y), mund të mendohet që forcat që veprojnë në këtë rast janë **force aerodinamike *F(t)*** që vepron mbi sipërfaqen e lëvizshme dhe **spostimi *y(t)* i shufrës së komandës**.

Duke riorganizuar (13.1) në mënyrë që në anën e majtë të ekuacionit të mblidhen të gjithë termat e panjohura, ndërsa në anën e djathtë të ekuacionit të figurojnë vetëm termat e njohura, do të nxjerim shprehjen e mëposhtme:

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + (C_{ass} + C_{rel})\frac{dx}{dt} + (K_{ass} + K_{rel})x = F + C_{rel}\frac{dy}{dt} + K_{rel}y \qquad \textbf{(13.2)}$$

Termat e ekuacionit (13.2) në të djathtë janë madhësi të njohura që veprojnë mbi sistem duke modifikuar gjendjen e qetësisë së tij dhe janë përgjithësisht të identifikuar si **forcantet e sistemit $\boldsymbol{\xi}$**:

$$\xi = F + C_{rel}\frac{dy}{dt} + K_{rel}y \qquad \textbf{(13.3)}$$

Duke përdorur metodën e Transformatave të Laplasit e mbajtur parasysh (13.3) është e mundur që të transformohet ekuacioni diferencial (13.3) në ekuacionin algjebrik më të thjeshtë (13.4):

$$\overline{\xi} = \overline{F} + (C_{rel} \cdot s + K_{rel})\overline{y}$$

Nga ku:

$$M \cdot s^2 \cdot \bar{x} + (C_{ass} + C_{rel}) \cdot s \cdot \bar{x} + (K_{ass} + K_{rel}) \cdot \bar{x} = \bar{\xi} \tag{13.4}$$

Nga (13.4) mund të nxjerim menjëherë Funksionin e Transferimit G (s):

$$G(s) = \frac{\bar{x}}{\bar{\xi}} = \frac{1}{M \cdot s^2 + (C_{ass} + C_{rel}) \cdot s + (K_{ass} + K_{rel})} \tag{13.5}$$

Gjithashtu dhe në këtë rast, është e mundur që të ripërpunohet F.d.T. e formulës (13.5) duke ju referuar madhësive si në vazhdim:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{K_{ass} + K_{rel}}{M}} \rightarrow \sigma_n^{\ 2} = \frac{K_{ass} + K_{rel}}{M} \tag{13.6}$$

$$\zeta = \frac{C_{ass} + C_{rel}}{C_{cr}} = \frac{C_{ass} + C_{rel}}{2\sqrt{(K_{ass} + K_{rel}) \cdot M}}$$

$$C_{ass} + C_{rel} = \zeta \cdot C_{cr} = \zeta \cdot 2\sqrt{(K_{ass} + K_{rel}) \cdot M} \tag{13.7}$$

Duke mbledhur në faktor të përbashkët masën ***M***, mund të rishkruajmë ekuacionin (13.5) si vijon:

$$\frac{\bar{x}}{\bar{\xi}} = \frac{1/M}{s^2 + \frac{(C_{ass} + C_{rel})}{M} \cdot s + \frac{(K_{ass} + K_{rel})}{M}} \tag{13.8}$$

Duke patur parasysh (13.6) dhe (13.7) mund të rishkruhen termat në emëruesin e (13.8) si vijon:

$$\frac{C_{ass} + C_{rel}}{M} = 2 \cdot \zeta \sqrt{\frac{K_{ass} + K_{rel}}{M}} = 2 \cdot \zeta \cdot \sigma_n$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{\xi}} = \frac{1/M}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \sigma_n \cdot s + \sigma_n^{\ 2}} \tag{13.9}$$

Saktësojmë funksionin tonë me anë të termave të forcës ***L***[***ξ***] në mënyrë që të paraqitet output-i ***X*** si efekt i përbashkët i dy hyrjeve ***F*** dhe ***y*** duke marë:

$$\bar{x} = \frac{\bar{F}/M + (C_{rel} \cdot s + K_{rel}) \cdot \bar{y}/M}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \sigma_n \cdot s + \sigma_n^{\ 2}} \tag{13.9'}$$

Mbledhim në faktor të përbashkët ngurtësinë totale të sistemit $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K_{ass}} + \boldsymbol{K_{rel}}$, e riformulojmë (13.5) si vijon:

$$\frac{\overline{x}}{\overline{\xi}} = \frac{1/(K_{ass}+K_{rel})}{\dfrac{M}{K_{ass}+K_{rel}}\cdot s^2 + \dfrac{C_{ass}+C_{rel}}{K_{ass}+K_{rel}}\cdot s + 1} = \frac{1/(K_{ass}+K_{rel})}{\dfrac{s^2}{\sigma_n^2} + 2\cdot\zeta\cdot\dfrac{s}{\sigma_n} + 1} \qquad \textbf{(13.10)}$$

Në (13.10) vendoset:

$$\frac{C_{ass}+C_{rel}}{K_{ass}+K_{rel}} = 2\cdot\zeta\sqrt{\frac{(K_{ass}+K_{rel})\cdot M}{(K_{ass}+K_{rel})^2}} = 2\cdot\zeta\sqrt{\frac{M}{(K_{ass}+K_{rel})}} = 2\cdot\zeta/\sigma_n$$

Duke dashur dhe në këtë rast që të paraqesim $\boldsymbol{L[\xi]}$ në mënyrë të tillë që të përfaqësojë daljen $\boldsymbol{X}$ si efekt i përbashkët i dy hyrjeve $\boldsymbol{F}$ (*në forcë*) dhe $\boldsymbol{y}$ (*në pozicion të murit lëvizës*) do të kemi:

$$\overline{x} = \frac{\overline{F}/(K_{ass}+K_{rel}) + (C_{rel}\cdot s + K_{rel})\,\overline{y}/(K_{ass}+K_{rel})}{\dfrac{s^2}{\sigma_n^2} + 2\cdot\zeta\cdot\dfrac{s}{\sigma_n} + 1} \qquad \textbf{(13.10')}$$

Në përputhje me sa u paraqit në fillim të këtij paragrafi, do të kemi $\boldsymbol{K_{ass}}$ të vogël në respekt me $\boldsymbol{K_{rel}}$ (rikujtojmë se duke vendosur $K_{ass} \ll K_{rel}$ është e barazvlefshme në analogji me servomekanizmin që ti imponohet një efekt i unazës së pozicionit më i fortë se ai i shkaktuar nga fusha aerodinamike), $\boldsymbol{F}$ të anuluar dhe $\boldsymbol{y}$ konstant, nga ku mund të verifikojmë që në rregjim konstant (pra për $\boldsymbol{t} \rightarrow \infty$ ose $\boldsymbol{s} \rightarrow \boldsymbol{0}$) kemi:

$$\overline{x} = \overline{y} \qquad \textbf{(13.10'')}$$

Duke vendosur $\boldsymbol{K_{ass}} \ll \boldsymbol{K_{rel}}$ (ose duke neglizhuar ngurtësinë $\boldsymbol{K_{ass}}$) është e barazvlefshme si të imponohet një vlerë unitare e **përfitimit statik $\boldsymbol{K_0}$** (*pra, arrihet të bëhet e mundur që të thohet se raporti i matur në kondita statike mes daljes x dhe hyrjes y do të rezultojë i barabartë me një*).

F.d.T i paraqitur në (13.5) (*të njëjtat konkluzione janë të vlefshme dhe për (13.9) dhe (13.10)*), në atë mënyrë që lidh menjëherë termin forcë me përgjigjen e sistemit, mund të vendoset direkt në diagramën me blloqe si tregohet në **Fig. 13.3**.

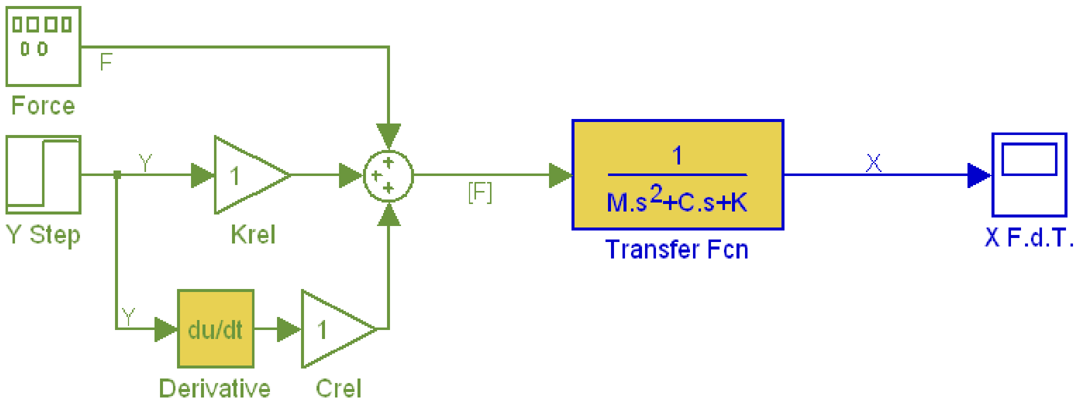


Fig 13.3: **Diagrama me blloqe e realizuar direkt duke përdorur F.d.T.**

Natyrisht, është e mundur për të arritur në rezultat të njëjtë me atë të sapo nxjerë, duke përdorur vetëm blloqe elementare të librarisë së Matlab/Simulink-ut; duke mos nxjerë menjëherë F.d.T., me anë të disa analizimeve mund të "përkthejmë" ekuacionin (13.5) në diagramën e barazvlefshme me blloqe të **Fig. 13.4**.

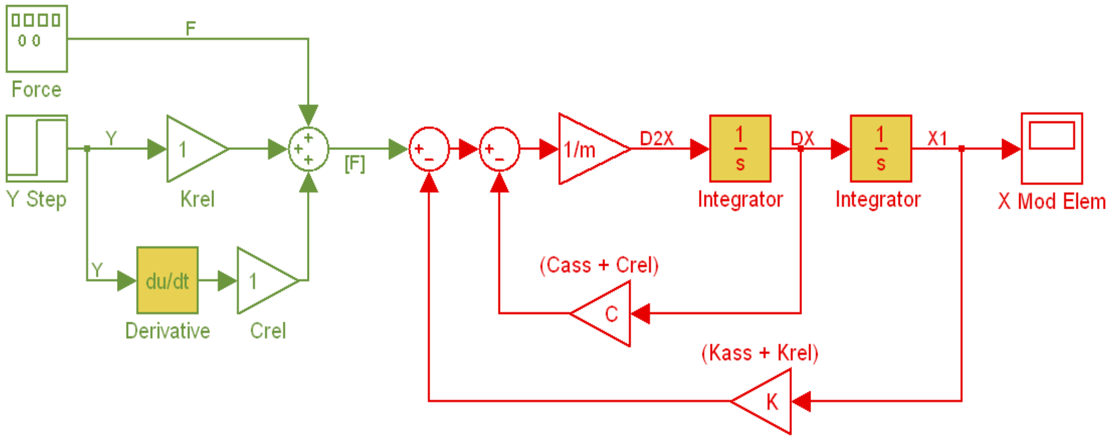


Fig 13.4: **Diagrama me blloqe e realizuar duke përdorur blloqet elementare të Simulink.**

Për diagramën me blloqe "elementare" të **Fig. 13.4** rishkruajmë ekuacionin (13.2) si vijon:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{M}\left\{ \xi - (C_{ass} + C_{rel})\frac{dx}{dt} - (K_{ass} + K_{rel})x \right\} \qquad \textbf{(13.11)}$$

Diagrama korresponduese e (13.11) mund të nxiret lehtë si në rastet e trajtuara më parë, por që duhet mbajtur parasysh shprehja e ξ (*sipas formulës 13.3*) dhe ta riformulojmë në bazë të gjuhës Simulink. Rikujtojmë që formula e **forcës së sistemit ξ** (13.3):

$$\xi = F + C_{rel}\frac{dy}{dt} + K_{rel}\,y \qquad \textbf{(13.11')}$$

Ekuacioni (13.3) i marë në këtë formë, mund të "përkthehet" menjëherë në diagramën me blloqe si vijon:

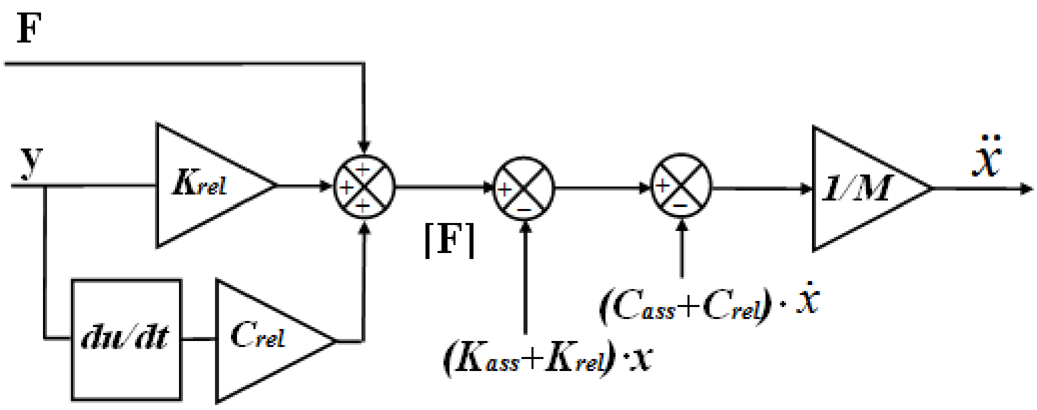


Fig 13.5: **Diagrama me blloqe e ekuacionit (13.11)**

Kalimi nga diagrama me blloqe e thjeshtë e **Fig. 13.3** në atë të **Fig. 13.4** (*diagrama totale e realizuar nga blloqe elementarë*) realizohet duke vendosur dy **blloqe integruese [1/s]** pas **gain [1/M]** dhe duke mbyllur në mënyrë të duhur **unazën e kundër-reagimit në shpejtësi** (*e cila modelizon forcën viskoze, proporcionale me shpejtësinë me të cilën spostohet **M**, ku zbutësi i kundërvihet ngacmimit të jashtëm të prodhuar nga forca*) dhe atë **në pozicion** (*që përshkruan forcën proporcionale me spostimin **x** të prodhuar nga susta*).

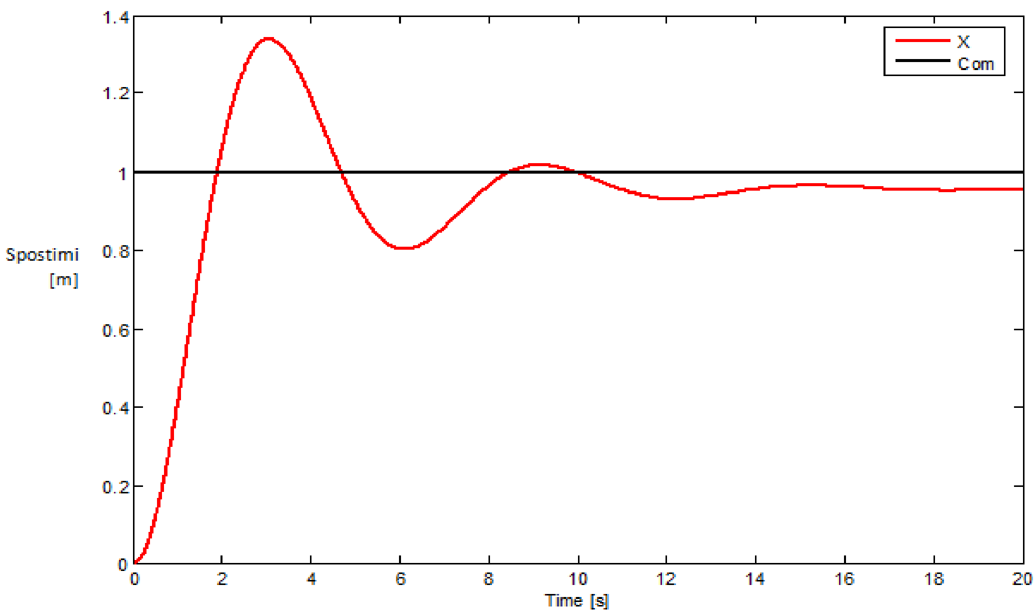


Fig 13.6: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar**

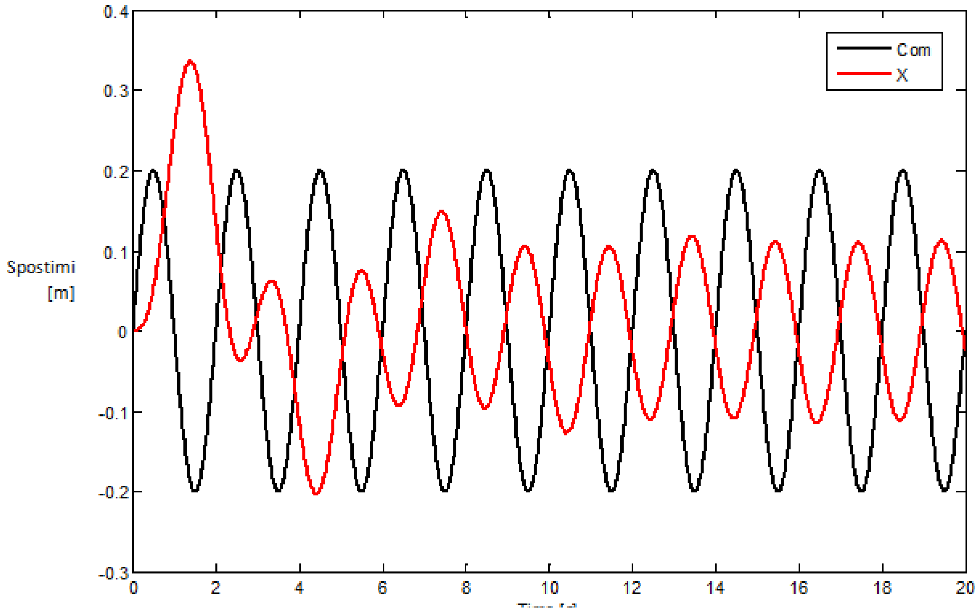


Fig 13.7: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande sinusoidale në 0.5 Hz**

Në **Fig 13.6** dhe **13.7** paraqitet ecuria e përgjigjeve dinamike të prodhuara nga modeli në shqyrtim, respektivisht në rastet e një komande unitare të shkallëzuar dhe të një komande sinusoidale me amplitudë konstante (*e dhënë ndaj sipërfaqes lëvizëse*); që të dy këto simulime janë bërë në rastin e një **force *F* te anuluar** (*supozohet në këtë mënyrë që nuk kemi veprime të jashtme "ngacmuese" duke u përqendruar mbi përgjigjen e krijuar nga sistemi në prezencë të vetëm spostimit të sipërfaqes lëvizëse **y***).

Duke vërejtur me vëmendje pozicionin e arritur në regjim të sistemit në rastin e **Fig. 13.6** dhe ballafaquar këtë përgjigje dinamike me atë të paraqitur në rastin e sistemit masë – sustë – zbutës me një hyrje (MCK) vërehen diferenca domethënëse (*dhe pse ballafaqimi bëhet mes madhësive homogjene*). Në rastin e sistemit me një hyrje Përgjigjja dinamike e gjeneruar nga MCK (*i zbutur*) kur aplikohet një input i shkallëzuar (*komanda e dhënë përfaqësohej nga një forcë e shkallëzuar **F**, që në grafik normalizohet në mënyrë që të bëhet homogjene me outputin e pozicionit x të masës, si* $\boldsymbol{x_{stat}} = \boldsymbol{F/K}$) evoluonte duke shkuar në regjim pikërisht në të njëjtën vlerë të inputit (*pra, duke mos gjeneruar asnjë luhatje*). Meqenëse sjellja asintotike e sistemit qeveriset nga **Përfitimi Statik** $\boldsymbol{K_0}$ i tij (*pra nga numëruesi i F.d.T.*), për të justifikuar këtë dinamikë është e nevojshme të gjendet ky koeficient.

Duke rishkruar formulat e para për rastin e sistemit me një hyrje dhe duke kujtuar që $\boldsymbol{x_{stat}} = \boldsymbol{F/K}$, do të kemi:

$$F.d.T. = \frac{\overline{x}}{\overline{F}} = \frac{\overline{x}}{K \cdot \overline{x}_{stat}} = \frac{1/K}{\dfrac{s^2}{\sigma_n^{\,2}} + 2 \cdot \zeta \cdot \dfrac{s}{\sigma_n} + 1}$$

Duke shprehur F.d.T. si raportin mes madhësive të outputit dhe të inputit, marim:

$$F.d.T. = \frac{\bar{x}}{\bar{x}_{stat}} = \frac{1}{\frac{s^2}{\sigma_n^{\ 2}} + 2 \cdot \zeta \cdot \frac{s}{\sigma_n} + 1}$$

Fakti që në rastet e analizuara për MCK me një hyrje nuk gjenerohen luhatje të komandës, gjen spjegim në faktin se *Përfitimi Statik* $\boldsymbol{K_0}$[31] i tij mer vlerë unitare.

Në rastin e **Fig. 13.6** sistemi është i ngacmuar vetëm nëpërmjet një spostimi y të sipërfaqes së lëvizshme (forca e jashtme F është zero), pra, duke përdorur formulen 13.11'', do të marim:

$$\xi = C_{rel}\frac{dy}{dt} + K_{rel}y \quad \Rightarrow \quad \bar{\xi} = \bar{y} \cdot (C_{rel}s + K_{rel})$$

Në këtë rast, *Përfitim Statik* $\boldsymbol{K_0}$ mund të nxirret nga formula 13.10 duke zëvendësuar forcën me shprehjen e mësipërme dhe duke kujtuar që në regjim (*pra për* $t \to \infty$ *dhe* $s \to 0$) raporti mes outputit dhe inputit të F.d.T. përputhet pikërisht me $\boldsymbol{K_0}$.

Duke zëvendësuar formulën 13.11'' në 13.10 marim:

$$F.d.T. = \frac{\bar{x}}{\bar{\xi}} = \frac{\bar{x}}{\bar{y} \cdot (C_{rel}s + K_{rel})} = \frac{1/(K_{ass} + K_{rel})}{\frac{s^2}{\sigma_n^{\ 2}} + 2 \cdot \zeta \cdot \frac{s}{\sigma_n} + 1}$$

Në mbarim të fazës tranzitore (*pra, për* $s \to 0$) relacioni mes forcës dhe përgjigjes së sistemit do të vlejë:

$$\frac{\bar{x}}{\bar{\xi}} = \frac{\bar{x}}{\bar{y} \cdot K_{rel}} = \frac{1}{(K_{ass} + K_{rel})} \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{K_{rel}}{(K_{ass} + K_{rel})} = K_0$$

Diferenca që manifestohet tani mes inputit $\boldsymbol{y}$ dhe outputit $\boldsymbol{x}$ i adresohet në këtë mënyrë faktit se kemi marë një ***Përfitim Statik*** $\boldsymbol{K_0}$ jo unitarë[32] (*vihet re se në rastin e përdorimit të një* $\boldsymbol{K_{ass} = 0}$ *do të mernim përsëri një* $\boldsymbol{K_0}$ *unitare*).

---

[31] Duke rikujtuar përsa u tha në rastin e MCK me një hyrje mbi relacionin mes përgjigjes dinamike të një sistemi dhe F.d.T. e tij dhe duke u bazuar në teoremën e vlerës finale, mund të demostrojmë që në regjim (pra për $s \to 0$) ekuacioni karakteristik mer vlerë unitare (ku të gjithë termat në "s" anulohen) kështuqë F.d.T. reduktohet në një relacion statik:

$$F.d.T. = \frac{o}{i} = \frac{K_0}{Ek.\ Karakteristik} \quad \Rightarrow Ne\ regjim \Rightarrow \quad F.d.T. = \frac{o}{i} = \frac{\bar{x}}{\bar{x}_{stat}} = K_0 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = K_0 \cdot \bar{x}_{stat}$$

Pra, nëse ***Përfitimi Statik*** $\boldsymbol{K_0}$ ka vlerë unitare, luhatja mes inputit dhe outputit do të jetë zero (pikërisht $x = x_{stat}$)

[32] Në rastin e diagramës së Bodes ballafaqohet amplituda e hyrjes së forcës F me amplitudën në dalje të pozicionit të masës, ***përfitimi statik*** $\boldsymbol{K_0}$ i dispozitivit rezulton i dimensionuar dhe jo domosdoshmërisht unitarë; kështuqë në diagramën e Bodes, për s → 0, lakorja e përgjigjes nuk shkon drejt 0 dB por drejt barazisë me vetë përfitimin statik (*të shprehur në dB, pra rreth 20 herë logaritmi me bazë dhjetë i* $\boldsymbol{K_0}$). Ndërsa, nëse do zëvendësonim amplitudën e forcës $\boldsymbol{F}$ atë të pozicionit që masa do merte në mënyrë statike nën vlerën e konsideruar të vetë forcës dhe të ndërtohej diagrama e Bodes që do raportonte daljen

Në **Figurat** e më poshtme **13.8, 13.9, 13.10, 13.11, 13.12**, do të analizohen disa raste të veçanta që janë domethënës për të kuptuar më në thellësi sjelljen e modelit nën shqyrtim në funksion të parametrave që e karakterizojnë dhe të forcave që i vendosen:

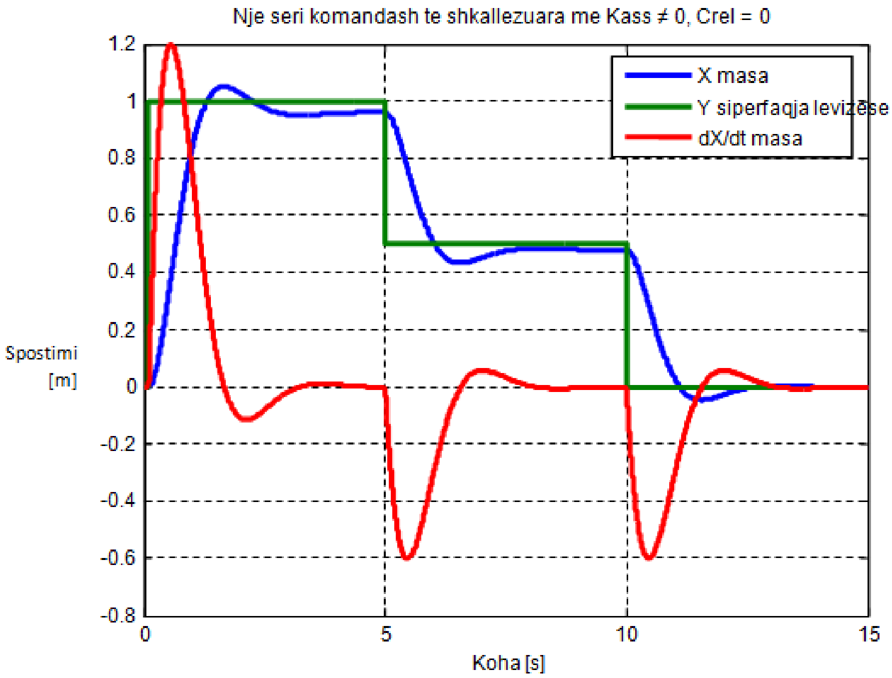


Fig 13.8: **Përgjigja e sistemit ndaj një serie zbritëse komandash të shkallëzuara**

Në rastin e **Fig. 13.8** në çastin $t_1 = 0{,}1$ [s] japim nëpërmjet sipërfaqes së lëvizshme një komandë të shkallëzuar unitare; në çastin $t_2 = 5$ [s] përgjysmojmë madhësinë e shkallëzimit (*në mënyrë operative i mbledhim shkallës së parë me madhësi 1 [m], një shkallë të dytë me madhësi – 0,5 [m]*) dhe në çastin $t_3 = 10$ [s] e reduktojmë në zero këtë shkallëzim. Sistemi prodhon një përgjigje dinamike lëkundëse me tejkalime modeste dhe shpejt të zbutura të komandës; vërejmë që pozicioni x i arrirë nga masa në regjim nuk përputhet me atë të elementit të lëvizshëm y për efekt të vlerës jo zero të *ngurtësisë absolute* $\boldsymbol{K_{ass}}$ (*dhe, duke kujtuar që **Përfitimi Statik** vlen* $K_0 = K_{rel}/(K_{rel} + K_{ass})$, *prodhon një vlerë jo unitare të përfitimit statik të F.d.T.*). Vërehet që distanca me pozicionin që vendoset në regjim të lëvizjes mes **pozicionit të komanduar y dhe pozicionit efektiv x**, pas aplikimit të çdo shkalle komande është proporcionale me vetë vlerën e x. Kontributi në forcë që jep $\boldsymbol{K_{ass}}$ në model është përfaqësues si analog në një servokomandë fluturimi i **momentit përdredhës** që lind mbi sipërfaqen lëvizëse për shkak të një përkulje të vetë asaj; atëherë, nëse x është i ndryshëm nga zero, nëpërmjet $\boldsymbol{K_{ass}}$ prodhohet një forcë rithirje elastike që duhet të ekuilibrohet sipas:

e pozicionit të masës si më parë të konsideruar me atë të pozicionit "stacionarë"të thënë tani, mund të pohojmë që vlera e marë nga lakorja e përgjigjes për $s \rightarrow 0$ ka tendencë për në 0 dB sepse në këtë rast jemi duke ballafaquar madhësi homogjene mes tyre, ku nga të cilat e dyta (*pra, pozicioni "stacionarë"*) do kuptohet si vlera nga ku e para (dalja efektive) duhet të shkojë pamvarësisht nga dinamika e sistemit *(konsiderata të ngjashme vlejnë dhe për sistemin MCK me një hyrje të parë më parë*).

$$x \cdot K_{ass} = (y - x) \cdot K_{rel}$$

Nga ekuacioni i fundit del menjëherë që gabimi i pozicionit do të anulohet vetëm kur pozicioni i komanduar do të shkojë në zero. Vihet re gjithashtu, që në rastin e $C_{rel} \neq 0$, në çastin kur aplikohet shkallëzimi ky term viskoz fut një kontribut në forcë, me karakter impulsiv që përcakton një nxitim të shpejtë fillestar të masës (*dhe një evoluim korrespondues të shpejtësisë dhe të pozicionit të masës*).

Por çfar do të ndodhte nëse do të vendosnim $C_{rel} = 0$ (*pra është rasti sikur të mos ishte prezent zbutësi viskoz i përfaqësuar nga* ***kontributi derivativ GAD*** *i kontrollorit*)? Mungesa e C_{rel} do të zbuste në mënyrë mjaft domethënëse maksimumet e shpejtësive që vijnë për shkak të komandave të shkallëzuara dhe do të lejonte që të shihej më qartësisht dinamika e nisjes me tangjente horizontale e sistemit që është tipike për modelet e gradës së 2°.

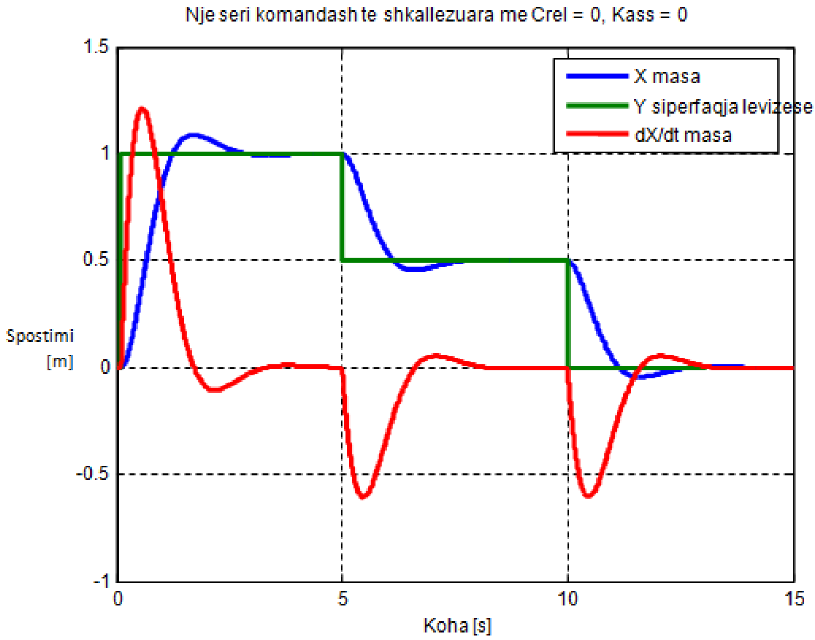


Fig 13.9: **Përgjigja e sistemit ndaj një serie zbritëse komandash të shkallëzuara**

Në **Fig. 13.9** analizohet rasti i një serie zbritëse komandash të shkallëzuara me $\boldsymbol{C_{rel}} = \boldsymbol{K_{ass}} = \mathbf{0}$. Ecuria dhe në këtë rast është e ngjashme me sa u analizua në grafikun e mëparshëm por në këtë rast në kondita në regjim, gabimi i pozicionit anulohet ($K_{ass} = 0$ *pra përfitimi statik është unitarë*) dhe majat e shpejtësive të dala në korrespondencë të fronteve të shkallëzimit janë më modest.

Në **Fig. 13.10** mund të shohim sesi përgjigjet sistemi ndaj një komande të pjerrët në rastin që kemi $\boldsymbol{C_{rel}} = \boldsymbol{K_{ass}} = \mathbf{0}$. Pas një faze tranzitore rregullimi fillestar dalja x do të ndjekë hyrjen y me të njëjtën pjerrësi duke mbajtur një distancë $y - x$ konstante në mënyrë që të vendoset ekuilibri:

$$K_{rel} \cdot (y - x) = C_{rel} \cdot \dot{x}$$

Në fund të komandës së pjerrët, pas një tranzitori tjetër me dinamikë lëkundëse, pozicioni i komanduar x i mbivendoset komandës y duke përcaktuar në këtë mënyrë një spostim zero (ku kemi vendosur $K_{ass} = 0$).

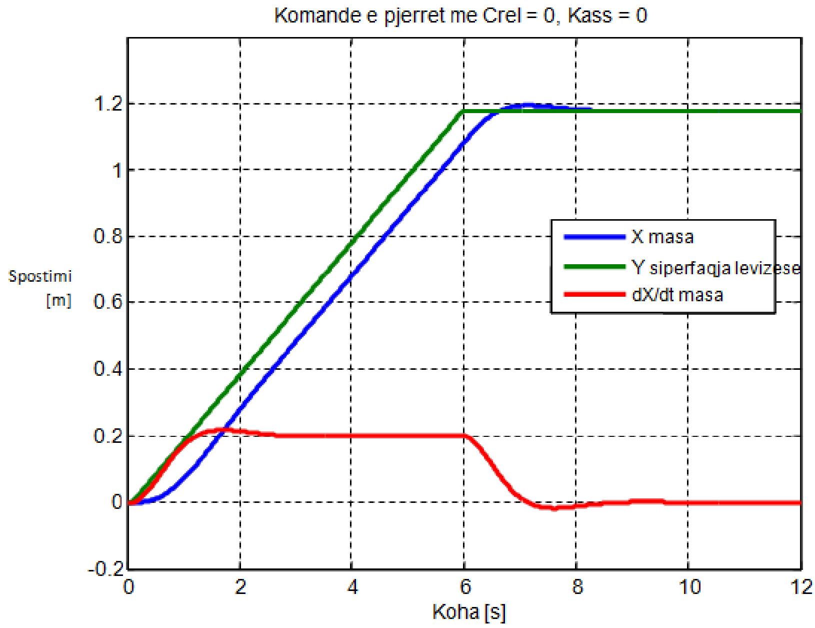


Fig 13.10: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të pjerrët**

Në **Fig. 13.11** mund të vërehet një rast tjetër komande të pjerrët, ku në diferencë me rastin e mëparshëm gabimi i pozicionit nën komandë të pjerrët nuk arrin një vlerë konstante por vazhdon të rritet deri kur komanda të vazhdojë ecurinë e sajë të pjerrët[33] meqenëse $K_{ass} = 0$

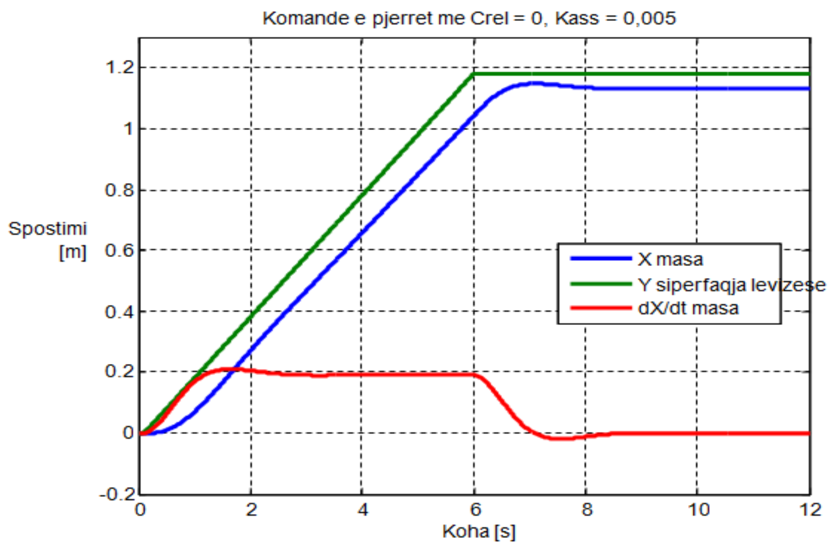


Fig 13.11: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të pjerrët**

[33] Prezenca e një K_{ass} jo zero fut një forcë thirje elastike proporcionale me pozicionin e komanduar, pra është e nevojshme që dhe ***diferenca e pozicionit y – x*** mes sipërfaqes së lëvizshme dhe masës (*pra, gabimi i pozicionit **Err** në analogji të servomekanizmit*) të evoluojë në mënyrë konseguente që të ekuilibrojë kontributin.

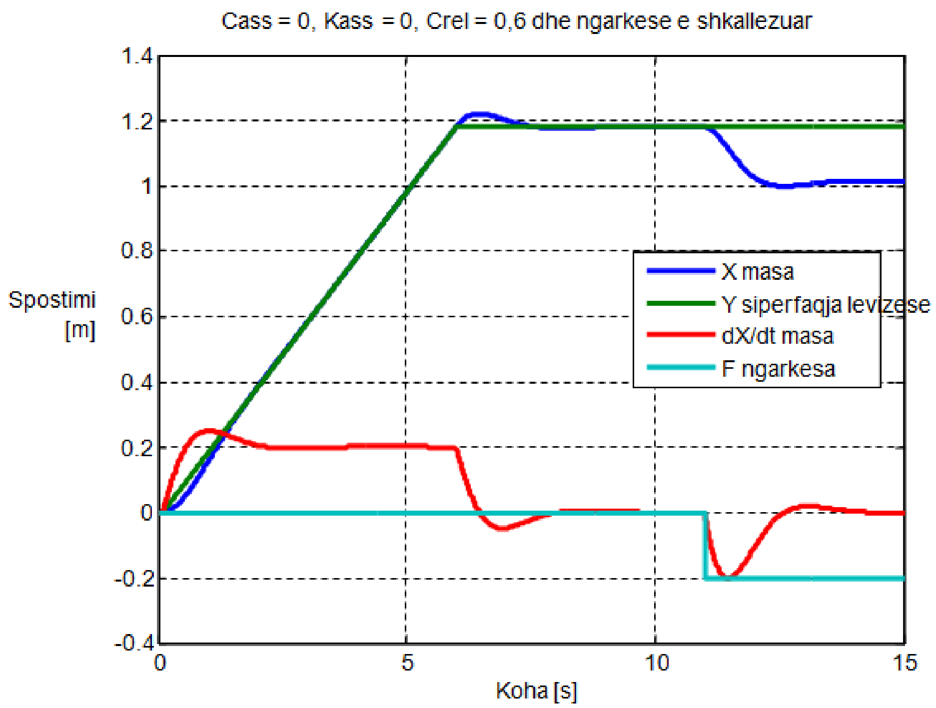


Fig 13.12: **Përgjigja e sistemit ndaj një komande të pjerrët me një ngarkesë të shkallëzuar**

Në **Fig 13.12** analizohet Përgjigjja dinamike e sistemit në rastin kur në çastin fillestar aplikohet një komandë e pjerrët lineare e cila mbaron në një vlerë konstante dhe në çastin t = 11 [s], aplikohet një ngarkesë e shkallëzuar me vlerë unitare. Zbutja totale e sistemit është e njëjta me atë të aplikuar në simulimet e mëparshme, por në këtë rast i gjithë efekti zbutës është transferuar nga C_{ass} në C_{rel}; gjatë ekzekutimit të komandës së pjerrët meqenëse kemi $C_{ass} = 0$, nuk lind më asnjë forcë viskoze zbutëse proporcionale me shpejtësinë absolute të sistemit pra dhe diferenca e pozicionit pas një tranzitori fillestar anulohet. Kur aplikohet ngarkesa e shkallëzuar F, hyrja e pozicionit y ka mbërritur në vlerën e sajë konstate të fund-komandës së pjerrët, pra masa do të spostohet në një madhësi të tillë që të prodhojë një diferencë pozicioni e aftë për të kundërshtuar këtë ngarkesë të vendosur.

$$F = (y - x) \cdot K_{rel} = Err \cdot K_{rel}$$

Mund të vihet re, që skemës aktuale të sistemit të gradës 2° masë – sustë – zbutës me dy hyrje (MCK2) mund ti drejtohet për analogji dhe sistemi dinamik bazik (*pra, një sistem i karakterizuar nga një diagramë me blloqe të thjeshtuar i analizuar në rastet më parë*) që i përket **një servomekanizmi kontrolli pozicioni me logjikë kontrolli pozicioni proporcionale dhe mundësisht me një unazë kundërveprimi zbutëse në shpejtësi**. Në këtë rast, unaza e kudërreagimit në ngurtësi relative përfaqëson funksionin e kontrollit të pozicionit të servomekanizmit (*përfitimi i unazës proporcionale të pozicionit **GAP***), unaza viskoze përfaqëson kontrollin në shpejtësi (me një funksion zbutës) ndërsa masa sintetizon inertësinë totale; gjithashtu pozicioni ***y*** përfaqëson komandën e dhënë ndaj elementit të kontrolluar (*input pozicioni*), forca ***F*** përfaqëson ngarkesën që vepron mbi këtë element të kontrolluar (*input në forcë*), ndërsa ***x*** përfaqëson vetë pozicionin e elementit të kontrolluar (*outputin*).

Në këtë rast, është e mundur të identifikohet një model MCK2 (*që lidhet në një model të gradës së parë në shpejtësi*), i marë nga i pari pas anulimit K_{rel} (*në mënyrë analoge me hapjen e unazës së pozicionit*) dhe K_{ass}, ku në mënyrë analoge mund të thjeshtohen si modeli dinamik ashtu dhe diagrama me blloqe e thjeshtuar (*gjenerik dhe i reduktuar në atë elementarë*) e një servomekanizmi me kontroll në shpejtësi. Si u parashtrua që në fillim të këtij punimi, duke ilustruar karakteristikat e sistemit, efektet që vijnë nga secili komponent (*susta dhe zbutësit viskoz*) mund të mendohen si përfaqësues të fenomeneve të ndryshme (*zbutës të brendshëm viskoz, unaza në shpejtësi, unaza të kudër-reagimit me logjikë proporcionale – derivative, momente lidhëse...*) që karakterizojnë funksionimin e një servomekanizmi[34] pozicioni si gjenerik ashtu dhe të përdorshëm në aviacion.

Natyrisht kjo qasje, duke u bazuar në një model matematik linear të gradës së dytë, pranon në vetvete që të arrijë të përshkruaj realitetin përmes një sistemi masë – sustë – zbutës dhe në të njëjtën kohë të pranojë neglizhimin e efekteve të jolineariteteve (*fund-korsat, ngopjet, xhokot mekanike, etj..*) që janë prezent në sistemin real.

Meqenëse susta e ngurtësisë K_{ass} modelizon proporcionalitetin që në SM[35] aeronautik shpesh lidh ngarkesën (*aerodinamike*) me spostimin e sipërfaqes aerodinamike të kontrolluar. Duke vendosur $K_{ass} = 0$, në mënyrë indirekte supozojmë që vlera e ngarkesës (*pra dhe momenti përkulës korrespondues ose Hinge Moment*) të jetë i pamvarur nga pozicioni i aktuatorit. Ndërsa, nëse do të donim të mos konsideronim efektin e prodhuar mbi dinamikën e SM nga derivatori (*pra të zerohet* ***përfitimi derivativ GAD*** *i logjikës së kontrollit të një servomekanizmi*), mund të modifikojmë modelin në shqyrtim duke vendosur $C_{rel} = 0$.

Thjeshtimet e kryera në modelin e **Fig. 13.1** duke eliminuar zbutësin relativ C_{rel} dhe ngurtësinë absolute K_{ass}, na jep një model tjetër numerik që dhe pse është më i thjeshtë se i pari ka aftësi që të përshkruaj në mënyrë korrekte funksionimin e SM me logjikë kontrolli proporcionale dhe ngarkesë të jashtme të pamvarur nga XJ (të shihet **Fig. 13.13**).

[34] Servomekanizmi është një paisje mekanike që përdoret për të regulluar madhësinë në dalje (*pra, atë të kontrolluar*) në funksion të asaj në hyrje (*pra të forcës që vepron mbi sistem*); servomekanizmi duhet të operojë në mënyrë që të bëjë të përputhen inputi i komandës me outputin (si të jetë ai pozicioni i kërkuar i vepruesit ose dhe shpejtësia e veprimit e tij).
[35] Me siglën SM kupojmë servomekanizmin në shqyrtim.

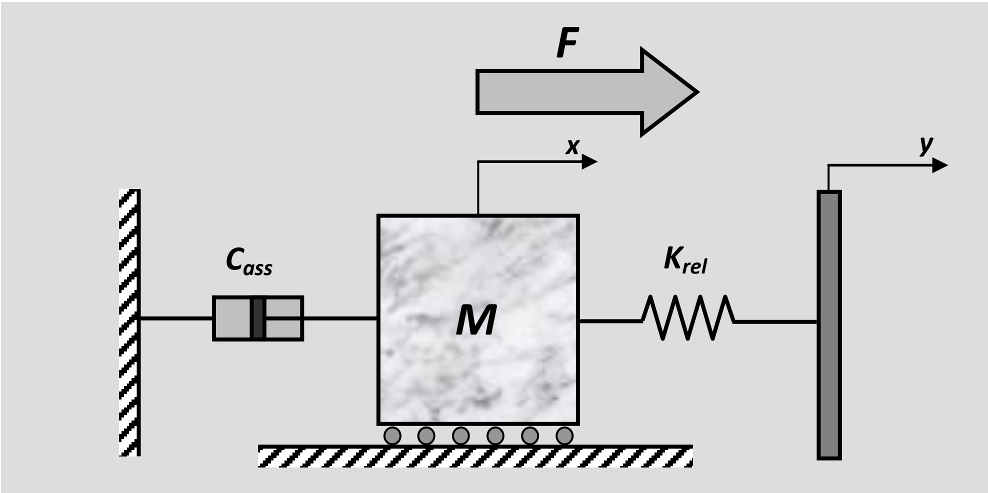


Fig 13.13: **Paraqitje skematike e sistemit fizik të thjeshtuar**

Në Simulink, ky modifikim mund të përkthehet sipas skemës me blloqe të mëposhtme:

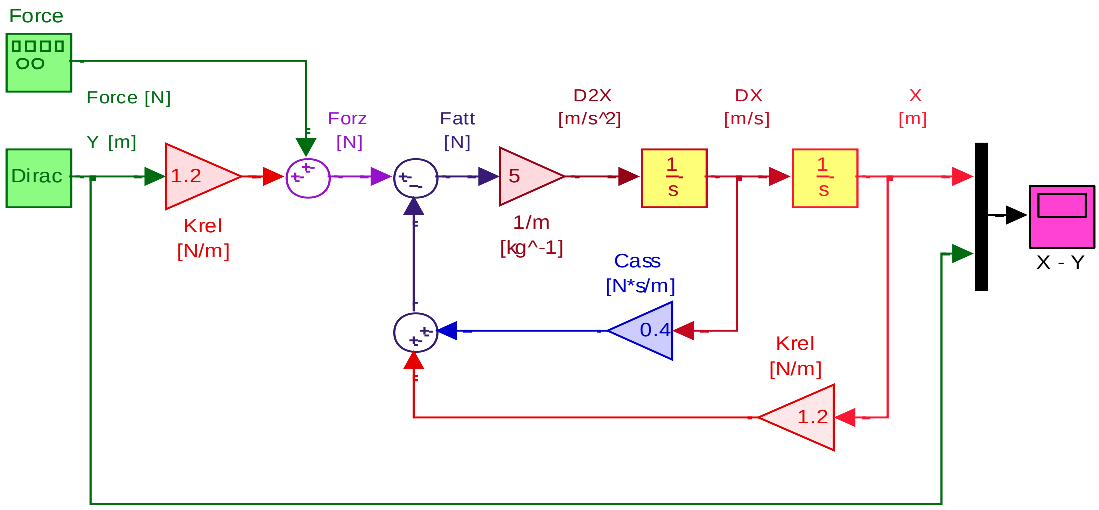


Fig 13.14:* Diagrama me blloqe e modelit të thjeshtuar që paraqitet në *Fig. 13.13

Duke dashur të modifikojmë modelin e mësipërm për ta bërë të aftë që të simulojë sa më mirë sjelljen e një **SM në shpejtësi** (*pra, të një servomekanizmi me kontroll në shpejtësi veprimi të një martineti linear ose të një vepruesi rrotativ*) duhet të eliminojmë sustën e ngurtësisë K_{rel} që lidh masën M me sipërfaqen e lëvizshme (*që simulon shufrën e komandës*); duke eliminuar nga modeli sustën e mbetur të ngurtësisë K_{rel}, pra duke anuluar korresponduesen e përfitimit proporcional GAP të unazës së kudërreagimit në pozicion të SM, është e mundur që të ulim me një gradë derivacion modelin e sistemit (*ku në fakt, meqenëse pas integratorit të dytë nuk ka më unaza kundërreagimi aktiv, dinamika e sistemit të kontrollit nuk e ndjen këtë integrim të dytë dhe percepton vetëm unazën viskoze ku shtjedhohet sipas një dinamike të thjeshtë të gradës së dytë me hyrje force **F** dhe dalje shpejtësie **DX***).

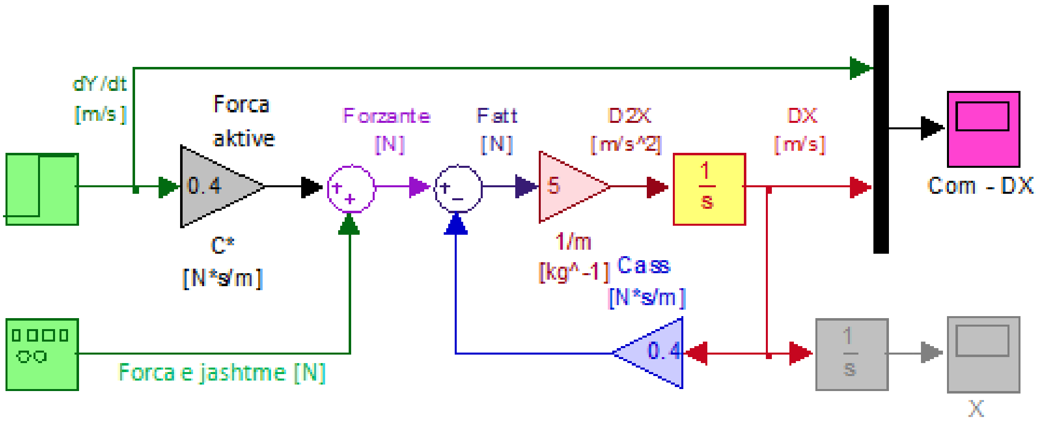


Fig 13.15: **Diagrama me blloqe e modelit përfaqësues të një SM në shpejtësi**

Si rast i veçantë i sistemit MCK2 do të analizojmë rastin e një matësi shpejtësie këndore të bazuar në një xhunto me tërheqje viskoze që përfaqëson një aplikim të gjërë në instrumentat në aviacion.

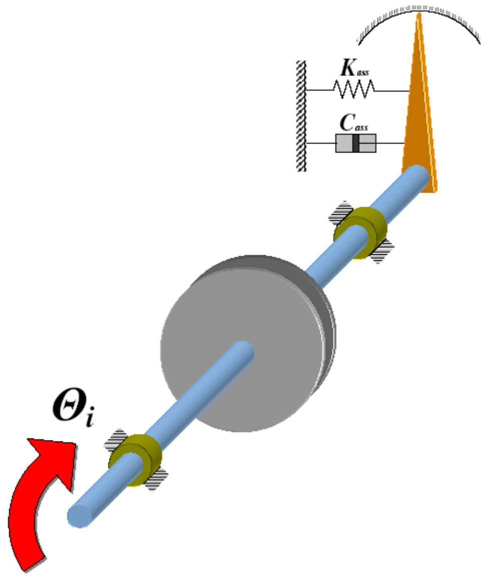


Fig 13.16: **Paraqitje skematike e një treguesi shpejtësie me xhunto viskoze**

Nga ky element rrotativ i skematizuar në **Fig. 13.16** është e mundur që të jepet një paraqitje skematiko-funksionale (**Fig. 13.17**) që duke riprodhuar fenomenin në një formë ekuivalente traslatore na lejon kuptimin më të lehtë dhe të menjëhershëm të fenomeneve që karakterizojnë problemin dhe forcat e shkëmbyera.

Modeli i **Fig. 13.17** është nxjerë nga ai i **Fig. 13.1** duke eliminuar termin $\boldsymbol{K_{rel}}$ dhe forcën e jashtme $\boldsymbol{F}$ që vepron mbi masë. Ku, në fakt paisja reale është e përbërë nga një shufër në hyrje të cilës duam ti masim shpejtësinë këndore ω_y dhe nga një tregues i përbërë nga një moment inertësie $\boldsymbol{J}$ dhe pozicion këndorë θ_x, e fiksuar në një strukturë fikse (*kutia e instrumentit*) përmes një suste ngurtësie absolute $\boldsymbol{K_{ass}}$ dhe një shuajtësi lëkundjesh me konstante $\boldsymbol{C_{ass}}$; treguesi tërhiqet nga shufra përmes një xhuntoje elektroviskoze me konstante $\boldsymbol{C_{rel}}$.

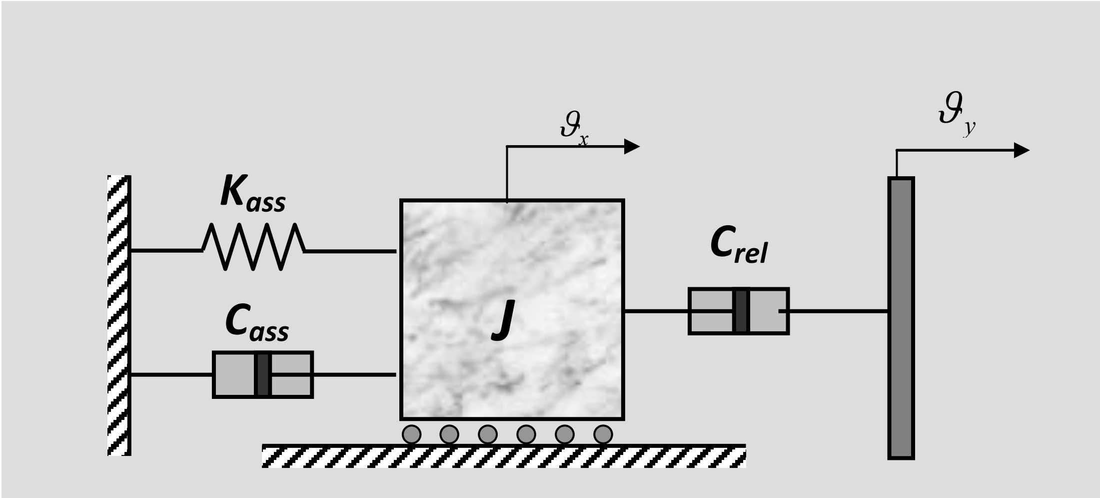


***Fig 13.17*: Paraqitja skematike e barazvlefshme (e tipit me spostim) të matësit ë shpejtësisë këndore në shqyrtim (që në realitet është e tipit rotativ)**

Ekuacioni i ekuilibrit dinamik i grupit mekanik tregues – shufër lidhëse – disk i terhequr nga xhuntoja është i njëjtë me (13.1) e nxjerë për MCK2, ndryshon nga ky i fundit në mungesën e termit K_{rel}; nënvizojmë se në këtë rast specifik (i karakterizuar nga një dinamikë e tipit rrotative) madhësitë zhvendosese X, Y dhe M janë natyrisht të zëvendësuara me ato reciproke rrotative $\boldsymbol{\theta_x}$, $\boldsymbol{\theta_y}$ dhe **J**.

Në analogji për atë që u bë më parë për të gjetur (13.10) marim në këtë rast relacionin si më poshtë:

$$\frac{\overline{\vartheta}_x}{\overline{\vartheta}_y} = \frac{(C_{rel}/K_{ass})\cdot s}{\dfrac{J}{K_{ass}}\cdot s^2 + \dfrac{C_{ass}+C_{rel}}{K_{ass}}\cdot s + 1} = \frac{(C_{rel}/K_{ass})\cdot s}{\dfrac{s^2}{\sigma_n{}^2} + 2\cdot\zeta\cdot\dfrac{s}{\sigma_n} + 1} \tag{13.12}$$

Prezenca e ndryshorit kompleks s në shumëzim të emëruesit të funksionit transferues (nga ku vërehet, që në këtë rast emëruesi lejon një zgjidhje për s = 0, është i menjëhershëm arsyetimi që F.d.T. ka një zgjidhje nule) na lejon që të konfirmojmë se ndryshori i hyrjes, përcaktues për të gjetur sjelljen dinamike të sistemit, nuk është pozicioni këndorë $\boldsymbol{\theta_y}$ por derivati i tij në kohë $\boldsymbol{\omega_y}$.

Përsa u përcaktua më sipër është e nevojshme që të rishkruajmë (13.12) në formën e mëposhtme:

$$\frac{\overline{\vartheta}_x}{\overline{\omega}_y} = \frac{C_{rel}/K_{ass}}{\dfrac{J}{K_{ass}}\cdot s^2 + \dfrac{C_{ass}+C_{rel}}{K_{ass}}\cdot s + 1} = \frac{C_{rel}/K_{ass}}{\dfrac{s^2}{\sigma_n{}^2} + 2\cdot\zeta\cdot\dfrac{s}{\sigma_n} + 1}$$

Ku:

$$\overline{\omega}_y = s\cdot\overline{\vartheta}_y$$

Në analogji tërësisht të njëjtë me sa u pa deri tani është e mundur që të thjeshtohet ekuacioni i ekuilibrit në termin e derivatit maksimal të ndryshorit në dalje dhe nga ky të meret diagrama me blloqe e sistemit (*krejtësisht në mënyrë të ngjashme me sa u bë në fillim të kapitullit për sistemin MCK2 me zhvendosje*).

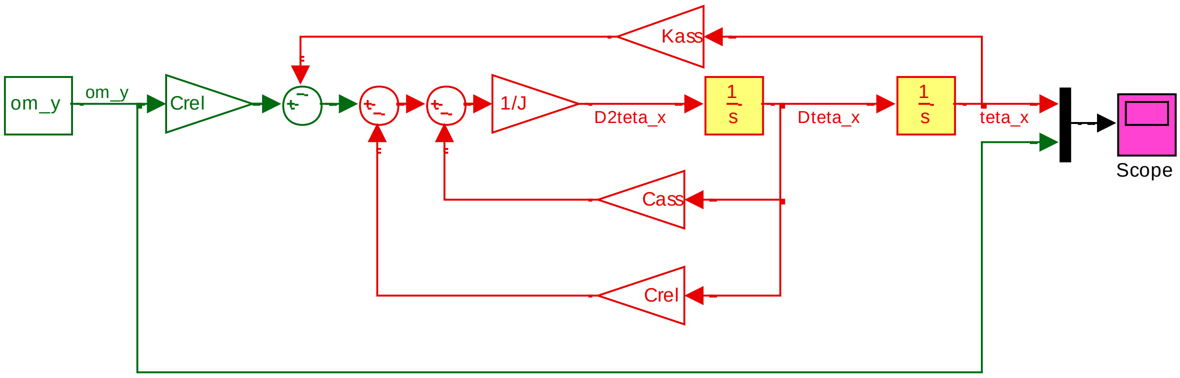


Fig 13.18: **Diagrama me blloqe e modelit të treguesit të shpejtësisë me xhunto viskoze**

Mbi bazën e diagramës me blloqe të **Fig. 13.18** është e mundur që të kryhet një simulim i përgjigjes dinamike të sistemit ndaj një serie përshkallëzimesh shpejtësie këndore në hyrje të tilla që shkalla e fundit dërgon përsëri në zero shpejtësinë këndore të marë nga dy shkallët e para. Nga analizimi i **Fig. 13.19** konstatohet që Përgjigjja ka një ecuri lëkundëse (*pra të gradës së dytë*) por të zbutur shpejt[36]; meqë faktori i shkallës së përdorur në simulim përcakton një rrotullim të treguesit me $\boldsymbol{\theta_x}$ të barabartë me 1 radiant për çdo rad/s shpejtësie këndore në hyrje $\boldsymbol{\omega_x}$, në kondita në regjim (*pra me mbarim të fazës tranzitore*) lakoret e shkallëzimeve të shpejtësisë në hyrje dhe të përgjigjeve të sistemit mbivendosen (*kjo gjë duhet për të lehtësuar operatorin në leximin e shpejtësisë së matur*).

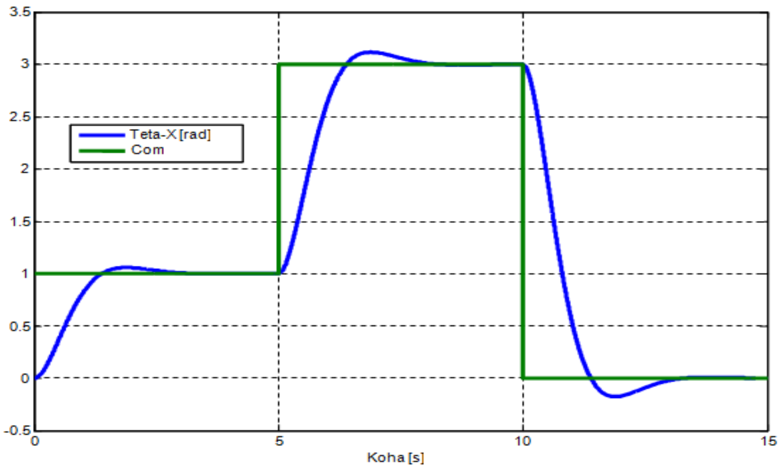


Fig 13.19: **Përgjigjja e matësit të shpejtësisë me xhunto viskoze ndaj një serie përshkallëzimesh në hyrje**

[36] Natyrisht, nëse në shufrën hyrëse do qe lidhur një inertësi, shkalla në shpejtësi nuk do kishte asnjë sens fizik, por kjo gjë nuk eliminon rastin që instrumenti matës mund të testohet dhe në këto kondita ideale.

Si shembull tjetër të një sistemi të marë si rast i veçantë i MCK2, do të shqyrtojmë një mekanizëm që del menjëherë nga treguesi i shpejtësisë me xhunto viskoze duke eliminuar sustën e kontrastit të lëvizjes së shufrës së tërhequr (shufra e lidhur me treguesin); eleminimi i sustës së kontrastit redukton gradën e sistemit duke e çuar në atë të një xhuntoje të thjeshtë viskoze.

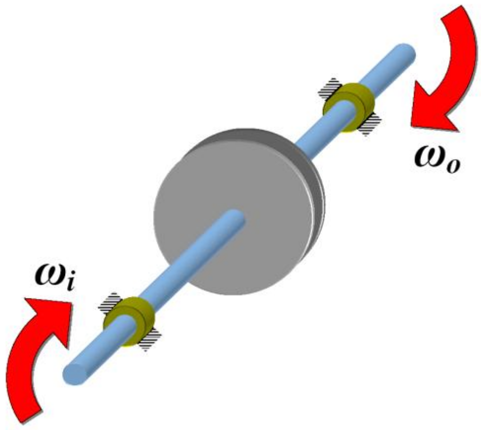


Fig 13.20: **Paraqitja skematike e një xhuntoje viskoze të thjeshtë**

F.d.T. e **xhuntos viskoze** (*e marë nga treguesi i shpejtësisë i trajtuar më sipër*) është e njëjtë me atë të nxjerë për sistemin komplet (13.1), por në këtë rast përveç se janë bërë ndryshimet e njëjta si për treguesin e shpejtësisë këndore, është eliminuar dhe K_{ass} (*në fakt, nga pikëpamja funksionale diferenca thelbësore egzistuese mes treguesit të shpejtësisë me xhunto viskoze dhe xhuntos viskoze në tërheqje është nga mungesa në rastin e dytë e sustës së kundërshtisë absolute* K_{ass}) dhe është rivendosur **forca e jashtme** (*në këtë rast **momenti T***).

Ekuacioni i ekuilibrit dinamik është:

$$J\frac{d^2\vartheta_x}{dt^2}+C_{ass}\frac{d\vartheta_x}{dt}+C_{rel}\left(\frac{d\vartheta_x}{dt}-\frac{d\vartheta_y}{dt}\right)=T$$

Ose:

$$J\ddot{\vartheta}_x+\left(C_{ass}+C_{rel}\right)\dot{\vartheta}_x=C_{rel}\,\dot{\vartheta}_y+T$$

Duke transformuar relacionin sipas Laplasit do të marim:

$$\left[Js^2+\left(C_{ass}+C_{rel}\right)s\right]\cdot\overline{\vartheta}_x=C_{rel}\cdot s\cdot\overline{\vartheta}_y+\overline{T}$$

F.d.T. e ekusacionit do të jetë:

$$\bar{\vartheta}_x = \frac{\bar{T} + C_{rel} s \cdot \bar{\vartheta}_y}{[Js + (C_{ass} + C_{rel})]s} \tag{13.13}$$

Në sistemin aktual MCK, kemi përcaktuar si pozitiv ngarkesën që vepron në drejtim të kundërt me atë të përdorur si pozitiv për spostimin x, në mënyrë që të uniformojmë analizën me konvencionet kryesore të përdorura në analizimin e servomekanizmave të pozicionit.

Vihet re se nëpërmjet konsideratave të ngjashme me ato të bëra më sipër për (13.12), mund të konstatojmë sesi pozicioni i mbajtur nga **ndryshori kompleks s** në emërues dhe në numërues të (13.13)[37] na lejon që të konkludojmë që fizikisht, ndryshorët në hyrje e në dalje të përcaktuar për të gjetur sjelljen dinamike të sistemit nuk janë kryesisht pozicionet këndore $\boldsymbol{\theta_x}$ dhe $\boldsymbol{\theta_y}$ por derivati i tyre në kohë $\boldsymbol{\omega_x}$ dhe $\boldsymbol{\omega_y}$.

Është e nevoshme që të rishkruhet (13.13) në formën e mëposhtme:

$$\bar{\omega}_x = \frac{\bar{T} + C_{rel} \cdot \bar{\omega}_y}{Js + (C_{ass} + C_{rel})} \tag{13.14}$$

Formula (13.14) është një F.d.T. me dy hyrje e një sistemi të gradës së parë; duke dashur që të shprehim këtë F.d.T. në funksion të **konstantes së kohës $\boldsymbol{\tau}$** që karakterizon një sistem të gradës së parë, pjestojmë emëruesin dhe numëruesin e (13.14) me ($\boldsymbol{C_{ass}}$ + $\boldsymbol{C_{rel}}$) duke marë:

$$\bar{\omega}_x = \frac{\dfrac{\bar{T}}{(C_{ass} + C_{rel})} + \dfrac{C_{rel}}{(C_{ass} + C_{rel})}\bar{\omega}_y}{\dfrac{J}{(C_{ass} + C_{rel})}s + 1}$$

Në të cilën $\boldsymbol{J/(C_{ass} + C_{rel}) = \tau}$ përfaqëson pikërisht konstanten e kohës së sistemit të gradës së parë. Duke analizuar në rastin e veçantë ku $\boldsymbol{C_{ass} = 0}$ dhe $\boldsymbol{C_{rel} = C}$ (***C*** *është një konstante viskoze "e përgjithshme" e marë si shuma e përgjithshme e efekteve zbutëse relativ dhe absolute*) nxjerim përsëri të njëjtin funksion të marë për rastin e **xhuntos viskoze në tërheqje** (*oleoviskoze ose elektroviskoze*) të parë në rastet më parë.

[37] Nga kjo gjë derivon dhe fakti se si emëruesi ashtu dhe numëruesi i F.d.T. lejojnë një zgjidhje **s = 0**, nga ku për sa i përket F.d.T. vlerat e **ndryshorit kompleks s** si zgjidhje të numëruesit njihen si "**zero**" dhe ato të emëruesit (*kryesisht i njohur si **ekuacioni karakteristik i sistemit***) përcaktohen si „**pole**", është i menjëhershëm përfundimi në rastin tonë se F.d.T. ka një zero dhe një pol nul.

$$\overline{\omega_x} = \frac{(\overline{T}/C) + \overline{\omega_y}}{(J/C)s + 1}$$

Ku shpejtësia këndore e shufrave të daljes dhe të hyrjes ω_x dhe ω_y i korrespondojnë respektivisht shpejtësive të outputit dhe të inputit ω_o dhe ω_i dhe në mënyrë konseguente diagrama me blloqe e parë më parë dhe simulimet e saj janë të vlefshme në rastin aktual.

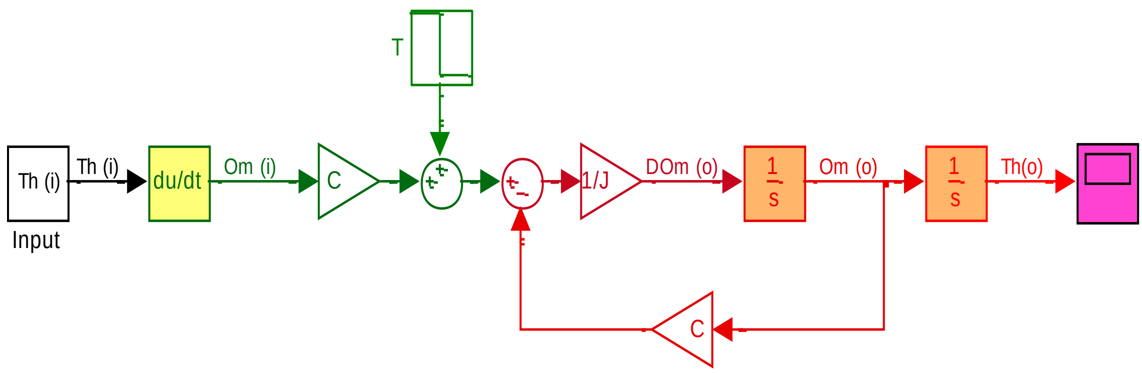


Fig 13.21: **Modeli Simulink i xhuntos elektroviskoze ose oleoviskoze**

Në vazhdim mund të marin në shqyrtim një **sistem dinamik të gradës se dytë me dy hyrje**, tërësisht i njëjtë me rastin e mëparshëm, por në këtë rast i karakterizuar nga **një gradë lirie e tipit rrotative** në vend që të jetë zhvendosëse. Sistemi në këtë rast (*i paraqitur në **Fig. 13.22***) është i përbërë nga një volant ***J*** (*inertësi e tipit rrotulluese*) që sillet me një kënd $\boldsymbol{\theta_x}$ rreth aksit mbajtës, pa fërkim nën veprimin e kombinuar të një **momenti të jashtëm *T***, të **momentit të rithirjes elastike** të prodhuar nga një **sustë me spirale ideale** (*të tipit rrotativ*) me ngurtësi $\boldsymbol{K_{ass}}$, të **momentit zbutës** të një **sbutësi viskoz rotator** me koeficient zbutje dimensional $\boldsymbol{C_{ass}}$ dhe të **momenteve elastike dhe viskoze** që vijnë për shkak të lëvizjes relative egzistuese mes **volanit *J*** dhe elementit mekanik të lëvizshëm (*që lëviz sipas një koordinate të pamvarur* $\boldsymbol{\theta_y}$, *rreth të njëjtit aks të* $\boldsymbol{\theta_x}$).

Sipërfaqja e lëvizshme përfaqësohet nga volani ***J***, ndërsa pjesa e lëvizshme $\boldsymbol{\theta_y}$ (*input*), që në lëvizjen e sajë në krahasim me $\boldsymbol{\theta_x}$ (*output*) prodhon një moment proporcional me spostimin relativ $\boldsymbol{\theta_x}$ - $\boldsymbol{\theta_y}$ (*përmes një **suste me spirale ideale** dhe ngurtësi* $\boldsymbol{K_{rel}}$) dhe një moment proporcional me shpejtësinë relative $\omega_x - \omega_y$ (*nëpërmjet një **zbutësi viskoz relativ** me koeficient zbutje dimensional* $\boldsymbol{C_{rel}}$), simulon **shufrën e komandës** dhe ligjin përkatës të kontrollit të sipërfaqes.

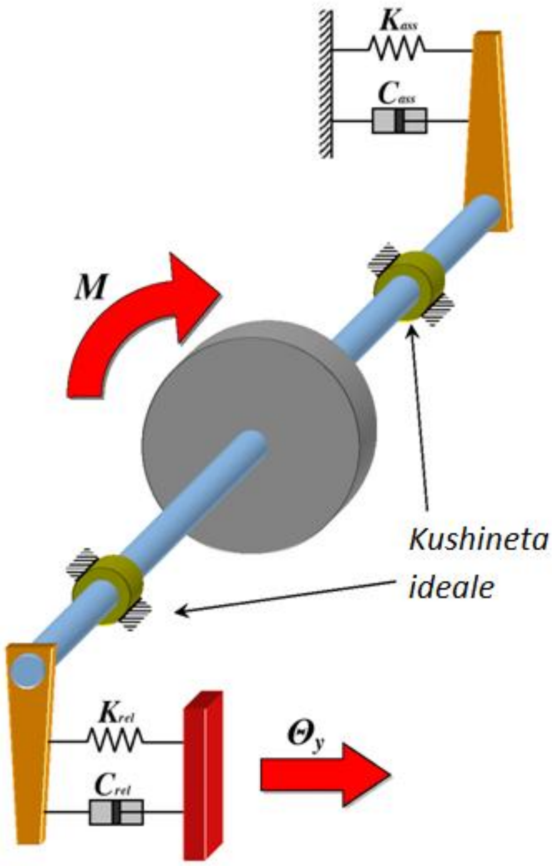


Fig 13.22: **Paraqitja skematike e sistemit MCK2 rotativ**

Përsëri në këtë rast, duke përdorur paraqitjen skematike të ***Fig. 13.10*** është e mundur që të nxirret ekuacioni i ekuilibrit të momenteve që veprojnë mbi volanin ***J*** të ***Fig. 13.22***.

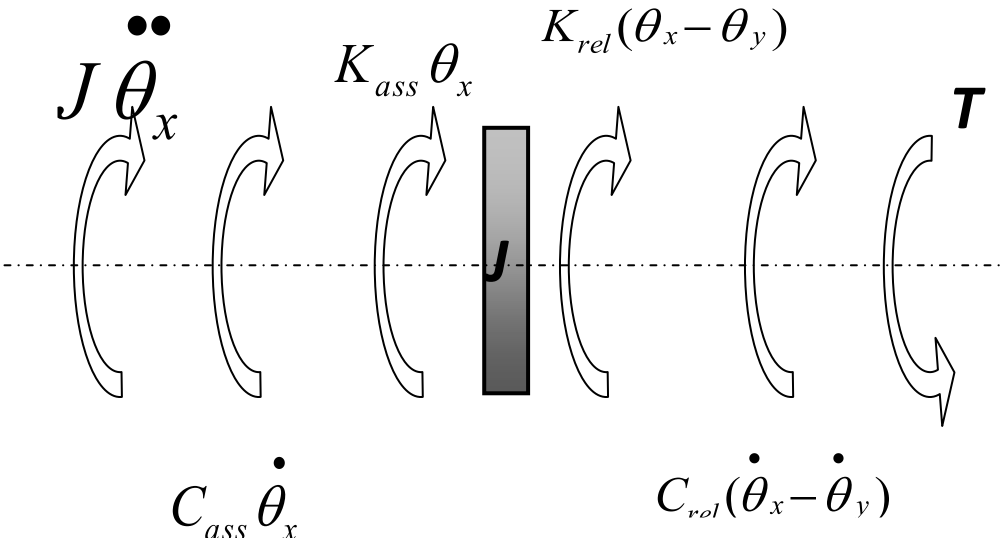


Fig 13.23: **Paraqitja skematike e ekuilibrit të momenteve rreth aksit të rrotullimit**

Në çdo çast ***forca T*** ekuilibrohet nga shuma algjebrike e **momentit të inercisë** $J\ddot{\theta}_x$, nga **momentet e rithirjes elastike** të dy sustave dhe nga **momentet zbutëse** të prodhuar nga dy zbutësit. Mund të formalizojmë matematikisht këtë konditë ekuilibri sipas (13.15):

$$J\ddot{\theta}_x + C_{ass}\dot{\theta}_x + K_{ass}\theta_x + C_{rel}(\dot{\theta}_x - \dot{\theta}_y) + K_{rel}(\theta_x - \theta_y) = T \qquad \textbf{(13.15)}$$

Meqenëse sistemi mekanik i përshkruar nga vetëm (13.12), ka dy hyrje (*zhvendosjen këndore* $\boldsymbol{\theta_y}$ *dhe momentin* ***T***), mund të mendojmë në këtë rast se forcat janë **momenti përkulës *T*** që vepron mbi sipërfaqen e lëvizshme dhe **spostimi këndorë $\boldsymbol{\theta_y}$ *(t)* i shufrës së komandimit**. Si u pa dhe më parë është e mundur të grupohen termat që identifikojnë forcat e sistemit dhe të transformohen sipas Laplasit duke marë relacionin:

$$J \cdot s^2 \cdot \overline{\theta_x} + (C_{ass} + C_{rel}) \cdot s \cdot \overline{\theta_x} + (K_{ass} + K_{rel}) \cdot \overline{\theta_x} = \overline{\xi}$$

Ku:

$$\overline{\xi} = \overline{T} + (C_{rel} \cdot s + K_{rel})\overline{\theta_y}$$

Nga ku gjejmë funksionin e transferimit:

$$G(s) = \frac{\overline{\theta_x}}{\overline{\xi}} = \frac{1}{J \cdot s^2 + (C_{ass} + C_{rel}) \cdot s + (K_{ass} + K_{rel})}$$

Duke përcaktuar madhësitë në vazhdim:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{K_{ass} + K_{rel}}{J}} \;\Rightarrow\; \sigma_n{}^2 = \frac{K_{ass} + K_{rel}}{J}$$

$$\zeta = \frac{C_{ass} + C_{rel}}{C_{cr}} = \frac{C_{ass} + C_{rel}}{2\sqrt{(K_{ass} + K_{rel}) \cdot J}}$$

$$C_{ass} + C_{rel} = \zeta \cdot C_{cr} = \zeta \cdot 2\sqrt{(K_{ass} + K_{rel}) \cdot J}$$

Mund të mbledhim në faktor të përbashkët momentin e inercisë ***J***, duke marë:

$$\overline{\theta_x} = \frac{\overline{T}/J + (C_{rel} \cdot s + K_{rel}) \cdot \overline{\theta_y}/J}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \sigma_n \cdot s + \sigma_n{}^2}$$

Në mënyrë analoge, duke faktorizuar ngurtësinë totale të sistemit $\boldsymbol{K = K_{ass} + K_{rel}}$, marim:

$$\overline{\theta}_x = \frac{\overline{T}/(K_{ass}+K_{rel})+(C_{rel}\cdot s+K_{rel})\overline{\theta}_y/(K_{ass}+K_{rel})}{\dfrac{s^2}{\sigma_n{}^2}+2\cdot\zeta\cdot\dfrac{s}{\sigma_n}+1}$$

(13.16)

Modeli Simulink mund të nxiret lehtë nga (13.16):

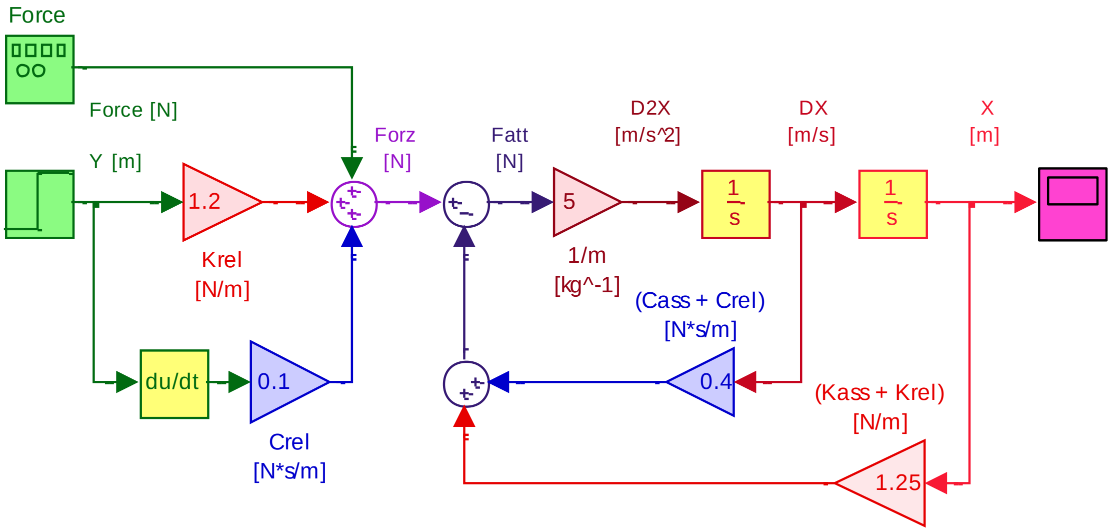


Fig 13.24: **Diagrama me blloqe, përkatëse e modelit të sistemit MCK2 rotativ**

Të gjithë konsideratat, kalimet analitike dhe saktësimet që duke u nisur nga analiza e sistemit MCK2 rrotativ, na sollën në përcaktimin e (13.16) dhe të modelit matematik në Simulink të **Fig. 13.24**, mund të rilidhen lehtësisht me ato të bëra më parë në sistemin MCK2 me zhvendosje.

13.1 Aplikime praktike të sistemit MCK2: "Akselerometri"

Duke dashur që të analizohen disa shembuj aplikativ që lidhen me sistemin MCK2 të trajtuar më sipër, do të konsiderojmë tani modelin dinamik të një **akselerometri**, pra të një shndërruesi të projektuar për të dhënë një sinjal në dalje proporcional, çast pas çasti (*duke hequr fazat tranzitore shumë të shpejta*), me **komponentin e nxitimit në zhvendosje** ku vetë ky sensor dhe struktura mbështetëse e tij i nënshtrohen përgjatë një aksi të **përcaktuar mirë** (*ose drejtimi*) që përbën dhe aksin e **hyrjes instrumentale** (*pra, aksin e drejtimit të ndjeshmërisë së këtij nxitimi*).

Akselerometri përgjithësisht është i realizuar përmes një **mase *m*** të fiksuar me strukturën (*të cilës duhet ti masë nxitimin*) përmes **një mbajtësi elastik K_{rel} dhe zbutësi C_{rel}** dhe që, në mungesë të veprimeve të tjera të jashtme ***F***, i nënshtrohet vetëm forcës së tij të inertësisë; matja e nxitimit merret nga leximi i pozicionit të çastit y të strukturës (*ose sipërfaqes së lëvizshme*) në respekt me atë x të masës (*pra, pozicionit relativ strukturë – masë* $z = y - x$).

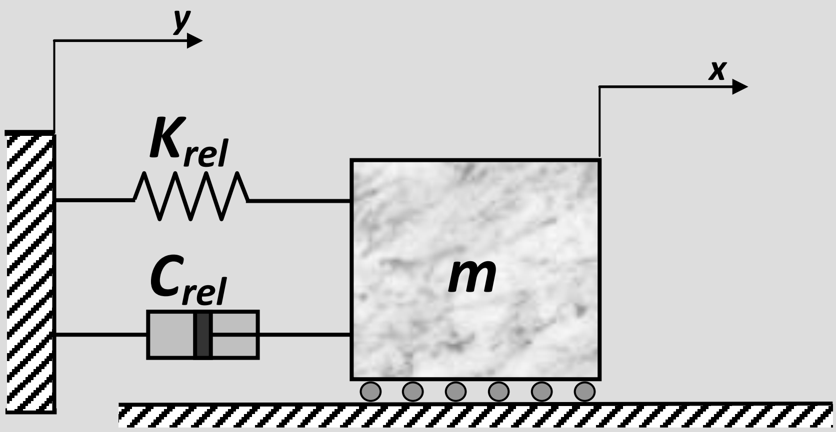


Fig 13.25: **Paraqitja skematike e një akselerometri të përdorur për të kuptuar modelin matematik të përshkruar nga ekuacioni (13.17)**

I gjithë sistemi mund të trajtohet si një MCK me dy hyrje pa lidhje absolute ($\boldsymbol{K_{ass}} = \boldsymbol{C_{ass}} = \boldsymbol{0}$) dhe forca të jashtme që veprojnë mbi masën ***m***[38], gjithashtu i karakterizuar nga një hyrje në nxitim përgjatë aksit ***y*** (*në vend të pozicionit **y** të "sipërfaqes së lëvizshme"*) dhe nga një dalje $\boldsymbol{z = y - x}$ (*në vend të pozicionit **x** të bariqendrës së masës **m***). Ekuacioni i ekuilibrit dinamik i masës ***m*** do të jetë:

$$K_{rel}(y-x)+C_{rel}(\dot{y}-\dot{x})-m\ddot{x}=0 \tag{13.17}$$

Pra:

$$K_{rel}\cdot z+C_{rel}\cdot\dot{z}+m\cdot\ddot{z}-m\cdot\ddot{y}=0$$

Nga ky ekuacion marim:

$$\ddot{y}=\ddot{z}+\frac{C_{rel}}{m}\dot{z}+\frac{K_{rel}}{m}z \tag{13.18}$$

Duke aplikuar transformatat e Laplasit në formulën (13.18) marim ekuacionin në vazhdim:

$$s^2\bar{y}=(s^2+2\zeta\sigma_n s+\sigma_n^2)\bar{z}$$

Duke nxjerë raportin mes ndryshorit të daljes dhe të hyrjes, marim F.d.T. si më poshtë:

$$\frac{\bar{z}}{\bar{y}}=\frac{s^2}{s^2+2\zeta\sigma_n s+\sigma_n^2} \tag{13.19}$$

[38] Forcat e jashtme ***F(t)*** janë hamendësuar të anuluara, pra mbi masën ***m*** veprojnë vetëm forcat e inercisë, viskoze dhe elastike të trajtuara gjerësisht në këtë kapitull.

Ku:

$$\zeta = \frac{C_{rel}}{C_{cr}} = \frac{C_{rel}}{2\sqrt{K_{rel} \cdot M}} \qquad \sigma_n = \sqrt{\frac{K_{rel}}{M}}$$

Nga (13.19) kuptohet që **ekuacioni karakteristik i sistemit** (*pra, emëruesi i F.d.T.*) është një trinom i gradës 2° në ndryshorin kompleks s dhe që ka në përgjithësi, dy zgjidhje komplekse të konjuguara (*që janë dy polet e F.d.T.*) që dëshmojnë karakterin mundësisht lëkudës[39] të përgjigjes së sistemit në përkatësi të $\boldsymbol{z}$ (*pozicionit relative strukturë – masë* = $\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}$). Numëruesi i (13.19) është një monom i gradës 2° në s dhe që ka 2 zgjidhje nule që përputhen (*që janë dy zerot e F.d.T.*) nga ku kuptohet që *nuk është spostimi* $\boldsymbol{y}$ (*dhe në të njëjtën mënyrë derivati i tij i parë*) **ndryshori në hyrje domethënës që mund të shkaktojë një përgjigje të sistemit; por madhësia domethënëse në hyrje e cila jep një përgjigje dinamike të sistemit është nxitimi që vepron mbi strukturë** (pra derivati i dytë i y).

Konsideratat e sapo bëra, që në pamje të parë mund të duken "abstrakte" dhe vështirësisht të kuptueshme për lexuesin, gjejnë gjithsesi, qartësim dhe verifikim të menjëhershëm praktik (*përmes, simulimeve në ambientin Simulink*) duke supozuar që të ngacmojmë modelin e akselerometrit me një komandë të shkallëzuar në hyrje me një vlerë konstante si në pozicion ($\boldsymbol{y} = \boldsymbol{konst}$) ashtu dhe në shpejtësi ($\boldsymbol{v_y} = \boldsymbol{konst}$).

Në **Fig. 13.26** dhe **Fig. 13.27** është e mundur që të konstatohet menjëherë se **si ky sistem bie në gabim nëse mendohet dhe përdoret si lexues pozicioni ose shpejtësie**; ku, në fakt, në të dy rastet me mbarim të tranzitorit Përgjigjja dinamike $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}$, e prodhuar nga akselerometri pas një hyrje me shkallëzim (*si në pozicion ashtu dhe në shpejtësi*), anulohet duke humbur çdo korrespondencë në respekt me vetë inputin (*duke konfirmuar kështu, papërshtatshmërinë si lexues pozicioni ose shpejtësie*).

[39] Rikujtojmë, që një sistem i gradës së 2° prodhon përgjigje dinamike të tipit lëkundës kur, me zgjidhjen e ekuacionit karkateristik, identifikojmë zgjidhje periodike; ky fakt verifikohet kur, pasi zgjidhim ekuacionin $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{s}^2 + \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{s} + \boldsymbol{c}$ emërues të (2.19), marim rrënjë komplekse të konjuguara (pra, marim pole imagjinare). Nga një analizë e përgjithshme e ekuacionit karakteristik (e zgjidhur me anë të formulës për ekuacionet e gradës së dytë) është e lehtë të kuptohet se për të marë zgjidhje imagjinare (pra për të nxjerë $\Delta = \boldsymbol{b}^2 - 4\boldsymbol{ac}$ negativ) është e nevojshme që të kemi **zbutës jodimensional** $\boldsymbol{\zeta} < 1$ (pra, është e nevojshme që sistemi të jetë i nënzbutur me $C < C_{cr}$).

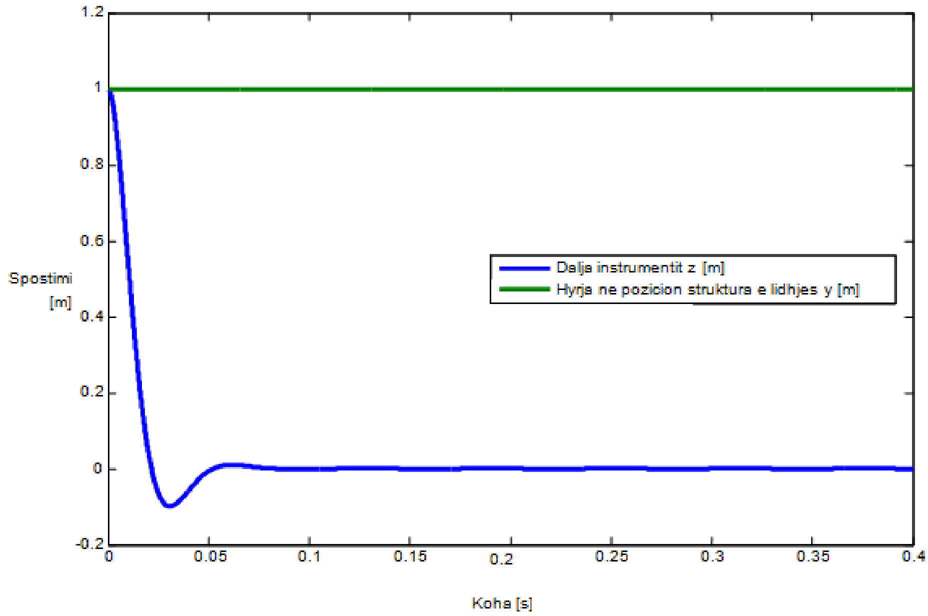


Fig 13.26: Përgjigja dinamike e akselerometrit ndaj një hyrje pozicioni të shkallëzuar y

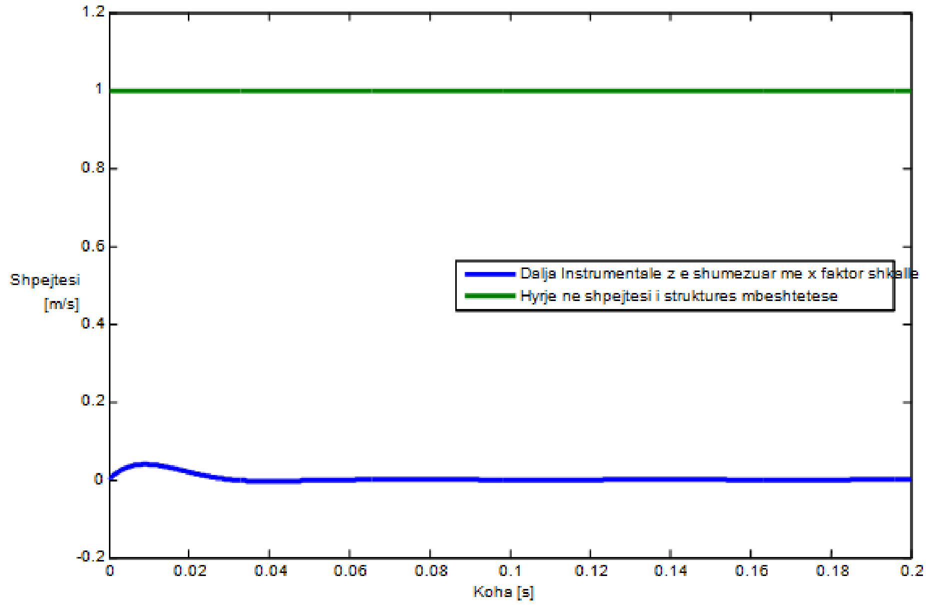


***Fig 13.27:* Përgjigja dinamike e akselerometrit ndaj një hyrje të shkallëzuar në shpejtësi v_y**

Fakti që duke u ngacmuar nga një hyrje e shkallëzuar në pozicion, akselerometri nuk prodhon në regjim asnjë përgjigje instrumentale në terma *z* (*pra, duke na dhënë një dalje në mënyrë konstate zero*), mund të motivohet duke aplikuar teoremën e vlerës finale ndaj F.d.T. (13.19); ku në fakt duke kujtuar që sjellja në regjim e sistemit (*pra, vlera në mbarim të fazës tranzitore të daljes*) mund të nxiret si limiti i llogaritur për s që tenton drejt zeros, e F.d.T.-së tij është e lehtë të justifikohen rezultatet e paraqitura në **Fig. 13.26**. Formula 13.19 mund të modifikohet në mënyrë që të lidhë daljen e instrumentit $z = y - x$ të akselerometrit me shpejtësinë e çastit v_y të strukturës (*ose sipërfaqes së lëvizshme*):

$$\frac{\bar{z}}{\bar{v}_y} = \frac{s}{s^2 + 2\zeta\sigma_n s + \sigma_n^2} \qquad \textbf{(13.20)}$$

Analiza e (13.20) na lejon me arsyetime tërësisht të njëjta me ato të sapo bëra për F.d.T. (13.19), të justifikojmë përgjigjen dinamike të **Fig. 13.27** (*në veçanti dhe në këtë rast, sjellja në regjim e akselerometrit pas një hyrje të shkallëzuar në shpejtësi mund të motivohet duke përdorur teoremën e vlerës finale*). Duke modifikuar më tej F.d.T. (13.19) arrijmë në fund në një formulim të përshtatshëm të aftë për të lidhur përgjigjen dinamike të sistemit $z = y - x$ me nxitimin në çast të strukturës $\boldsymbol{a_y = s^2 L(y)}$:

$$\frac{\bar{z}}{\bar{a}_y} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\sigma_n s + \sigma_n^2} = \frac{m/K_{rel}}{\dfrac{s^2}{\sigma_n^2} + 2\zeta\dfrac{s}{\sigma_n} + 1} \qquad \textbf{(13.21)}$$

Në (13.21) numëruesi paraqitet nga një konstante (*F.d.T. nuk ka më asnjë zero, por vetëm dy polet që vijnë për shkak të ekuacionit karakteristik në emërues*) kështu që, për $\boldsymbol{s \to 0}$, Përgjigjja dinamike e sistemit në vend që të shkojë drejt zeros, do të shkojë tani drejt një vlere të fundme $\boldsymbol{m/K_{rel}}$

.

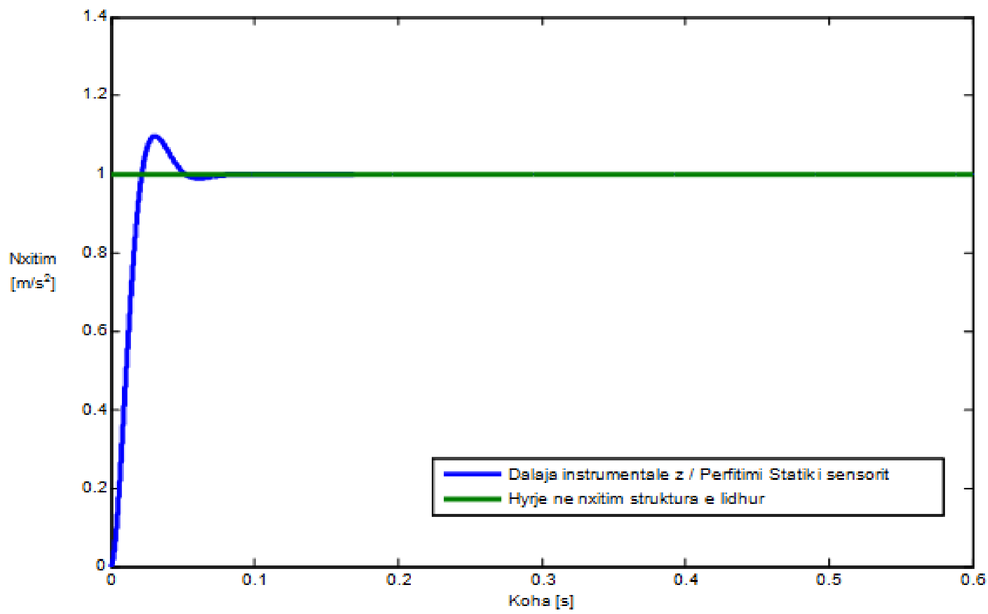


Fig 13.28: **Përgjigjja dinamike e akselerometrit ndaj një hyrje në nxitim a_y**

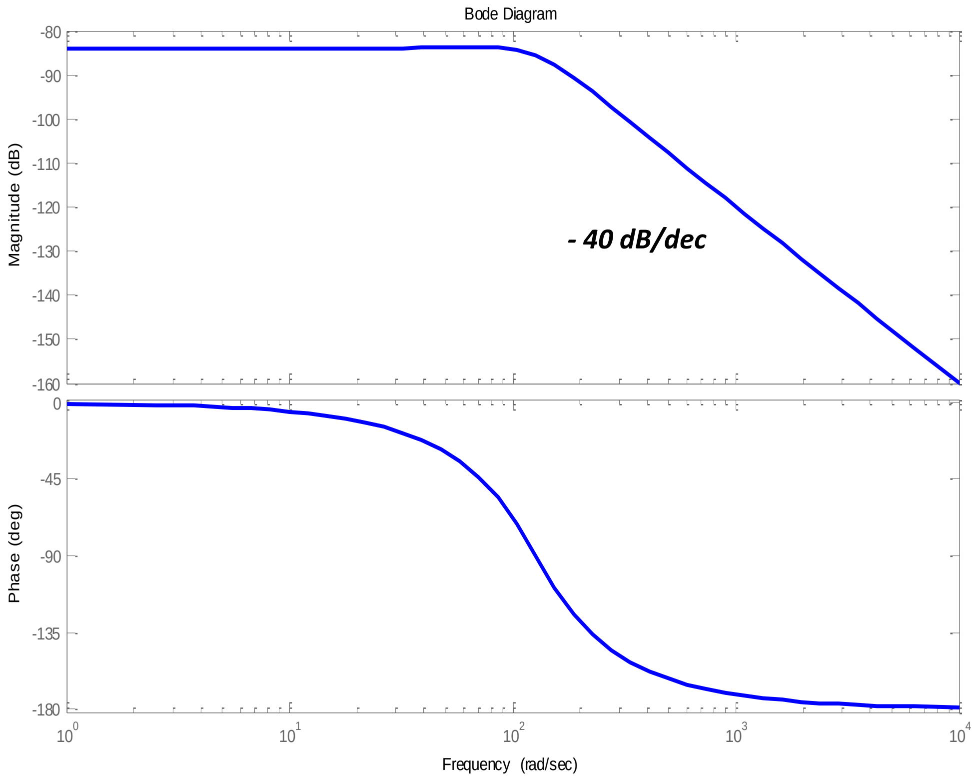


Fig 13.29: **Diagrama e Bodes për F.d.T. (13.21)**

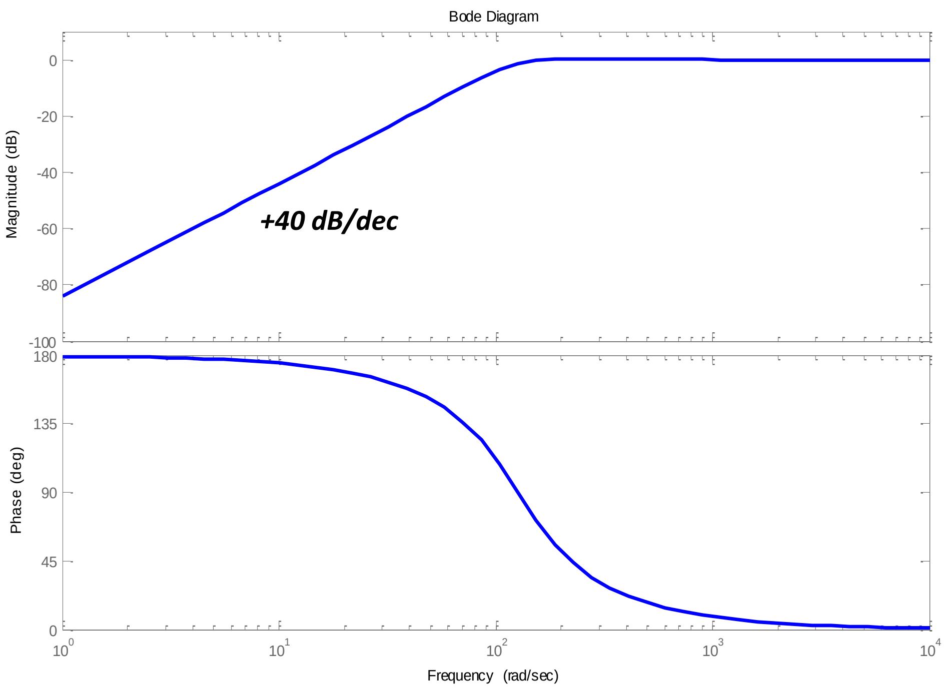


Fig 13.30: **Diagrama e Bodes për F.d.T. (13.19)**

Për sa u pa gjer tani mund të konkludojmë që në përgjithësi nëse duam që një akselerometër të kryej në mënyrë të përshtatshme detyrën e tij, duhet të punojë në vlera frekuence force (*të shprehura nga ndryshori imagjinar* $\boldsymbol{s}$) të vogla në respekt me $\boldsymbol{\sigma_n}$ (*frekuencën natyrore jo të zbutur të sistemit*), në mënyrë që të meret Përgjigjja praktikisht e çastit në respekt me tranzitorët e hyrjes dhe pa zbutje ose amplifikime.

13.2 Aplikime praktike të sistemit MCK2: "Sizmografi"

Një aparat i ngjashëm konceptualisht me akselerometrin është dhe **sizmografi**, pra një shndërrues i konceptuar për të dhënë një pozicion kohor të spostimeve lëkundëse të terrenit ku është i fiksuar përgjatë një drejtimi hyrës (*ose drejtim ndjeshmërie*) instrumentale.

Konceptimi i sizmografit është tërësisht i njëjtë me atë të sapo parë të akselerometrit; gjithashtu dhe ky instrument është i pajisur me një masë $\boldsymbol{m}$ e lidhur me një bazament përmes një suste elastike ($\boldsymbol{K_{rel}}$) dhe një zbutësi ($\boldsymbol{C_{rel}}$) që nga ana e tyre janë të lidhur me terrenin. Masa në mungesë të veprimeve të tjera të jashtme F dhe duke përjashtuar kontributin e mundshëm të forcës peshë (*që është natyrisht i kompensuar nga shkalla e instrumentit e vendosur në zero*), i nënshtrohet vetëm forcës së sajë të inertësisë. Matja e spostimit absolut të terrenit $\boldsymbol{y}$ meret nga leximi i çastit i pozicionit relativ të terrenit[40] – masën $\boldsymbol{z = y - x}$ në hipotezën që masa, falë dhe inertësisë së sajë domethënëse dhe ngurtësisë së ulët të sustës mbajtëse, qëndron gati e palëvizur (me një referim absolut, pra me x vazhdimisht gati zero) përgjatë të gjithë kohës së lëkundjeve (nëse $\boldsymbol{x = 0 \rightarrow z = y}$).

Duke përcaktuar me $\boldsymbol{y}$ ndryshorin në hyrje me $\boldsymbol{z}$ atë të daljes, formulimi përcaktues i F.d.T. do të jetë përsëri (13.19).

$$\frac{\bar{z}}{\bar{y}} = \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\sigma_n s + \sigma_n^2}$$

Nga kjo formulë vërehet se, për vlera frekuence në hyrje (*të shprehur nga përbërja imagjinare e ndryshorit* $\boldsymbol{s}$) të larta në respekt me $\boldsymbol{\sigma_n}$, sidomos nëse janë të shoqëruara me zbutës jodimensional $\boldsymbol{\zeta}$ të vegjël, termat e vetme që kanë një rëndësi të madhe, si në emërues ashtu dhe në numërues, janë ato në $\boldsymbol{s^2}$, pra ato të cilët japin $\bar{z}/\bar{y} = s^2/s^2 = 1$, gjë që bën nga ana e sensorit shndërrimin 1 : 1 të hyrjes $\boldsymbol{y}$ dhe daljes $\boldsymbol{z}$. Në bazë të këtyre konsideratave është me vend që të përcaktojmë që në përgjithësi për të bërë sa më mirë punën e tij një sizmograf duhet të punojë në frekuenca force veprimi të larta në respekt me $\boldsymbol{\sigma_n}$ (*pulsimin natyrore jo të zbutur të sistemit korrespondues MCK2*) dhe më mirë në zbutje jodimensionale të vogël, në mënyrë që të "shikojë" konvertimin në çast pa zbutje ose amplifikime të përceptueshme të hyrjes $\boldsymbol{y}$ (*lëvizjes së terrenit*) në daljen $\boldsymbol{z}$ (*shenja e rregjistruar e vetë këtyre lëvizjeve*).

[40] Në bazë të sa u parashtrua në formulimin e shembujve është me vend që të mendohet se pozicioni i çastit i terrenit përputhet me atë të strukturës së instrumentit ku është fiksuar masa.

13.3 Përmbledhje

Nëse sistemi MCK2 është i karakterizuar nga një zbutje jodimensional ζ afër 0.7 dhe nga një frekuencë e vetja mjaft më e lartë se ajo e nxitimeve që duam të masim, mund të pranojmë që është i konceptuar mirë të funksionojë si **akselerometër** për të punuar në një fushë frekuencash në hyrje të limituara nga lart në një vlerë mjaftueshëm më të ulët se frekuenca e vetë instrumentale dhe ku dalja z është kryesisht funskion i nxitimit të strukturës $\mathbf{a}_v$ (hyrja efektive e instrumentit).

Por në qoftë se instrumenti karakterizohet nga një zbutje jodimensionale e limituar (ζ = **0.1 – 0.2**) dhe nga një frekuencë e vetja mjaftueshëm më e ulët se ato të nxitimeve që do të maten, mund të pohojmë që ky instrument është i konceptuar të punojë si **sizmograf**; dalja instrumentale **z** shihet në këtë rast kryesisht si funksion i **y** (hyrja efektive e instrumentit).

Të dhënat e përdorura për të studiuar sjelljen dinamike të një akselerometri janë pak a shumë:

$m = 0.1$ *[kg]*
$K_{rel} = 1600$ *[N/m]*
$C_{rel} = 15$ *[N*s/m]*

Duke dashur që të analizojmë dhe sjelljen dinamike të sizmografit, që është një instrument që ka në hyrje pozicionin e bazamentit të fiksuar me terrenin dhe në dalje pozicionin relativ të masës në bazament, do të përdorim diagramën me blloqe të **Fig. 13.31**.

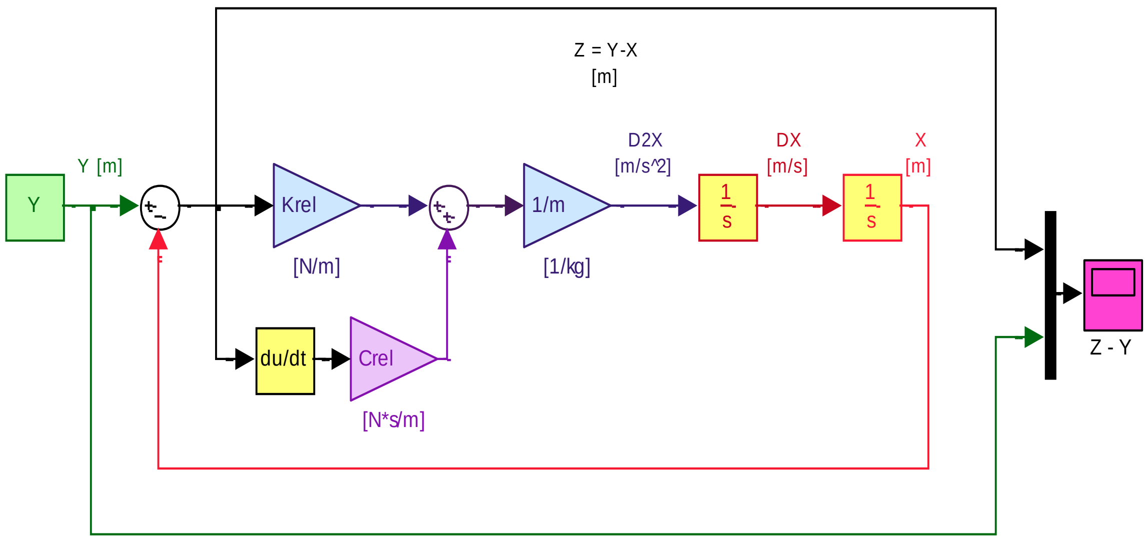


Fig 13.31: **Diagrama me blloqe e sizmografit - akselerometrit**

Meqenëse duam që sjellja e sistemit të jetë e përshtatshme për përdorimin si sizmograf, është e nevojshme që zbutja e tij jodimensionale të jetë mjaft e reduktuar dhe frekuenca natyrore jo e zbutur të jetë mjaft më e vogël se ajo e të gjithë frekuencave të mundshme në hyrje që instrumenti i nënshtrohet përgjatë jetës së tij operative. Për këtë qëllim është e nevojshme që të modifikohen të dhënat e përdorura në mënyrë që të reduktojmë shumë frekuencën natyrore të instrumentit dhe zbutjen jodimensionale:

m =10 [kg]
K_{rel} =100 [N/m]
C_{rel} =5 [N*s/m]
Amplituda =1 [m]
Frekuenca =35 [rad/s]

14. Modelimi i servomekanizmit elektromekanik

Në dhjetë vjeçarët e fundit, me zhvillimin e motorëve elektrik në një nivel besueshmërie të lartë dhe me një raport të lartë fuqi/peshë, komandat dytësore elektromekanike janë tashmë të konsoliduara të paktën në sferën e fuqive të vogla (< 7 kW). Një skemë e një aparati të tillë që do ta analizojmë në vazhdim paraqitet në **Figurën 14.1**:

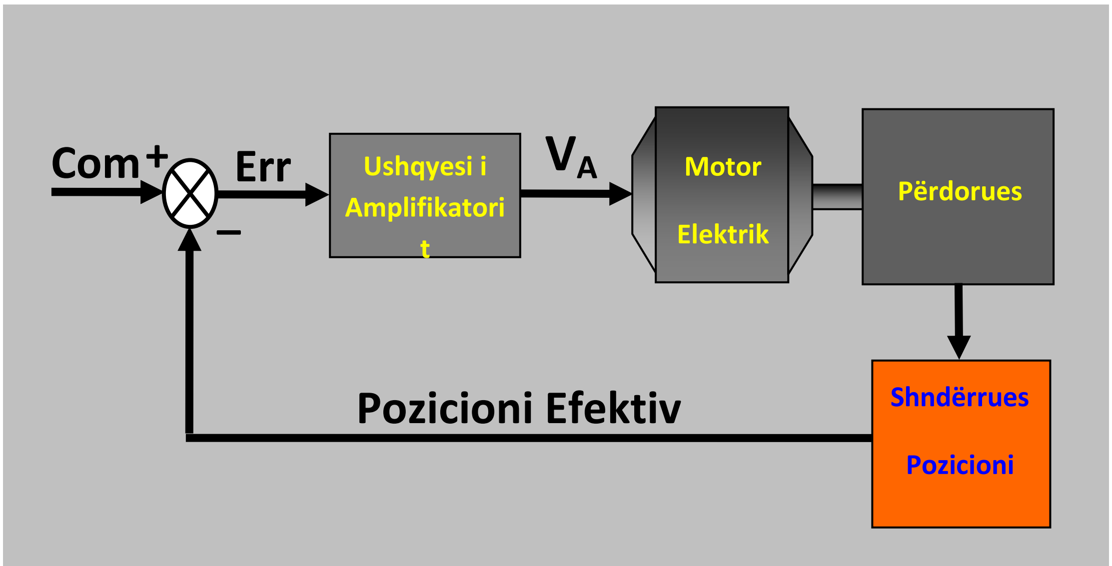


Figura. 14.1- **Paraqitje skematike e modelit fizik në shqyrtim.**

Metodologjia e përdorur kryesisht për modelimin e një sistemi fizik fillon gjithmonë me analizën funksionale dhe me identifikimin e hipotezave të mundshme të thjeshtimit të modelit. Në rastin tonë do të marrim të mirëqenë që motori elektrik, reduktori, përdoruesi dhe shndërruesi i pozicionit do të jenë të lidhur mes tyre nëpërmje një nyje të ngurtë dhe të pa lëvizshme; për shembull, duke njohur pozicionin e motorit elektrik çast pas çasti dhe në bazë të hipotezës së mësipërme na lejon të neglizhojmë tolerancat e brendshme (*që mund të lindin për shkak të ingranazheve dhe lidhjeve mekanike*) dhe deformimin e linjës së transmetimit, mund të njohim pozicionin e elementëve të tjerë të vetë linjës (*përdoruesit, shndërruesit të pozicionit, etj.*). Kjo hipotezë na lejon për të përshkruar të tërë dinamikën e pjesës mekanike nëpërmjet një ekuacioni të vetëm ekuilibri dinamik, duke reduktuar të gjitha inercitë (*motor, përdorues, etj.*) në një inerci të vetme ekuivalente. Gjithashtu dhe të gjithë termat e viskozitetit dhe të fërkimit statik përmblidhen në terma reciprok ekuivalent; duke bërë reduktimin në një linjë të vetme transmisioni të gjithë termat inercial, viskoz, të ekuivalencës elastike, të fërkimit statik, dhe të atyre mekanik. Këto terma përgjithësisht kanë ekuacione të ndryshme ekuilibri për çdo element, por me këtë metodë arrijmë të ndërtojmë një ekuacion të vetëm ekuilibri të motorit në të cilin i janë vendosur dhe kontributet e elementëve përbërës të tij. Përmendet këtu si shembull fakti se nëse mes motorit dhe përdoruesit është vendosur një redukor, ai do të paraqesë një raport kinematik $\boldsymbol{\tau}$ të barabartë me $\boldsymbol{\omega_U/\omega_M}$ do të ketë

$\boldsymbol{J = J_M + \tau^2 J_U}$ dhe $\boldsymbol{c = c_M + \tau^2 c_U}$ *(dhe nëse do të jenë prezent gjithashtu do të ketë dhe:* $\boldsymbol{k = k_M + \tau^2 k_U}$, $\boldsymbol{F_{ferk.statik} = F_{ferk.statikM} + \tau F_{ferk.statikU}}$, $\boldsymbol{T_{L(tras.motori)} = \tau T_{L(tras.perdoruesi)}}$).

Ku:

ω_U *dhe* ω_M *– shpejtësia këndore e përdoruesit/motorit në* $[rad/sec]$ *të paraqitura dhe si* $\dot{\vartheta}$

J_U *dhe* J_M *– Inercitë ekuivalente të përdoruesit/motorit në* $[kg \cdot mm^2]$

c_U *dhe* c_M *– koefiçenti i zbutjes, përkatësisht përdorues dhe motor*

k_U *dhe* k_M *– konstante karakteristike e motorit dhe përdoruesit*

$F_{ferk\,.statikU}$ *dhe* $F_{ferk\,.statikM}$ *– forcat e fërkimit statik të përdoruesit dhe të motorit në* $[N]$

Në rastin tonë ekuacioni i ekuilibrit dinamik i sistemit ekuivalent gjendet si vijon nga paraqitja skematike:

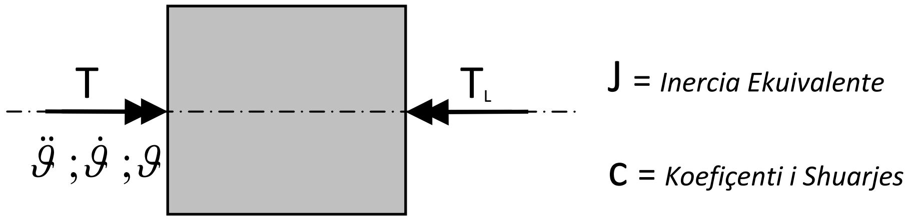


Figura. 14.2- **Paraqitje skematike e sistemit mekanik**

14.1 Modeli matematik i sistemit

14.1.1 Modeli matematik, motor elektrik - përdorues

Nga **Figura 14.2** mund të nxjerrim ekuacionin e ekuilibrit dinamik të sistemit mekanik ekuivalent (duke konsideruar të papërfillshëm fërkimet statike dhe ngurtësitë e sistemit që mund të kundërshtojnë spostimin këndorë $\boldsymbol{\vartheta}$), nëpërmjet disa transformimeve të thjeshta, marrim formulimin analitik të mëposhtëm:

$$J\ddot{\vartheta} + c\dot{\vartheta} = T_M - T_L \qquad \textbf{(14.1)}$$

Nga (14.1), duke ditur që derivati i parë në kohë i zhvendosjes këndore $\boldsymbol{\vartheta}$ i korrespondon shpejtësisë këndore $\boldsymbol{\omega_M}$të motorit elektrik, mund të paraqesim ekuacionin e ekuilibrit në funksion të $\boldsymbol{d^2\vartheta/dt^2}$:

$$J\dot{\omega} + c\omega_M = T_M - T_L \qquad \textbf{(14.2)}$$

$$\dot{\omega} = (T_M - T_L - c\omega_M)/J \tag{14.3}$$

Nga formula (14.3), duke pranuar për thjeshtësi llogaritjesh që **momenti rezistent T_L** i prodhuar nga ngarkesat e jashtme që veprojnë mbi elementin e kontrolluar të jetë i njohur dhe i përcaktuar si i pandryshuar në raport me pozicionin efektiv të përdoruesit (*kjo hipotezë e fundit paraqet një përafrim mjaft me peshë, në krahasim me realitetin dhe mund të përshtatet duke e pasur mirë parasysh vlerën e saj, ku në fakt, përgjithësisht momenti përdredhës që vepron mbi një sipërfaqe të lëvizshme është i ndryshueshëm dhe në mënyrë të konsiderueshme me ndryshimin e këndit të përthyerjes së komandës së avionit*), mund të ndërtojmë diagramën e mëposhtme:

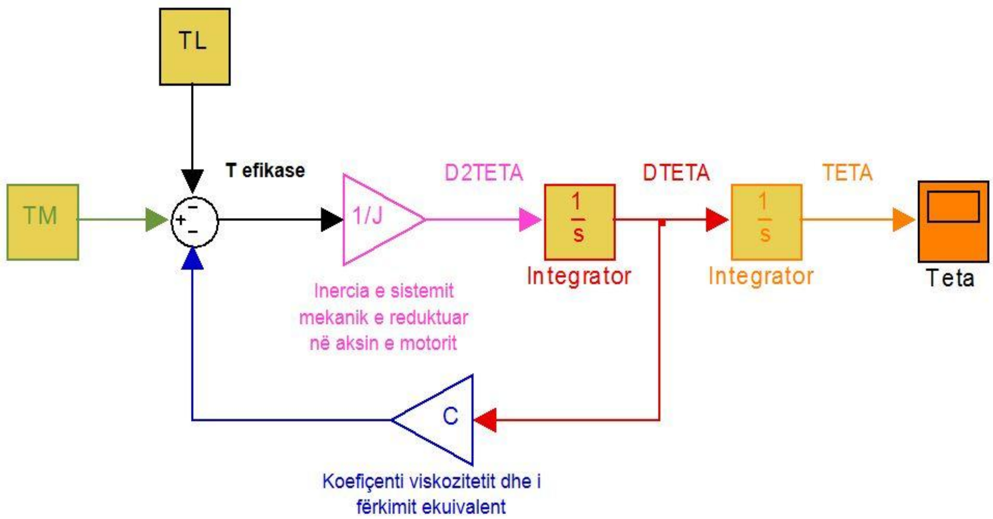


Figura. 14.3- **Diagrama me blloqe e ekuacionit (14.3)**

Me konsideratat e bëra, problemi i modelimit reduktohet në llogaritjen e **momentit lëvizëse T_M** të dhënë nga motori elektrik në funksion të konditës së momentit të funksionimit. Duke pranuar në përdorimin e një **motori DC** me ngacmim të ndarë të realizuar me anë të magnetëve permanent, mund të nxjerrim menjëherë ekuacionin e karakteristikës elektromekanike të motorit elektrik, (*pra do të nxjerrim atë model matematik që nga tensioni i ushqimit V_A përpunon vlerën korresponduese të momentit lëvizës T_M në funksion të shpejtësisë këndore të prodhuar*). Bazuar në karakteristikat funksionale të motorëve elektrik, kujtojmë që momenti lëvizës T_M është proporcional me intensitetin e rrymës elektrike I që futet në bobinë, nëpërmjet një koeficienti proporcionaliteti G_M që njihet si "rritja në moment e motorit elektrik", mund të përcaktojmë relacionin si vijon:

$$T_M = GM \cdot I \tag{14.4}$$

Rryma e ushqimit I është proporcionale me tensionin e ushqimit V_A duke hequr Forcën Kundër Elektro Motore V_M sipas një raporti $1/R$

(ku $R = rezistenca\ elektrike\ e\ bobinave\ [\Omega]$)[41]

$$I = (V_A - V_M) / R \tag{14.5}$$

Duke ju referuar formulave (14.4) dhe (14.5), mund të rishkruajmë modelin elektromekanik të motorit si:

$$\mathrm{T_M} = \mathrm{G_M} \cdot \frac{\mathrm{V_A} - \mathrm{V_M}}{\mathrm{R}} \quad \text{me} \quad V_M = F.K.E.M. = k \cdot \omega_M \tag{14.6}$$

Përsa i përket ***F.K.E.M.*** (*Forcës Kundër Elektro Motore*) kujtojmë që në një fushë magnetike ngacmimi të barazvlefshëm, mund ta konsiderojmë F.K.E.M. përafërsisht proporcionale me shpejtësinë këndore të motorit elektrik nëpërmjet një konstanteje k që është karakteristike e motorit të përdorur[42].

14.1.2 Modeli matematik ushqyes i amplifikatorit – motor elektrik

Le të analizojmë tani, ekuacionin karakteristik të rregulluesit motorik (*pra të grupit Ushqyes / Amplifikator që piloton motorin elektrik*). Këto tip mekanizmash, karakterizohen nga dinamika përgjigjesh shumë më të shpejta sesa efikasiteti i përgjithshëm korrespondues i servovalvolave elektrohidraulike, gjithashtu dhe me rezistenca elektrike të brëndshme (të matura në morsetat lidhës të motorit) mjaft të vogla. Modelizimi i tyre bëhet kryesisht me anë të "përforcuesve të mirëfilltë të sinjalit". *Në përgjithësi, në këto raste gjatë modelizimit kemi tendencë të shpërfillim vonesat e prodhuara nga dinamika e sistemit, duke reduktuar të gjithë simulimin në një "mekanizëm" me përgjigje të menjëhershme që lidh në mënyrë direkte gabimin e pozicionit "$\boldsymbol{Err}$" me tensionin e ushqimit $\boldsymbol{V_A}$ nëpërmjet një raporti $\boldsymbol{G_A}$ të njohur si përforcim në amplifikim ose përforcim i amplifikatorit.*

$$V_A = Err \cdot G_A \tag{14.7}$$

Duke zëvendësuar formulat (14.4) dhe (14.7) në Formulën (14.3) do të përftojmë ekuacionin si vijon:

$$\dot{\omega} = (G_M \cdot \frac{Err \cdot G_A - k \cdot \omega_M}{R} - T_L - c\omega_M) / J \tag{14.8}$$

[41] Nuk do të meret parasysh induktiviteti i bobinave elektrike, që do të vononte përgjigjen dinamike të sistemit dhe ngadalësonte kështu, për shkak të ndryshimit të tensionit, ndryshimin i intensitetit të rrymës që futet në bobinat e motorit. Nëse duam të modelizojmë edhe induktivitetin e bobinave, ekuacioni (14.5) do të riformulohej si: $V_A - V_M = R \cdot I + L \cdot dI/dt$

[42] Në rastin tonë, duke supozuar që të përdorim një motor elektrik DC me ngacmim të ndarë të realizuar me një magnet permanentë, fusha e ngacmimit nuk mund të jetë veçse konstante si në drejtim ashtu dhe në intensitet, pra, është e arsyeshme që të meret F.K.E.M. proporcionale me shpejtësinë e rrotullimit këndorë të motorit sipas formulës:

$$V_M = F.K.E.M. = k \cdot \omega_M$$

Nga Formula (14.8) nëpërmjet vlerësimesh tashmë të njohura, mund të nxjerrim skemën korresponduese në Matlab/Simulink:

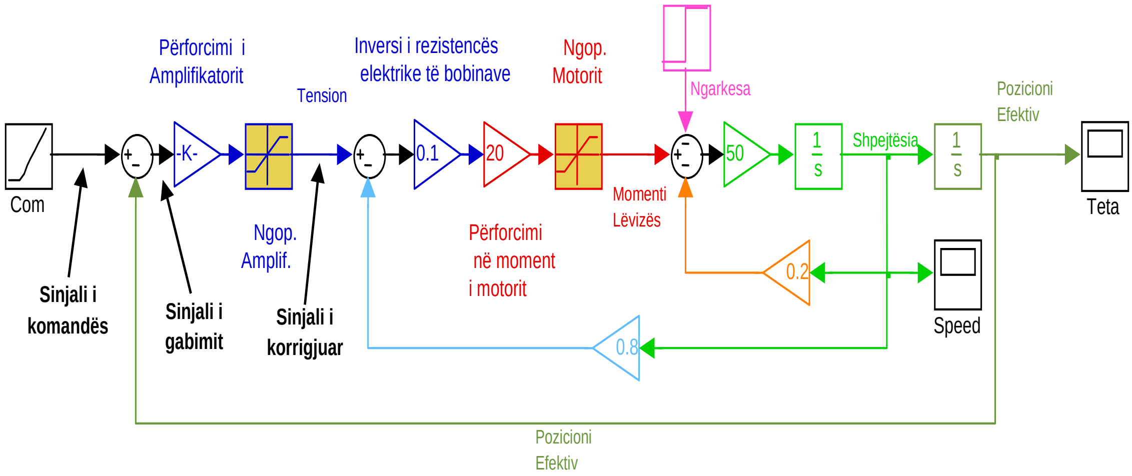


Figura. 14.4- **Diagrama me blloqe, e realizuar duke përdorur blloqet elementare të Simulinkut**

Në përmbyllje të shqyrtimit të skemës me blloqe elementare të **Figurës 14.4** është e nevojshme që të bëhen disa konsiderata mbi natyrën jo-lineare të sistemit fizik të analizuar. Lindja e fenomeneve të ngopjes së sinjalit që prodhohet nga amplifikatori dhe fluksi magnetik i induktuar në nuklin e motorit elektrik fut në dinamikën e sistemit kontribute që nuk mund të simulohen me anë të modeleve të thjeshta lineare. Për të siguruar një precizion të pranueshëm në simulimet e kryera është e nevojshme që ky fakt të mbahet parasysh duke vendosur blloqe jo lineare në diagramën e ndërtuar.

Duhet theksuar që, përdorimi i një modeli jo-linear nuk sjellë domosdoshmërisht një rritje të kompleksitetit të modelit, ku në fakt, shpesh, futja e jo-lineariteteve të përcaktuara mirë lejon marrjen e simulimeve mjaft të vlefshme dhe në përdorimin e modeleve të thjeshta.

14.2 Simulimi i një servomekanizmi elektromekanik

Në vazhdim, janë analizuar disa simulime të përgjigjes së servomekanizmit elektromekanik ndaj tipeve të ndryshme të komandave.

Në rastin tonë (**SM elektromekanik pozicioni**) të dhënat për simulimin janë si në pikën 1.:

Ndërsa, nëse do të ndërtojmë diagramën me blloqe elementare të një servomekanizmi elektromekanik shpejtësie të dhënat janë si në pikën 2.

1. SM Elektromekanik pozicioni:

$GAP = 100$	$[V/rad]$
$SAT_{AMPLIF.} = \pm 24$	$[V]$
$1/R = 0.1$	$[1/\Omega]$
$G_A = 20$	$[N*m/A]$
$SAT_{MOTORI} = \pm inf.$	
$K_{FCEM} = 0.8$	$[V*s/rad]$
$C = 0.2$	$[N*m*s/rad]$
$FR = 0$	$[N]$
$1/J = 50$	$[N*m*s^2/rad]$

2. SM Elektromekanik shpejtësie:

$GAP = 100$	$[V/rad]$
$SAT_{AMPLIF.} = \pm 24$	$[V]$
$1/R = 0.1$	$[1/\Omega]$
$G_A = 20$	$[N*m/A]$
$SAT_{MOTORI} = \pm inf.$	
$K_{FCEM} = 1.8$	$[V*s/rad]$
$C = 0.3$	$[N*m*s/rad]$
$FR = 0$	$[N]$
$1/J = 5$	$[N*m*s^2/rad]$

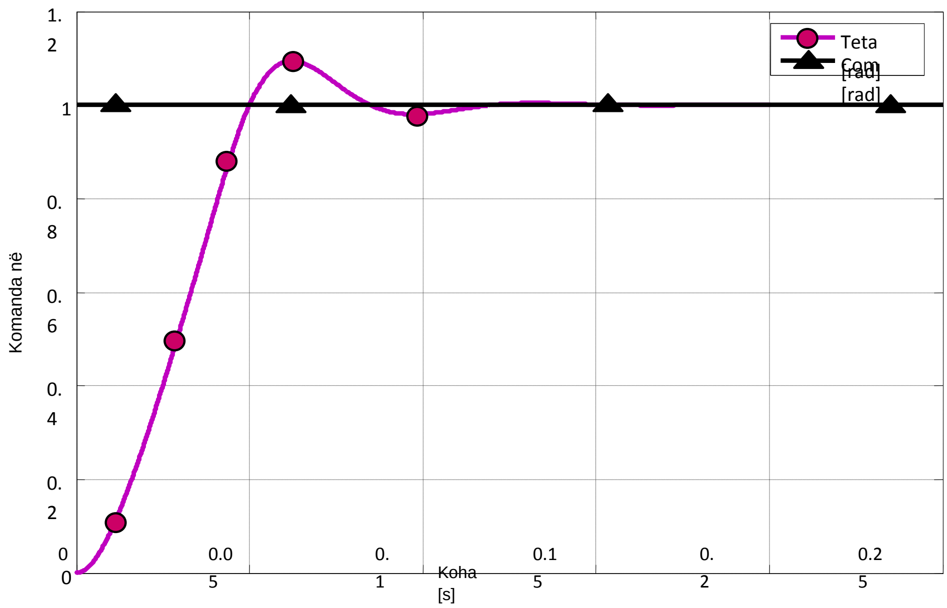


Figura. 14.5- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar ComC**

Në **Fig. 14.5** paraqitet Përgjigjja e prodhuar nga sistemi nën analizë, në rastin e një komande të shkallëzuar me një amplitudë $\boldsymbol{ComC}$ (që do të thotë se i referohemi një komande konstante); në çastin fillestar të simulimit sipërfaqja e komanduar është e ndaluar ($\omega_M = 0$) dhe $\theta = 0$, ndërsa kur pozicioni i komanduar kalon menjëherë nga zero në $\boldsymbol{ComC}$, gabimi i pozicionit $\boldsymbol{Err}$, është i barabartë me shumën algjebrike $\boldsymbol{ComC - Teta}$ dhe që në fillesat e tij është gjithashtu i anuluar, rritet në mënyrë të shkallëzuar. Gabimi i pozicionit përpunohet nga sistemi, sipas dinamikës së analizuar me parë, duke prodhuar një përgjigje që manifestohet me lindjen e një momenti lëvizës (*të prodhuar nga motori elektrik që në mënyrë të përshtatshme ngacmohet nga ushqyesi*); ky moment lëvizës prodhon një nxitim mbi sipërfaqen e komanduar me synimin që të zvogëlojë gabimin e pozicionit. Nën veprimin e këtij momenti, sistemi, që në fillim ishte i ndalur, fillon lëvizjen dhe progresivisht nxiton duke shkuar drejt $\boldsymbol{ComC}$; natyrisht që me reduktimin progresiv të gabimit edhe veprimi nxitues i prodhuar nga motori elektrik ulet, ndërsa, me rritjen e shpejtësisë së tij, rritet veprimi ngadalsues që lidhet me efektet zbutëse. Në çastin kur servomekanizmi arrin në pozicionin e komanduar, gabimi anulohet, por, në rastin kur shpejtësia e veprimit rezulton akoma pozitive, mund të manifestohen dhe tejkalime komande (***overshoot***). Sapo vepron tejkalimi i komandës, gabimi ndërron shenjë dhe fillon të rritet (*në modul*), progresivisht me zhvendosjen e pozicionit efektiv nga ai i komanduar; sistemi në këtë rast reagon duke prodhuar një moment lëvizës të prirur për të ndaluar motorin dhe pastaj për të ndryshuar kahun e lëvizjes duke sjell në zero këtë gabim pozicioni. Në funksion të stabilitetit të sistemit, të rritjes së amplifikimit, të momentit lëvizës të përdorur dhe të konditave zbutëse të simuluara (*sistem i nenshuajtur, sistem i mbishuajtur ose sistem kritik*) mund të meren përgjigje shumë të ndryshme dhe të karakterizuara nga dinamika përgjigjesh pak a shumë të stabilizuara.

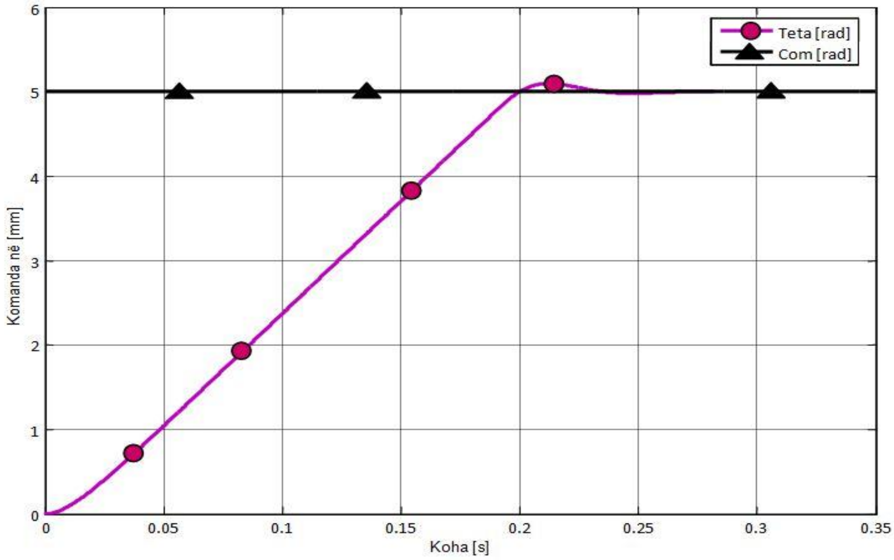


***Figura. 14.6*- Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar ComC**

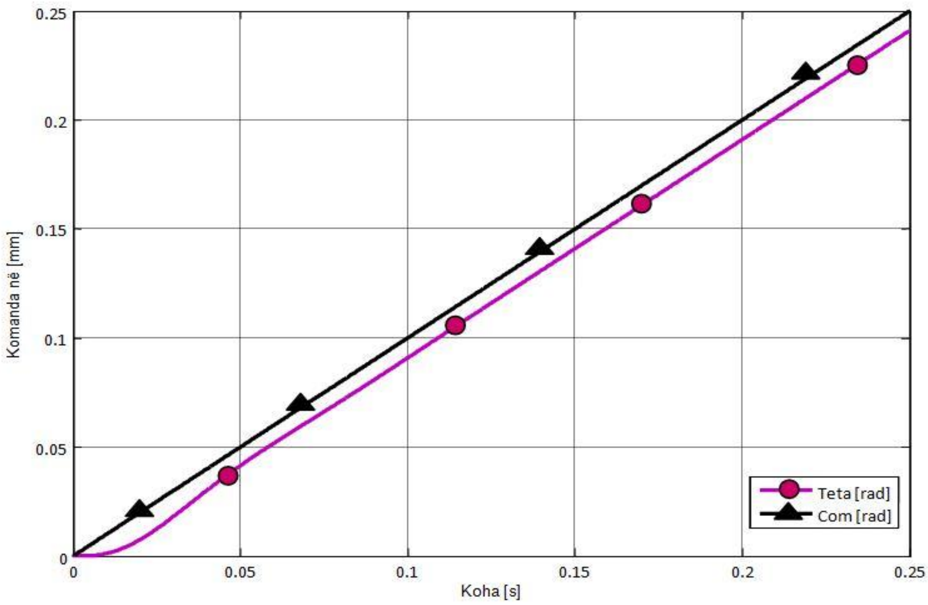


***Figura. 14.7*- Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR=1 (Komandë në pjerrësi) [rad/s]**

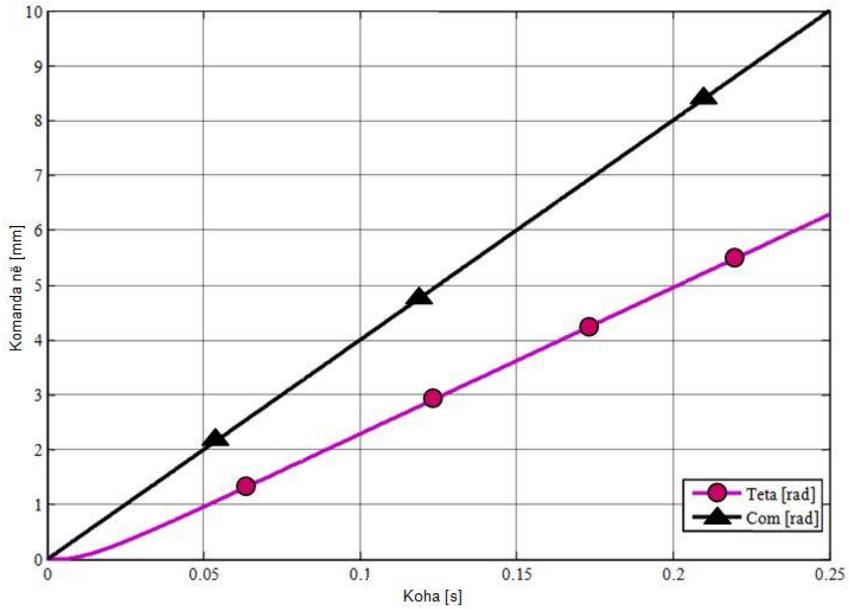


Figura. 14.8- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR=40 [rad/s]**

Nëse supozojmë që jemi në kondita stacionare (*pra me mbarim të fazës tranzitore*), do të analizohet diagrama me blloqe e **Figures 14.4** në mënyrë që të arrihet në përfundimin e ekuacionit të ekuilibrit të sistemit me nxitim të anuluar. Si u tregua dhe më parë, gabimi i pozicionit të çastit $\boldsymbol{Err}$ përcakton një tension ushqimi $\boldsymbol{V_A}$ që të hequr nga $\boldsymbol{F.K.E.M.}$ do të gjenerojë një moment lëvizëse $\boldsymbol{T_M}$ që vepron mbi aksin e përdoruesit. Në kondita stacionare momenti lëvizës, nuk do të prodhojë nxitim por duhet thjeshtë të ekuilibrojë forcat viskoze në përgjithësi dhe ato të fërkimit (me fjalën "viskoze në përgjithësi" nënkuptohen forcat proporcionale dhe të kundërta me shpejtësinë):

$$G_M \cdot \frac{Err \cdot G_A - k \cdot \omega_M}{R} = c \cdot \omega_M \tag{14.9}$$

Duke, kaluar formulën (14.9) në funksion të gabimit do të kemi:

$$Err = \frac{R}{G_A \cdot G_M}\left(\frac{k \cdot \omega_M \cdot G_M}{R} + c \cdot \omega_M\right) \tag{14.10}$$

Ose, duke e paraqitur këtë gabim në funksion të shpejtësisë së veprimit ω_M do të kemi:

$$Err = \left(\frac{R \cdot c}{G_M} + k\right) \cdot \frac{\omega_M}{G_A} \tag{14.11}$$

Gabimi i pozicionit duke qenë se është adoptuar një logjikë thjeshtësisht proporcionale, nuk rekuperohet nga sistemi por, pasi mbaron fazën tranzitore, vendoset në një vlerë konstante; nëse në rregullues do të ishte prezent dhe një bllok integrues (*pra, një* *element i aftë për të dhënë në dalje një korrent proporcional me integralin në kohë të* $\boldsymbol{Err}$), atëherë gabimi i pozicionit mund të reduktohej deri në anulim të tij.

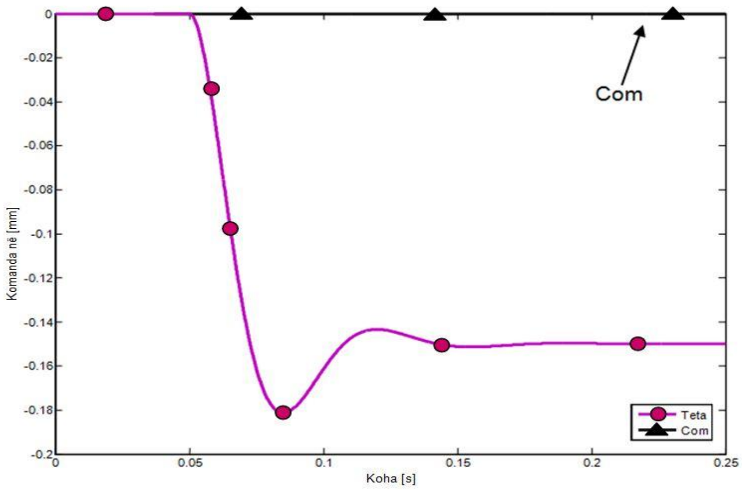


Figura. 14.9- **Përgjigjja e sistemit ndaj një ngarkese të jashtme FR = 40 [N*m]**

14.2.1 Servomekanizmi elektromekanik me kontroll në shpejtësi

Të gjitha konsideratat e bëra deri më tani në këtë kapitull kanë për synim që të ilustrojnë veçoritë e një servomekanizmi (SM) pozicioni elektromekanik, karakteristikat e nënsistemeve që e përbëjnë dhe qasjen e përdorur për ta modelizuar me anë të Matlab – Simulinkut. Në vijim paraqiten dhe modifikimet që mund të bëhen në modelin e **Figurës. 14.4**, për të ndërtuar një model përfaqësues të një SM elektromekanik shpejtësie.

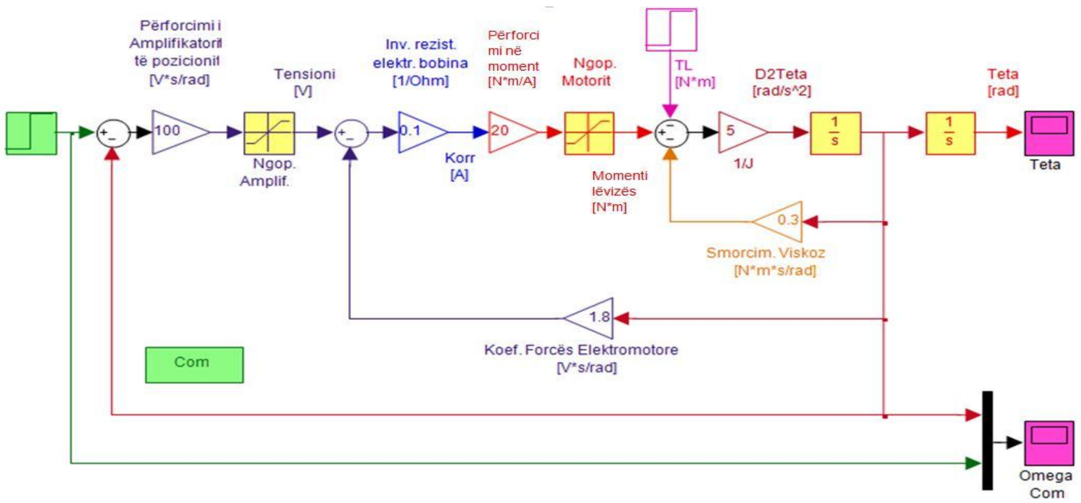


Figura. 14.10- **Diagrama me blloqe e SM elektromekanik në shpejtësi**

Në këtë rast, vërehet menjëherë sesi unaza e kundër-reagimit më e jashtme (*pra ajo që lejon futjen në lëvizje të rregullimit të sistemit*), duke u degëzuar pas integratorit të parë, në vend që të përçojë një sinjal pozicioni drejt krahasuesit, jep një informacion shpejtësie këndore të çastit; meqenëse logjika e kontrollit është e tipit tërësisht proporcionale[43], sinjali i tensionit që, duke ushqyer bobinat e rotorit do të prodhojë momentin lëvizës të nevojshëm për veprim, do të rezultojë proporcional me gabimin në çast të shpejtësisë Err^{44}. Ekuacioni që përshkruan modelin do të jetë:

$$\ddot{\vartheta} = (G_M \cdot \frac{Err \cdot G_A - k \cdot \omega_M}{R} - T_L - c\omega_M) / J \quad \textbf{(14.12)}$$

14.3 Analiza dhe përfundimet e simulimeve të SM elektromekanik

Duke u bazuar në simulimet e bëra për servomekanizmin elektromekanik të paraqitur në paragrafin 14.2 arrijmë për secilin rast të nxjerrim këto analiza/përfundime:

a. Në **Figurën. 14.6** vërehet, se dhe me rritjen në mënyrë domethënëse të shkallës së komandës $ComC$, sistemi prodhon akoma një përgjigje tipike të sistemeve të gradës së dytë; vërehet gjithashtu që: në këtë rast në tranzitorin e përgjigjes është qartësisht e dukshme një pjesë e drejtë me pjerrësi konstante (*në intervalin kohor të përfshirë nga 0.1 në 0.15 sekonda*). Meqenëse shpejtësia e veprimit mund të kuptohet gjithmonë si derivati në kohë i pozicionit të komanduar, pjerrësia konstante e saj na lë të kuptojmë se në atë zonë shpejtësia e sistemit nuk ndryshon. Ky fenomen që manifestohet kryesisht në rastin e një komande me hapësire kohore të konsiderueshme ndodh për shkak të ngopjes së sistemit, veçanërisht në tension amplifikimi, paraqitet si një limitim në shpejtësi veprimi, ose më qartë si pamundësi e servomekanizmit për të prodhuar shpejtësi veprimi më të mëdha se një vlerë e dhënë për çdo vlerë të përcaktuar ngarkese. Natyrisht, kjo formë sjellje e servomekanizmit nuk duhet të habisë, meqenëse si u paraqit më parë, modeli nuk është linear (*kujtojmë, që rrallë ndodhë që aplikimet e analizuara në këtë kontekst të jenë totalisht lineare dhe që, gati gjithmonë, janë prezent fenomene fizike si, fërkime, fund-komanda ose ngopje të formave të ndryshme, që induktojnë një natyrë jolineare të problemit*).
b. Në **Figurat. 14.7** dhe **14.8** paraqiten dy përgjigje tipike të servomekanizmit elektromekanik ndaj disa komandave të pjerrta me pendeca të ndryshme; në çastin fillestar (*pra me piston të ndalur*) vendosim një shpejtësi veprimi $\boldsymbol{ComR}$, të barabartë me pjerrësinë, që sistemi përpiqet ti uniformohet duke prodhuar një fazë tranzitore fillestare që shihet mirë në **Figurën 14.7**. Nëse shpejtësia e dhënë nuk kalon vlerën e ngopjes (*për shkak të ngopjeve të $\boldsymbol{T_M}$ dhe $\boldsymbol{V_A}$*) sistemi, pasi mbaron lëkundjet tranzitore, do të ndjekë me përpikmëri komandën e pjerrët të dhënë, duke treguar një gabim pozicioni $\boldsymbol{Err}$ që nxirret menjëherë nga diagrama me blloqe e **Figurës 14.4**.

[43] Ku në fakt, komanda e pilotimit në tension nxirret menjëherë nga gabimi i llogaritur nga krahasuesi plus një koefiçent të përshtatshëm i njohur si Përforcimi Proporcional ose GAP.
[44] Ose më qartë, me vlerën e marë, çast pas çasti. Të llogaritur nga diferenca mes shpejtësisë së komanduar dhe asaj efektive të arritur nga sistemi mekanik; ku kujtojme këtu se $Err = \omega_{Com} - \omega_M$

c. Në **Figurën 14.8**, duket qartë rasti i shpejtësive të komandimit për veprim më të lartë se shpejtësia maksimale e prodhuar nga servomekanizmi. Kjo gjë ndodh për shkak të ngopjeve prezente në të si u spjegua me parë. Duke i dhënë komanda të pjerrta me pendencë rritëse në vazhdimësi, detyrojmë sistemin që të prodhojë shpejtësi veprimi gjithnjë e më të mëdha; natyrisht, nuk mund të arrihen shpejtësi më të larta se maksimumi i sistemit pa ngarkesë, pra, në rastin e një $ComR$ të tepërt, do të verejmë një shmangie progresive të gabimit të pozicionit $\boldsymbol{Err}$.

d. Në **Figurën. 14.9** paraqitet Përgjigjja e sistemit ndaj aplikimit të një ngarkese të jashtme $\boldsymbol{FR}$ (*natyrisht, nënkuptojmë për ngarkesa të jashtme rastin e pistonave linearë, ndërsa do t'i referohemi me moment të prodhuar nga forca ose ngarkesa e jashtme në rastin e pistonave rrotativ*). Servomekanizmi, që në fillim është në qetësi, "ndien" ngarkesën e jashtme $\boldsymbol{FR}$ dhe zmbrapset, duke prodhuar një gabim pozicioni $\boldsymbol{Err}$ të aftë për të kundërshtuar ngarkesën. Duke mospërfillur dinamikën e tranzitorit, gjejmë lehtësisht vlerën e gabimit që prodhohet përgjatë fazës së rregjimit, për shkak të vlerës së dhënë të ngarkesës nëpërmjet një vlerësimi të thjeshtë statistikorë. Gjithashtu dhe në këtë rast mund të gjendet menjëherë ekuacioni i kërkuar nga diagrama me blloqe e **Figurës. 14.4**; duke qenë në kondita stacionare, momenti i prodhuar nga gabimi i pozicionit Err (*nëpërmjet amplifikatorit të përforcimit* $\boldsymbol{G_A}$ *dhe motorit elektrik të përforcimit* $\boldsymbol{G_M/R}$) duhet të ekuilibrojë $\boldsymbol{FR}$ (*ngarkesën ose momentin*) sipas relacionit:

$$FR = \frac{Err \cdot G_A \cdot G_M}{R} \tag{14.13}$$

Atëherë, gabimi i pozicionit Err do të vlejë:

$$Err = \frac{FR \cdot R}{G_A \cdot G_M} \tag{14.14}$$

15. Modelimi i servomekanizmit elektrohidraulik

Përdorim përsëri metodologjinë e modelizimit të sistemeve dinamike me anë të programit Matlab – Simulink, do të analizojmë veçoritë dhe karakteristikat e përgjigjes së një servomekanizmi pozicioni elektrohidraulik me fuqizim të plotë. Ky lloj sistemi gjen sot një përdorim shumë të gjerë, në realizimin e komandave të fluturimit ose të mekanizmave të bordit të avionit.

Skematizimi i këtij servomekanizmi[45] paraqitet në **Figurën 15.1** dhe është menduar që të jetë i përbërë nga:

1- Logjika e kontrollit të pozicionit PID (Proporcional – Integrativ – Derivativ)
   Ose PI, ose PD, ose akoma proporcional me unazë shpejtësie PS
2- Servovalvol elektrohidraulike
3- Shtagë lineare

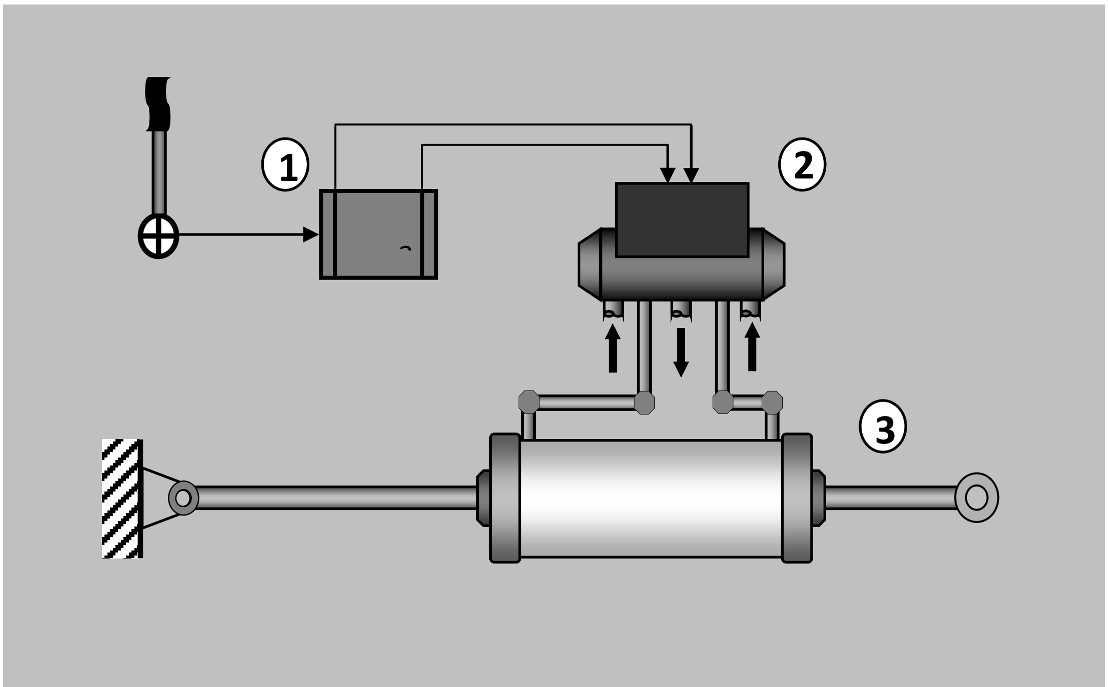


Figura. 15.1 - **Paraqitje skematike e modelit fizik në shqyrtim.**

Servomekanizmi i **Figurës 15.1**, modelizohet me një sistem të thjeshtë të gradës së dytë. Në vazhdim do të studiohen pjesët e vecanta të sistemit dhe modeli në tërësi i servomekanizmit do të nxirret duke “lidhur” pastaj modelet e këtyre nënsistemeve.

[45] Natyrisht, struktura e një servomekanizmi në avion është shumë më komplekse, se sa ajo e paraqitur këtu në vazhdim, por duke dashur që të theksojmë dhe analizojmë fenomenet fizike që karakterizojnë funksionimin dhe aspektet e përdorimit të këtij sistemi ai është paraqitur në mënyrë të thjeshtuar.

15.1.1 Logjika e Kontrollit

Pilotimi i çfarëdo lloj mjeti fluturues modern, me performancë të lartë realizohet tashmë përmes komandave fly-by-wire, pra, nuk ekzistojnë më, lidhjet mekanike mes shufrës së komandimit të pilotit dhe sipërfaqeve aerodinamike të komandave. I gjithë sistemi i komandimit tashmë i besohet “shndërruesve” që pasi përkthejnë në mënyre të duhur komandën e dhënë nga piloti, e transformojnë në një sinjal elektrik. Sinjalet e prodhuar në këtë mënyrë, të mbledhur algjebrikisht me ato që vijnë nga unaza e kudër-reagimit (që jep pozicionin në çast, të marë nga servomekanizmi dhe lejon që ta ballafaqojë me pozicionin e komanduar), përcaktojnë një sinjal proporcional me gabimin në çast të pozicionit të sipërfaqes së komanduar. Ky gabim, transformohet nga logjika e kontrollit të pozicionit në korrentin e komandës që, duke vepruar mbi valvolën elektrohidraulike, gjeneron shtytjen korresponduese të komandës së dhënë në fillim nga piloti (ndjekje të saj). Karakteristikat e njësisë së kontrollit duhet të përcaktohen në mënyrë që të kënaqin nivele performance të paracaktuar që i përkasin gradës së stabilitetit ose shpejtësisë së përgjigjes të sistemit të kontrollit. Përcaktimi i funksionit të transferimit, që do të futet në blloqet e logjikës për të përmbushur karakteristikat e listuara më parë, shpie në disa zgjidhje të ndryshme, nga ku mund të derivojnë shumë arkitektura të ndryshme të sistemit. Gjithnjë e më shpesh elementët korrektues të adoptuar përbëhen nga një kontrollues standard i vendosur përpara sistemit që do të kontrollohet.

Në rastin tonë do të konsiderojmë një logjikë proporcionale me unazë kundër-reagimi në shpejtësi; sinjali i “korrektimit” në korrent $\boldsymbol{Cor}$ i prodhuar, do të rezultojë i barabartë me shumën algjebrike të kontributit të dhënë nga unaza proporcionale (e llogaritur nëpërmjet fitimit në amplifikim proporcional **GAP** dhe proporcionale me gabimin në pozicion përkatës $\boldsymbol{Err} = \boldsymbol{Com} - \boldsymbol{XJ}$), dhe të asaj të prodhuar nga unaza e kundërveprimit në shpejtësi (që është proporcionale me shpejtësinë e shtytjes **DXJ**, nëpërmjet një fitimi amplifikimi në shpejtësi **GAS**).

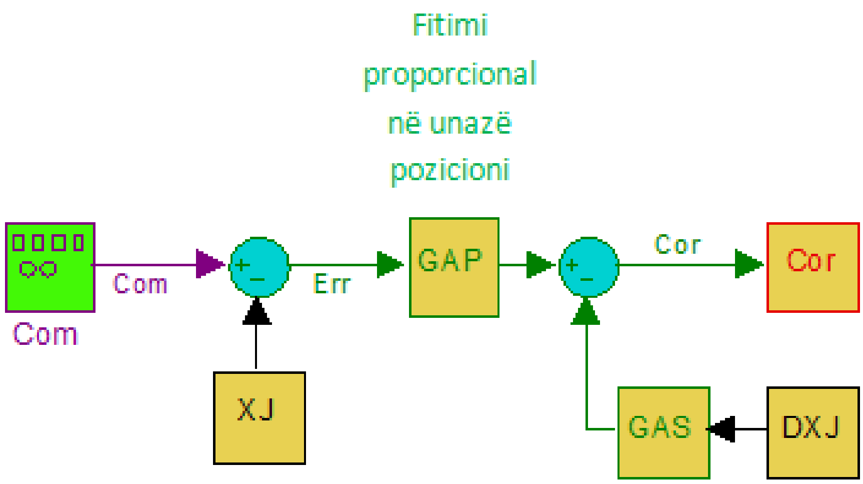


Figura. 15.2 **- Diagrama me blloqe e logjikës së kontrollit proporcional me unazë shpejtësie**

15.1.2 Servovalvola

Servovalvola është një sistem mekanik i përdorur për përkthimin e një sinjali elektrik në një regullim specifik të presionit diferencial të prurjes së dhënë. Pamvarësisht konfigurimeve dhe tipologjive të ndryshme, brenda këtyre elementëve është gjithmonë prezent një organ mekanik (kryesisht një **kasetë valvole** (spool)) që duke u spostuar me një madhësi **XS** në respekt me pozicionin qëndrorë të saj dhe realizon kështu hapjen e vrimave të valvolës, rregullon presionin dhe prurjen e vajit që futet në valvol. Në nivel konceptual mund të mendojmë se në servovalvol, korrenti i komandimit Cor konvertohet në një spostim të përcaktuar të spool-it, në mënyrë që të arrihet rregullimi i kërkuar.

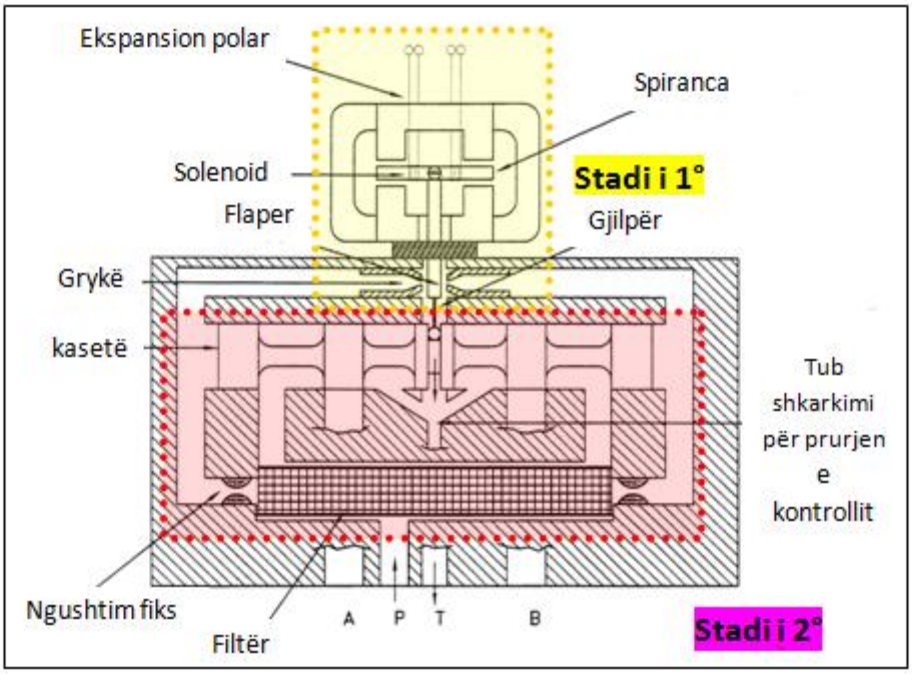


Figura. 15.3 **- Paraqitje skematike e një servovalvole të tipit flapper – nozzle**

Ekzistojnë tipologji të ndryshme servovalvolash, por më e përhapura është ajo që trajtohet këtu në vazhdim, është modeli i elektrovalvolës me dy stade. Ky model, përbëhet nga një motor elektrik, i njohur si *Torque motor*, që mer komandat nga logjika e kontrollit nën formën e sinjaleve elektrike dhe i transmeton në *flapper* ose në *jet-pipe* të stadit të parë nën formën e një momenti përdredhës. Rotullimi që derivon, gjeneron një asimetri presioni mes dy grykave të lidhura me fluksin në ardhje (*diferencë presioni që vepron mes dy faqeve të kasetës së shpërndarjes të stadit të dytë*) dhe si konseguencë, lindin forca që veprojnë mbi kasetën e shpërndarjes (*stadi i 2*) duke e spostuar nga pozicioni qëndrorë. Ky spostim, lejon hapjen e vrimave të valvolës që vënë në lidhje ushqimin me cilindrin hidraulik duke lejuar lëvizjen. Spostimi i kasetës vepron ama dhe mbi flapper-in (ose mbi jet-pipe) nëpërmjet një suste kundërveprimi që tenton të kundërshtojë rotullimin e stadit të 1, me një force proporcionale me diferencën e spostimeve të kasetës dhe të stadit të 1 nga pozicioni neutral. Në figurat në vazhdim paraqitet një sekuencë veprimi e një servovalvole të tipit flapper nozzle.

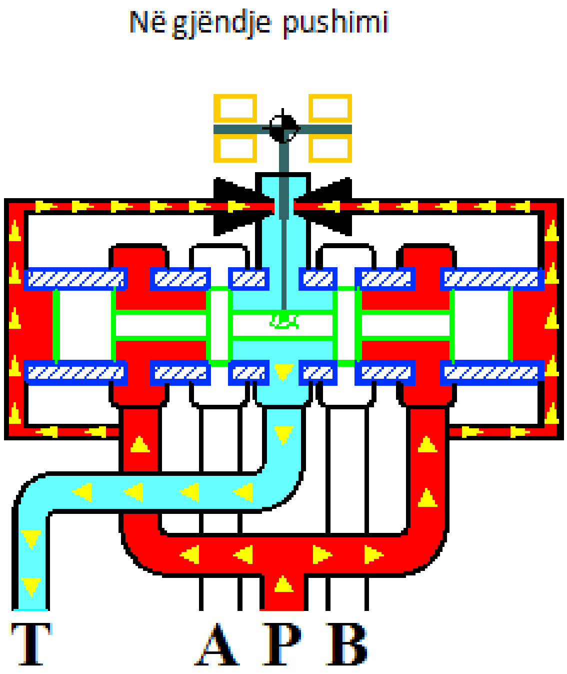


Figura. 15.4a.

Në konditat e pushimit (**Fig. 15.4a.**) përveç jo-perfeksioneve konstruktive që i supozojmë jo ekzistuese, motori përdredhës (torque motor) i stadit të parë, nuk përshkohet nga korenti, pra nuk krijon moment, duke qëndruar në pozicion qëndrorë dhe mbajtur po ashtu dhe stadin e dytë në pozicion qëndrorë. Në këto kondita tubacionet A dhe B që shkojnë drejt cilindrit hidraulik ose lëvizësit hidraulik nuk janë të lidhura as me presionin e lartë P (e treguar dhe si *supply S*) dhe as me kthimin T (e treguar si *return R*) të impiantit.

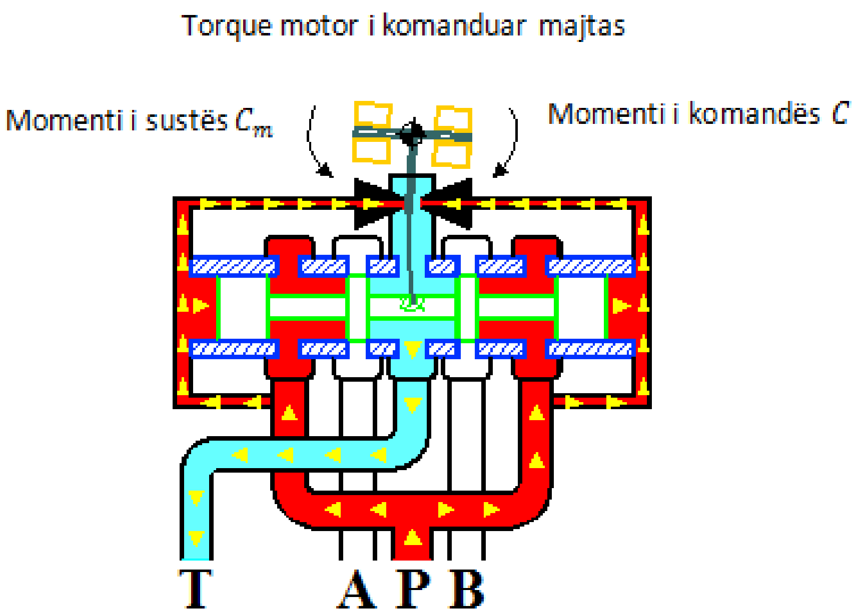


Figura. 15.4b.

Duke prodhuar një moment komandimi në drejtim orar në torque motor të stadit të parë, nëpërmjet një korenti elektrik të përshtatshëm (**Fig. 15.4b.**) përcaktohet një spostim majtas i flapperit me konseguencë rritje të rezistencës fluidodinamike të shkarkimit në vrimën e majtë dhe reduktim në atë të djathtë. Kjo gjë provokon një shtytje në të djathtë të kasetës së stadit të dytë (*për shkak të mbipresionit në faqen e majtë të kasetës në krahasim me atë të djathtë*) që spostohet në atë drejtim duke tërhequr, nëpërmjet sustës së feedback-ut të brendshëm, stadin e parë drejt pozicionit qëndror. Lëvizja e stadit të dytë përfundon kur stadi i parë ka arritur përsëri pozicionin qëndrorë (**Fig. 15.4c.**).

Në këtë rast, stadi i parë është në ekuilibër mes momentit magnetik dhe momentit të sustës së feedbackut të brendshëm; ndërsa, stadi i dytë vë në komunikim kalimin A drejt cilindrit me presionin e lartë P dhe kalimin B me kthimin T duke ushqyer kështu pistonin në drejtimin e kërkuar në forcë (presion diferencial) dhe shpejtësi (prurje e dhënë nga servovalvola).

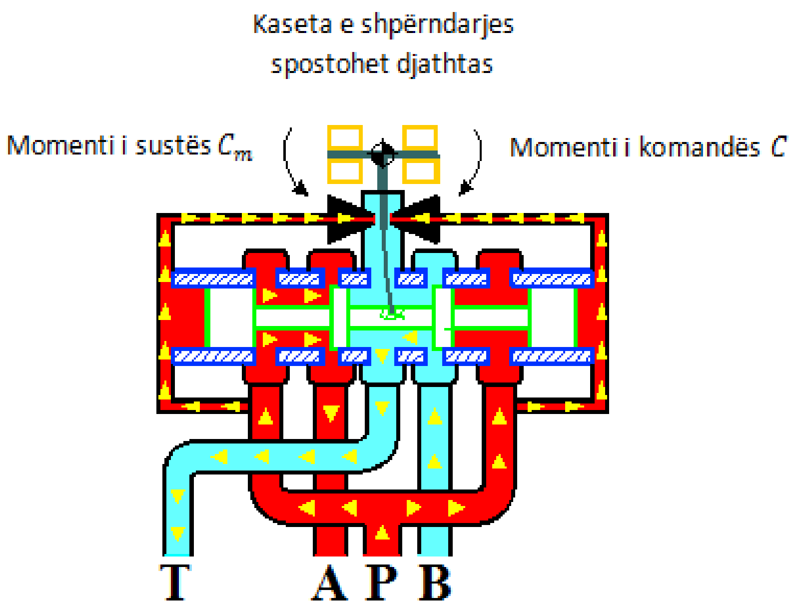


Figura. 15.4c.

Duke anuluar korrentin në torque motor, ky i fundit nën veprimin e sustës së feedbackut, sillet në kah antiorarë duke spostuar flapperin djathtas (**Fig. 15.4d.**) dhe si konseguencë duke rritur rezistencën e shkarkimit në vrimën e djathtë në krahasim me atë të majtë, shtyrë kështu në të majtë kasetën e stadit të dytë që qendërzohet duke tërhequr në pozicion qëndrorë dhe stadin e parë (**Fig. 15.4e.**). Kjo tip arkitekture e sistemit garanton ri-qendërzimin e valvolës në mungesë sinjali.

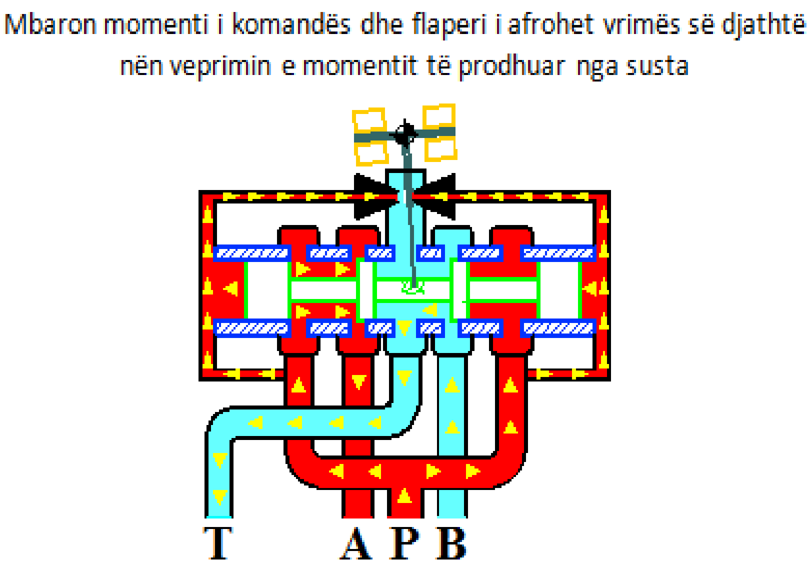


Figura. 15.4d.

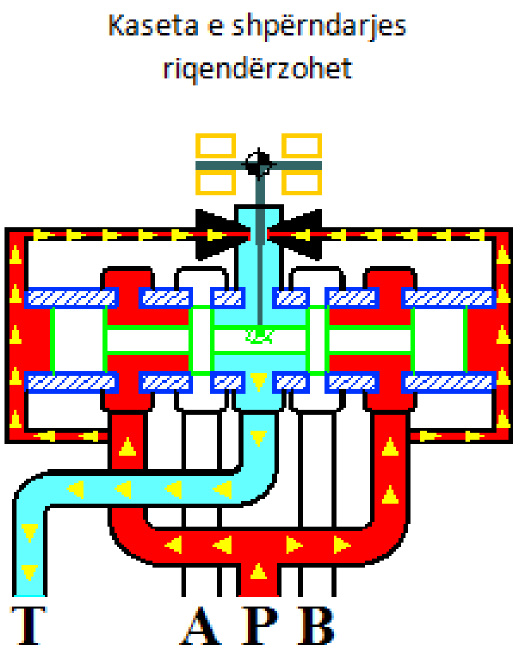


Figura. 15.4e.

Meqenëse servovalvola (**SV**) përkthen një sinjal komande (*pra një korrent*) në një vlerë korresponduese spostimi **XS** të spool-it dhe ky i fundit, me anë të hapjes së kasetës ndërhyn mbi fluidodinamikën e sistemit, mund të arsyetojmë që të modelizojmë në mënyrë të ndarë pjesën elektromekanike (**Cor** – **XS**) dhe atë fluidodinamike (**XS** – **P12**). Natyrisht, modeli numerik i përgjithshëm i **SV** (**Cor** – **P12**) mund të përftohet, atëherë, drejtpërsëdrejti duke vendosur në seri modelin elektromekanik dhe atë fluidodinamik të saj.

15.1.3 Modeli elektromekanik

Për thjeshtësi analizimi nuk marim parasysh gjeometrinë e vërtetë të **SV**. Përcaktohet gjithashtu modeli elektromekanik i **SV** duke supozuar se korrenti i pilotimit Cor përkthehet menjëherë nga një element veprues elektrik, në një forcë, që duke bashkëvepruar me procesin e qendërzimit të prodhuar nga susta **KFS**, përcakton një spostim të kërkuar **XS** të spool-it. Meqenëse kasetat e valvolave të përdorura në aplikimet aeronautike kanë përgjithësisht dimensione shumë të vogla dhe që veprimet amortizuese dhe inerciale që i nënshtrohen mund, në një përafrim të parë, të neglizhohen, atëherë e supozojmë spool-in pa një masë dhe humbje nga fërkimet viskoze dhe kulombiane, duke e reduktuar në një sistem me dinamikë të menjëhershme. Ekuacioni i dinamikës së pozicionit të kasetës, duke hequr të gjithë termat e gradës më të lartë se zero (*pra, ato terma që lidhin përgjigjen dinamike me shpejtësinë dhe nxitimin e kasetës*), rezulton i pamvarur nga koha, duke u përcaktuar kështu si një sistem me dinamikë të menjëhershme. Nga skema funksionale e supozuar e sistemit të thjeshtesuar mëposhte[46] mund të shkruajmë:

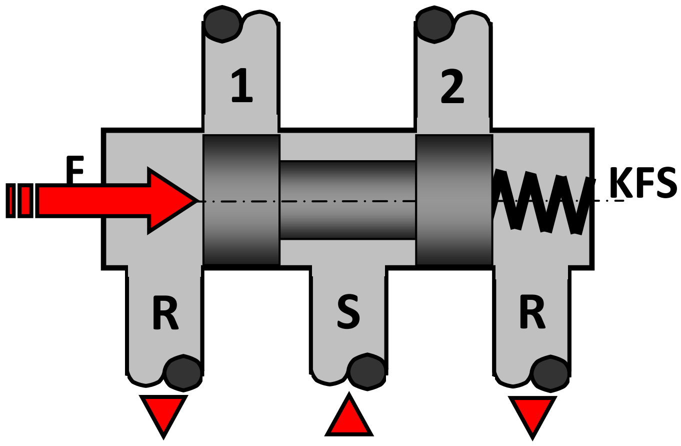


Figura. 15.5 **- Paraqitje skematike e servovalvolës**

$$F = Cor \cdot GM = XS \cdot KFS \quad \Rightarrow \quad XS = \frac{GM}{KFS} \cdot Cor \qquad \textbf{(15.1)}$$

15.1.4 Modeli fluidodinamik

Përsëri rastin e modelit numerik të pjesës fluidodinamike të **SV** do e trajtojmë me disa karakteristika dhe hipoteza thjeshtëzuese, duke lënë për punime të mëtejshme trajtimin më të gjërë dhe të detajuar të këtij modeli, *në këtë rast, do të analizojmë një model të "thjeshtë" linear me dinamikë të çastit*.

[46] Ritheksojmë, se skema e paraqiur në Fig. 15.5. përshkruan dinamikën e hipotezuar të sistemit të thjeshtëzuar, por që nuk është tregues i realitetit të brendshëm strukturorë të valvolës.

Për të nxjerrë një funksion transferimi të sistemit fluidodinamik (*pra, njësinë e aftë që të japi në dalje presionin diferencial **DePC** në funksion të hapjes së kasetës **XS***) duhet domosdoshmërisht që të nisemi nga analiza e të dhënave eksperimentale të mara nga performanca e **SV**, pra nga presioni diferencial i prodhuar dhe nga prurjet e përpunuara në funksion të spostimit të elementit regullues.

Relacionet që lidhin presionin diferencial me prurjen në hapje të kasetës (pra, $\boldsymbol{DePC - Xs}$ dhe $\boldsymbol{QJ - XS}$) mund të paraqiten grafikisht përmes diagramave të **Fig. 15.6**:

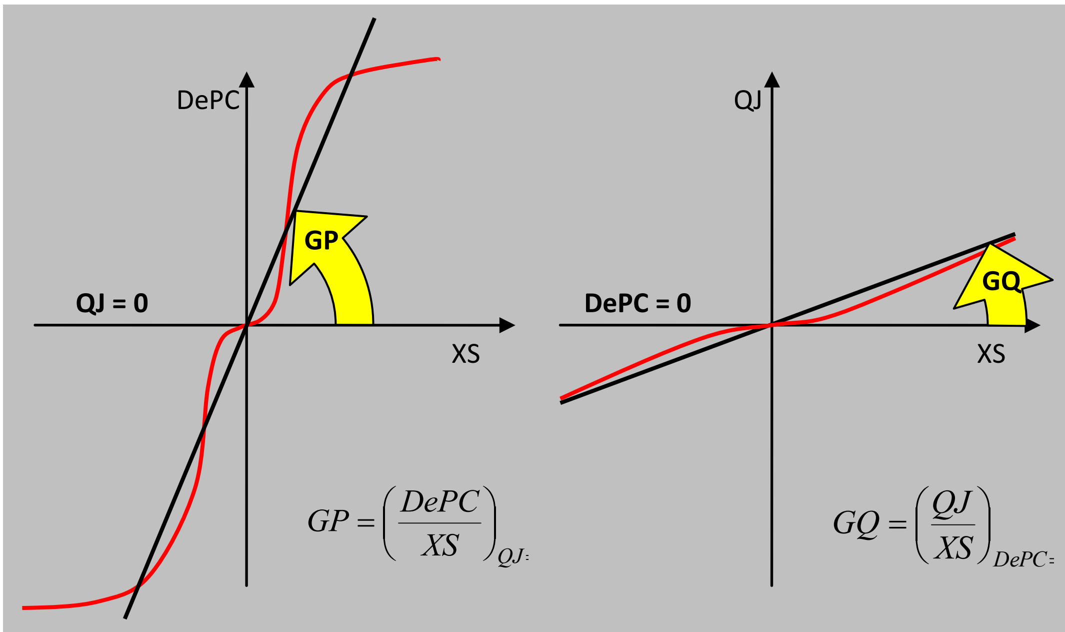


Figura. 15.6 **- Ecuria tipike e lakoreve DePC − XS dhe QJ − XS (në të kuqe) me lakoret përkatëse të linearizuara (drejtëzat e zeza) dhe koefiçentët e linearizuar GP dhe GQ**

Për hapje të vogla të kasetës së valvolës, mund të përafrohen lakoret e **Fig. 15.6**. Me drejtëza që kalojnë nga origjina dhe që kanë një koefiçent këndorë **GP** dhe **GQ** të lexueshëm menjëherë nga grafikët; pra, në rastin që nuk do të kemi ngopje ose jolinearitete të tjera, mund të përcaktojmë relacione lineare të afta për të modelizuar, me një saktësi të mjaftueshme, sjelljen fluidodinamike (*për **XS** të vogla, kjo hipotezë është mjaft realiste dhe jep rezultate interesante si për **DePC** ashtu dhe për **QJ**, ndërsa për **XS** të mëdha **DePC** shkon në ngopje dhe hipoteza del në gabim*).

Përfitimi i presionit *GP*, përcaktohet si raporti mes presionit diferencial ***DePC*** të prodhuar nga **SV** në kondita prurje **QJ** të anuluar dhe vlerës korresponduese të hapjes së kasetës së valvolës **XS**. **GP** është një tregues i presionit diferencial që valvola jep në kondita statike (pra, kur nuk prodhohen rënie presioni për shkak të humbjeve në qark përmes hapësirave të regullimit):

$$GP = \left(\frac{DePC}{XS}\right)_{QJ=0} \tag{15.2}$$

Përfitimi i prurjes GQ, përcaktohet si raporti mes prurjes së vajit **QJ** të përpunuar nga **SV** në kondita presioni diferencial **P12** të anuluar dhe vlerës korresponduese të hapjes së kasetës të valvolës **XS**. Duke njohur gjeometrinë e aktuatorit, **GQ** na jep një tregues të menjëhershëm të shpejtësisë maksimale të veprimit në boshllëk *gjithashtu, me njohjen e **GQ** dhe spostimit maksimal të spool-it **XSM**, është e llogaritshme dhe prurja maksimale **QJM** që mund të përpunohet dhe duke njohur sipërfaqen e shtagës **AJ**. Llogarisim shpejtësinë maksimale të veprimit që mund të prodhojë martineti në mungesë të ngarkesave të jashtme.*

$$GQ = \left(\frac{QJ}{XS}\right)_{DePC=0} \tag{15.3}$$

Duke mospërfillur leakage në valvol dhe në piston, mund të hamendësojmë presionin diferencial **P12**[47], që vepron mbi piston, si të barabartë me presionin diferencial **DePC**, teorikisht i prodhuar nga hapja e kasetës së valvolës (dhe *të llogaritshëm përmes përfitimit në presion **GP** si* $DePC = XS \cdot GP$), dhe të reduktuar nga rënia e presionit diferencial **DePQ**, që vjen për shkak të prurjes **QJ** që humbet përmes hapësirave regulluese në kasetë dhe prodhon një humbje per efekt viskoziteti (*në rastin tonë për thejshtësi reduktojmë humbjet fluidodinamike në vetëm kontributin viskoz linear të llogaritur si* $DePQ = QJ \cdot GPQ = QJ \cdot GP/GQ$).

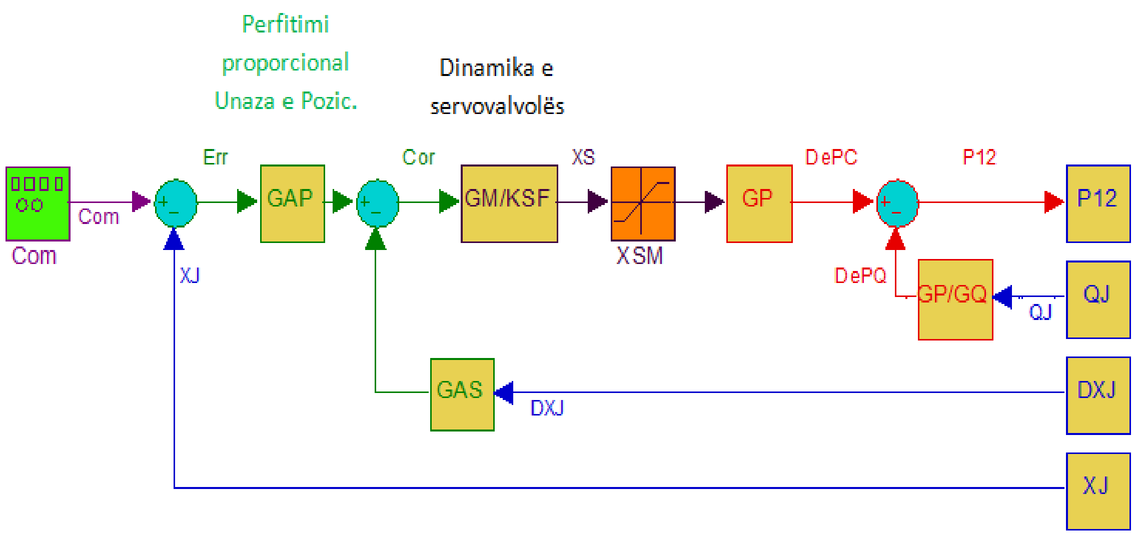


Figura. 15.7 **- Diagrama me blloqe, e logjikës së kontrollit PS dhe e sevovalvolës SV (model elektromekanik me reagim të menjëhershëm i ngopur në pozicionin XSM dhe fluidodinamikë lineare)**

[47] Kemi hipotezuar një model fluidodinamik tërësisht linear, mund të mendojmë P12 si prodhimin e mbivendosjes së dy efekteve të ndara dhe të barabartë me DePC e dhënë nga SV në kondita prurje të anuluar, të reduktuar me DePQ e humbur në SV nga prurja e vajit që ikën përmes hapësirave regulluese dhe tubave.

15.1.5 Shtaga Lineare

Në fushën aeronautike dhe sidomos kur flitet për komanda primare dhe sekondare të ushqyera në rrugë hidraulike, marin një rol thelbësorë martinetët me cilindër hidraulik/piston. Në rastin në fjalë do të konsiderohet një piston simetrik me efekt të dyfishtë, pa fërkim dhe pa humbje për shkak të rrjedhjeve përmes guarnicioneve (*leakage*). Në programin e simulimit numerik të këtij martineti është përdorur një model dinamik i karakterizuar nga inertësia, fërkimi viskoz, ngarkesa aerodinamike dhe forca lëvizëse. E njëjta strukture modelimi ngarkesash, me të dhëna të ndryshme, është e përshtatshme për të paraqitur dinamikën e një motori hidraulik rrotativ që është tipik për një komandë dytësore.

Martinetin, do ta skematizojmë si në **Fig. 15.8**:

Ekuacioni i ekuilibrit dinamik i martinetit është si vijon:

$$MJ \cdot \frac{d^2 XJ}{dt^2} + CJ \cdot \frac{dXJ}{dt} = AJ \cdot P12 - FR \tag{15.4}$$

Nga formula 15.4, mund të nxjerrim funksionin e transferimit të martinetit si:

$$\frac{d^2 XJ}{dt^2} = \left(AJ \cdot P12 - FR - CJ \cdot \frac{dXJ}{dt} \right) \Big/ MJ \tag{15.5}$$

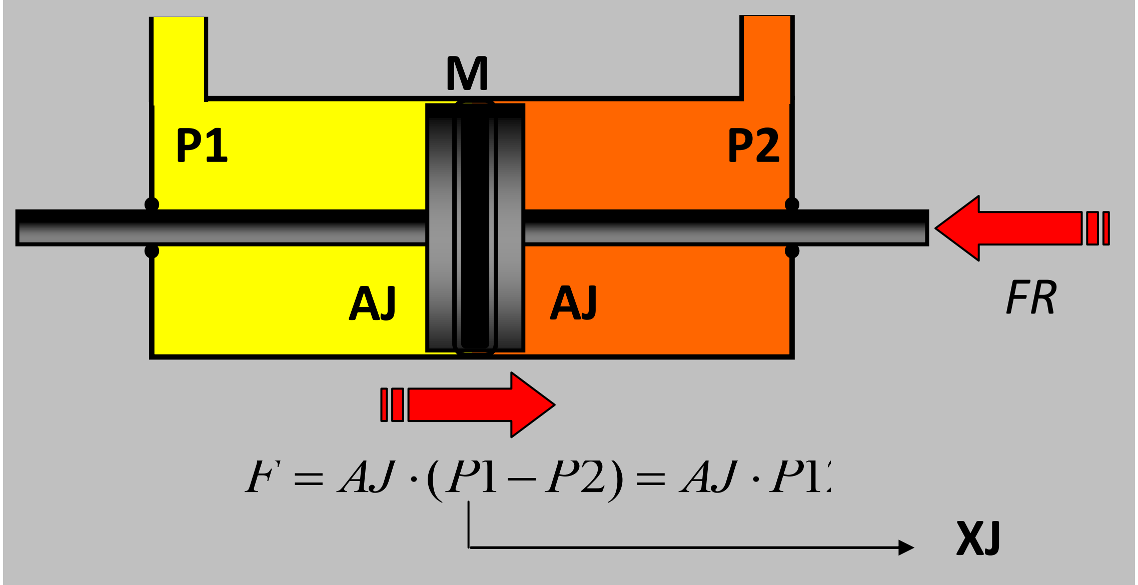


Figura. 15.8 - **Paraqitja skematike e martinetit të ndjeshëm ndaj ngarkesave të jashtme** *FR*

Analizojmë strukturën e formulës 15.5 dhe duke kujtuar se si modeli i logjikës së kontrollit **PS**, ashtu dhe ai i servovalvolës kanë një dinamikë të çastit, konstatojmë sesi, servomekanizmi mund të simulohet përmes një modeli matematik linear të gradës së dytë.

Diagrama me blloqe e përgjithshme e servomekanizmit elektrohidraulik është si vijon:

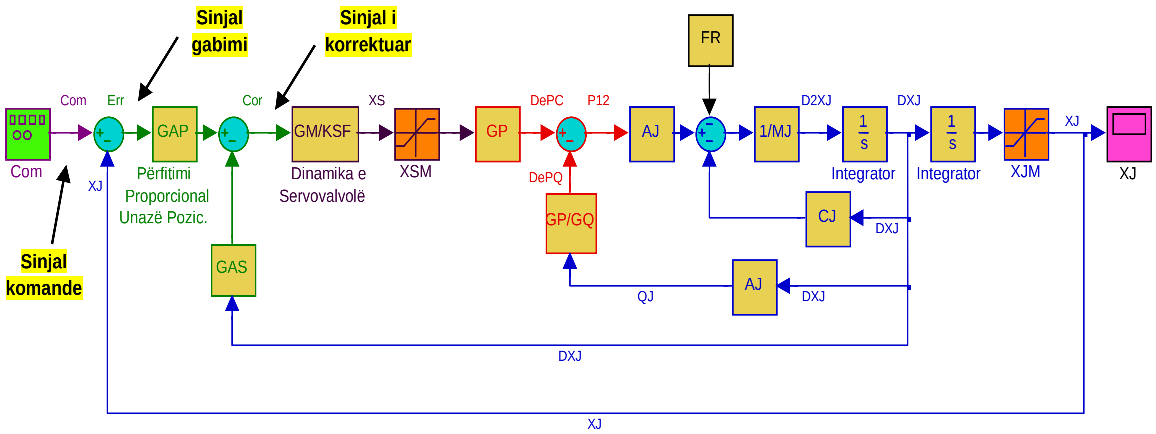


Figura. 15.9 - **Diagrama me blloqe e servomekanizmit të pozicionit elektrohidraulik**

Në përmbyllje të fazës konceptuale të modelimit të sistemeve, le të bëhet një ballafaqim i vogël i strukturës së modelit të **Figures 15.9** me skemën me blloqe të nxjerë gjatë analizimit të servomekanizmit elektromekanik dhe të paraqitur në **Figurën 14.4**; struktura e dy modeleve është gati identike, në fakt në të dy rastet mund të identifikojmë nënsisteme që kryejnë detyra të ngjashme:

- Elementë elektronik që, duke ballafaquar sinjalet e komandave me ato të feedback-ut, përpunojnë korrentet e pilotimit nëpërmjet logjikave të kontrollit
- Një nënsistem që transformon dhe amplifikon sinjalin e korrektimit në mënyrë që të lejojë një transformim tjetër të sinjalit (*amplifikatori dhe modeli elektromekanik i **SV***)[48]
- Një nënsistem që transformon sinjalin e korrektimit në sinjalin korrespondues të fuqisë (*motor elektrik dhe model fluidodinamik i **SV***)[49]
- Një transmetues mekanik (*i supozuar i ngurtë dhe pa mundësi boshllëqesh*) që, duke transferuar sinjalin e fuqisë drejt një vepruesi, prodhon spostimin e sipërfaqes aerodinamike të komanduar dhe të shndërruesve që mbyllin unazat e kundër-reagimit.

[48] Fund-korsa XSM paraqet analogun mekanik të bllokimit të ngopjes V_{AMAX} të vendosur përpara amplifikatorit.
[49] Ngopja e momentit lëvizës T_M mund të gjejë ndonjë analogji në ngopjen e presionit maksimal diferencial të dhënë nga SV (*ku, pamvarësisht hapjes së kasetës XS, nuk është e mundur që të prodhohen presione diferenciale më të larta sesa diferenca mes presioneve të supply dhe return*) por në rastin e valvolës, efekti i ngopjes do të kondiciononte dhe unazën e kundër-reagimit që mbyllet pas ngopjes duke modifikuar në mënyrë të ndjeshme, rezultatet e nxjerra (*po të vendoset një DePCM është njësoj si të hipotezohet një ngopje të GP, pra duhet mbajtur mirë parasysh faktin e unazës pasvepruese në prurje QJ*).

15.2 Simulimet e modeleve të servomekanizmit elektrohidraulik

Në vazhdim, janë analizuar disa simulime të përgjigjes së servomekanizmit elektrohidraulik ndaj tipeve të ndryshme të komandave.

Në rastin tonë (SM elektrohidraulik pozicioni sipas **Figurës 15.9**) të dhënat e simulimit janë si më poshtë:

Të dhënat e simulimit për SM Elektrohidraulik pozicioni	
GAP = 10^4	$[mA/m]$
GAS = 0	$[mA \cdot s/m]$
GM = 0.01	$[N/mA]$
KSF = 160	$[N/m]$
XSM = $\pm$ 0.6*10^{-3}	$[m]$
GP = 10^{11}	$[Pa/mm]$
GQ = 0.2	$[m^2/s]$
AJ = 8*10^{-4}	$[m^2]$
CJ = 50	$[N \cdot s/m]$
FR = 0	$[N]$
MJ = 1000	$[kg]$

Në **Figurën 15.10**, paraqitet Përgjigjja e prodhuar nga sistemi i **Figurës 15.9** në rastin e një komande të shkallëzuar me madhësi në zhvendosje prej ***ComC = 0.0009 m***. Në momentin fillestare (*të simulimit*) sipërfaqja e komanduar është në pozicionin XJ = 0, ndërsa pozicioni i komanduar kalon në çast nga zero në ***ComC*** dhe gabimi i pozicionit Err, është i barabartë me shumën algjebrike ***ComC – XJ*** që si fillim ishte po zero, rritet në mënyrë të shkallëzuar. Ky gabim pozicioni përpunohet nga sistemi, sipas dinamikës të analizuar në paragrafet e mesiperm, duke prodhuar një përgjigje që manifestohet në lindjen e një korrenti elektrik pilotimi të valvolës me konseguencë spostimin e menjëhershëm të kasetës ***XS*** (*pa arritur në fund-korsën e tij, pra, pa ndërhyrjen e ngopjes*) dhe gjenerim presioni diferencial dhe force lëvizëse (*të prodhuar nga martineti hidraulik*). Nën veprimin e kësaj force, sistemi, që në fillim ishte i ndalur, lëviz dhe progresivisht nxiton duke gjeneruar një shpejtësi veprimi ***DXJ*** që shkon drejt ***ComC*** me qëllimin e reduktimit të gabimit të pozicionit; natyrisht, me zvogëlimin hap pas hapi të gabimit edhe veprimi nxitues i prodhuar nga martineti zvogëlohet, ndërsa me rritjen e shpejtësisë së tij, rritet veprimi frenues i lidhur me efektet zbutëse. Në çastin kur servomekanizmi arrin pozicionin e komanduar, gabimi anulohet, por në rastin kur shpejtësia e veprimit rezulton akoma pozitive, mund të manifestohen tejkalime (*overshoot*). Sapo fillon overshoot-i, gabimi ndryshon shenjë dhe fillon të rritet (*në modul*), me zhvendosjen e pozicionit efektiv nga ai i komanduar; sistemi, në këtë rast, reagon duke prodhuar një moment lëvizës të nxitur për të frenuar pistonin dhe pastaj për të kthyer lëvizjen dhe sjellur në zero këtë gabim pozicioni. Në funksion të stabilitetit të sistemit, të sipërfaqes së pistonit, të përfitimeve të marura për amplifikatorin dhe valvolën dhe të konditave të zbutjes së simuluar (*sistem i nën-zbutur, i tej-zbutur ose kritik*), mund të marim përgjigje shumë të ndryshme të sistemit dhe të karakterizuara nga dinamika përgjigjesh pak a shumë të stabilizuara.

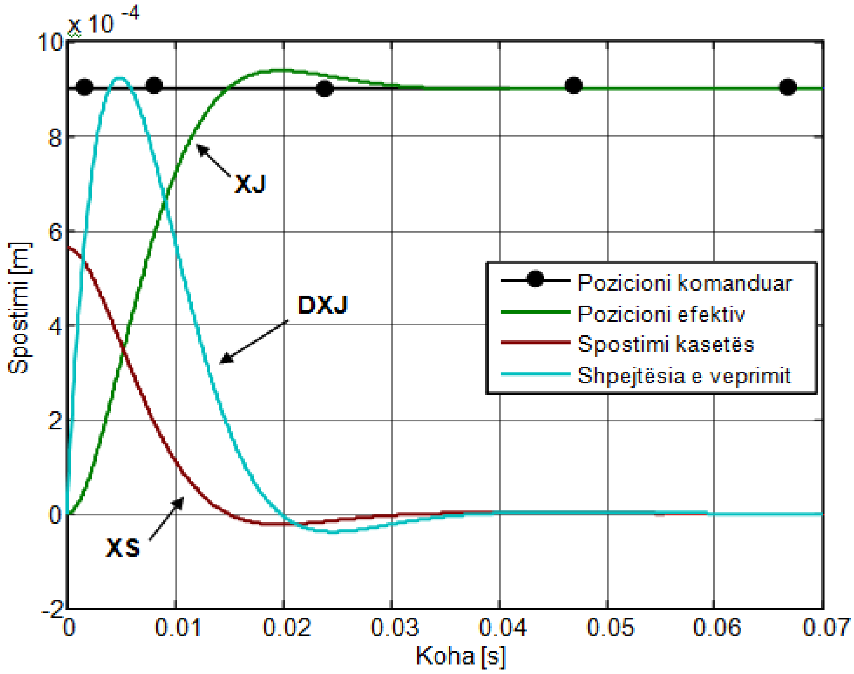


Figura. 15.10 - Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar ComC 0.0009 [m]

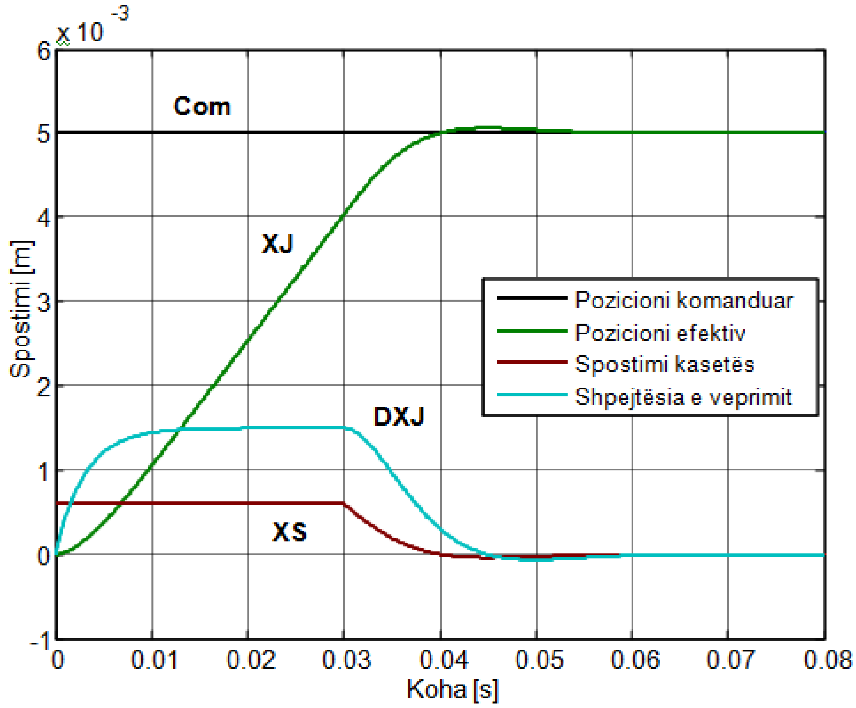


***Figura. 15.11-* Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar ComC = 0.005 [m]**

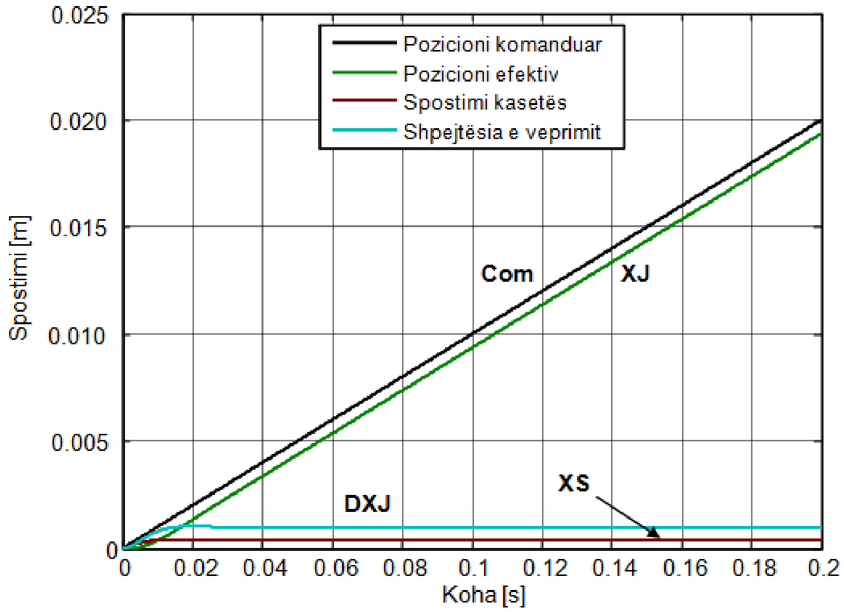


Figura. 15.12- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR = 0.1 [m/s]**

Mund të gjejmë gabimin e pozicionit ***Err***, të prodhuar në regjim në një ***SM*** elektrohidraulik nga një komandë e pjerrët me pendencë ***ComR***, drejtpërsërdrejti nga diagrama me blloqe e **Figurës 15.9** si:

$$Err = ComR \cdot \left(\frac{CJ}{AJ} + AJ \cdot \frac{GP}{GQ} + GM \cdot GP \cdot \frac{GAS}{KSF} \right) \cdot \frac{KSF}{GAP \cdot GM \cdot GP} \qquad \textbf{(15.6)}$$

Gabimi i pozicionit, duke qenë se kemi adoptuar një logjikë proporcionale, nuk rekuperohet nga sistemi, por pasi ka mbaruar tranzitori fillestar, vendoset në një vlerë konstante. Nëse në regullues do të ishte prezent një bllok integrues (*pra, një element i aftë për të dhënë në dalje një korrent proporcional me integralin në kohë të* ***Err***), atëherë gabimi i pozicionit mund të reduktohej progresivisht deri në anulim të tij.

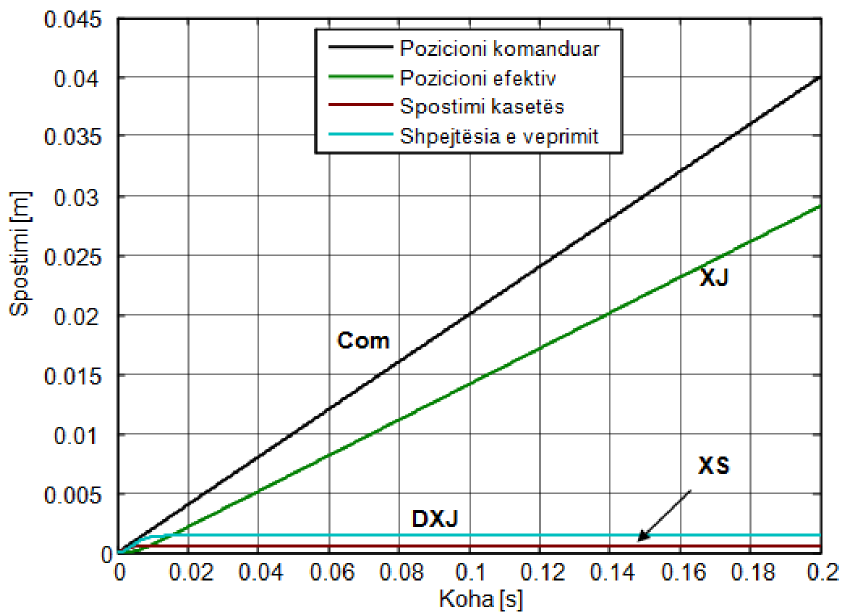


Figura. 15.13- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR = 0.2 [m/s]**

Në **Figurën 15.14**, paraqitet Përgjigjja e sistemit kur aplikohet një **forcë e jashtme *FR*** (*natyrisht, do të flasim për ngarkesa të jashtme në rastin e cilindrave linearë, ndërsa do t'i referohemi momenteve të prodhuara nga forca dhe ngarkesa të jashtme në rastin e vepruesve rrotativ*). Servomekanizmi, që në fillim ishte në qetësi, "ndjen" ngarkesën e jashtme ***FR***, si një veprim i aftë për ta smbrapsur dhe që e bën të prodhojë një gabim pozicioni ***Err***, të aftë për ta vënë në veprim dhe kundërshtuar këtë ngarkesë, nëpërmjet hapjes ***XS*** të kasetës dhe veprimit konseguent të presionit diferencial. Duke lënë mënjanë dinamikën e tranzitorit, mund të përcaktojmë thjeshtësisht vlerën e gabimit që prodhohet në regjim, për efekt të një ngarkese të dhënë, me anë të disa konsideratave të thjeshta statike.

$$\frac{FR}{AJ} = P12 = DePC = GP \cdot XS = GP \cdot \frac{GM}{KSF} Cor = GP \cdot \frac{GM}{KSF} GAP \cdot Err$$

Nga ku gjejmë:

$$Err = \frac{KSF \cdot FR}{GAP \cdot GM \cdot GP \cdot AJ} \qquad \textbf{(15.7)}$$

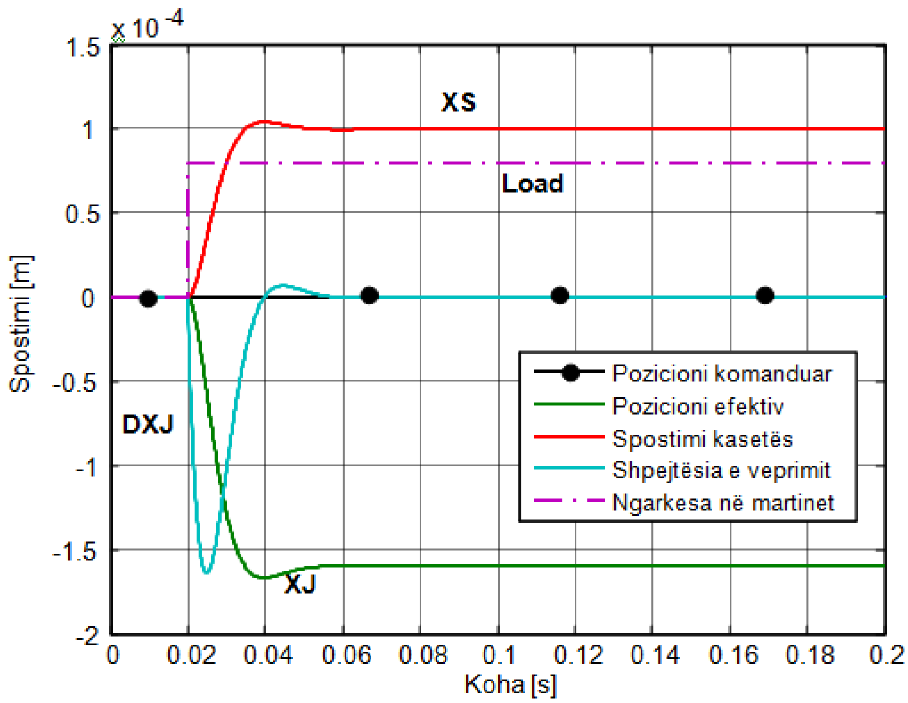


Figura. 15.14- **Përgjigjja e sistemit ndaj një ngarkese të jashtme FR = 8000 [N] dhe komande zero**

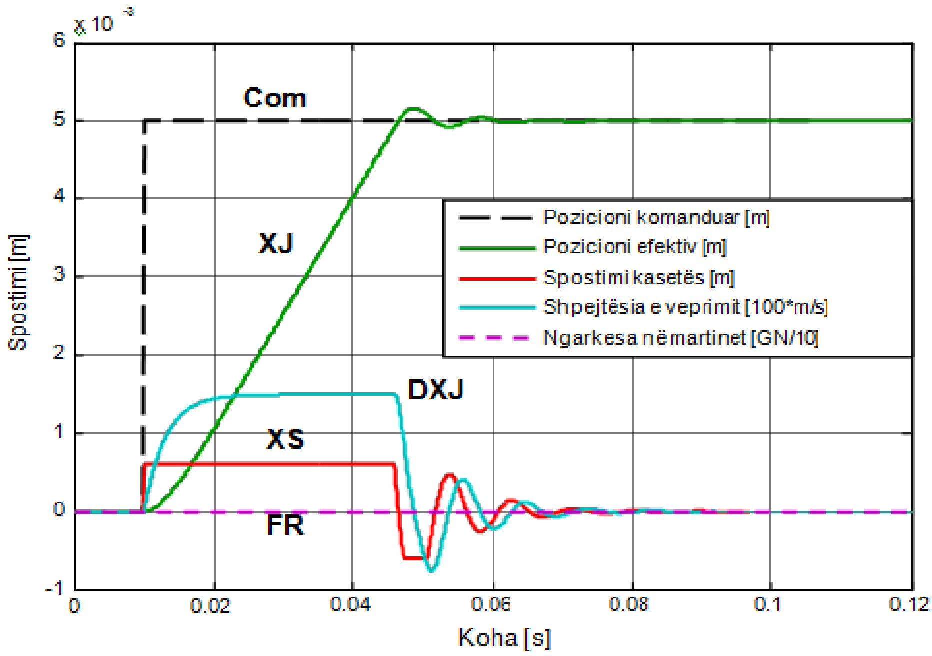


Figura. 15.15- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande te shkallëzuar ComC=0.005 [m], dhe shtim pozicioni të rritur me GAP = 10^5 [mA/m]**

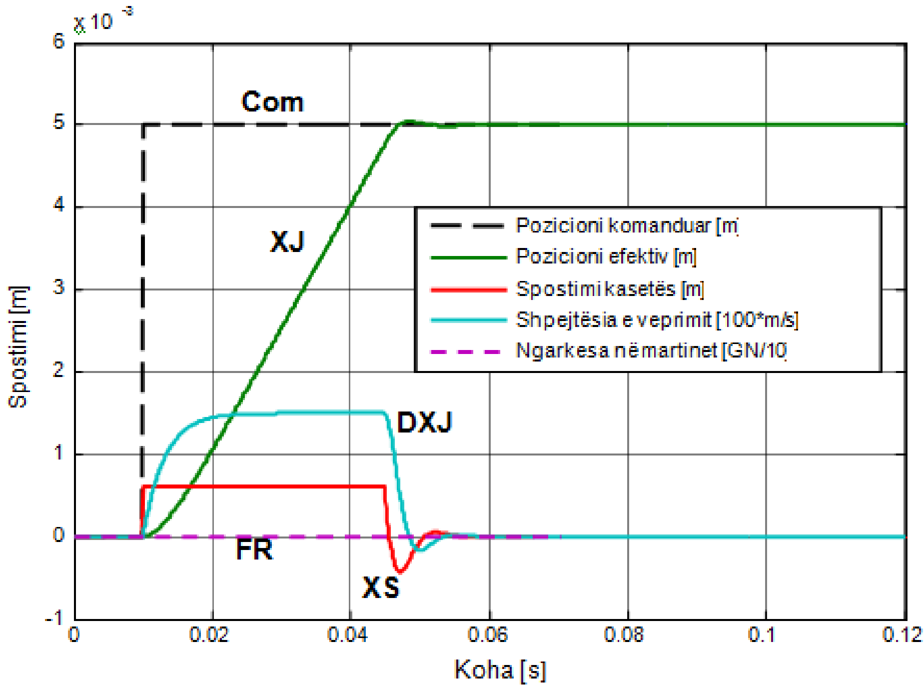


Figura. 15.16- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të shkallëzuar ComC=0.005 [m], dhe shtim pozicioni të rritur me GAP = 10^5 [mA/m] dhe shtim derivativ GAD=100 [mA*s/m]**

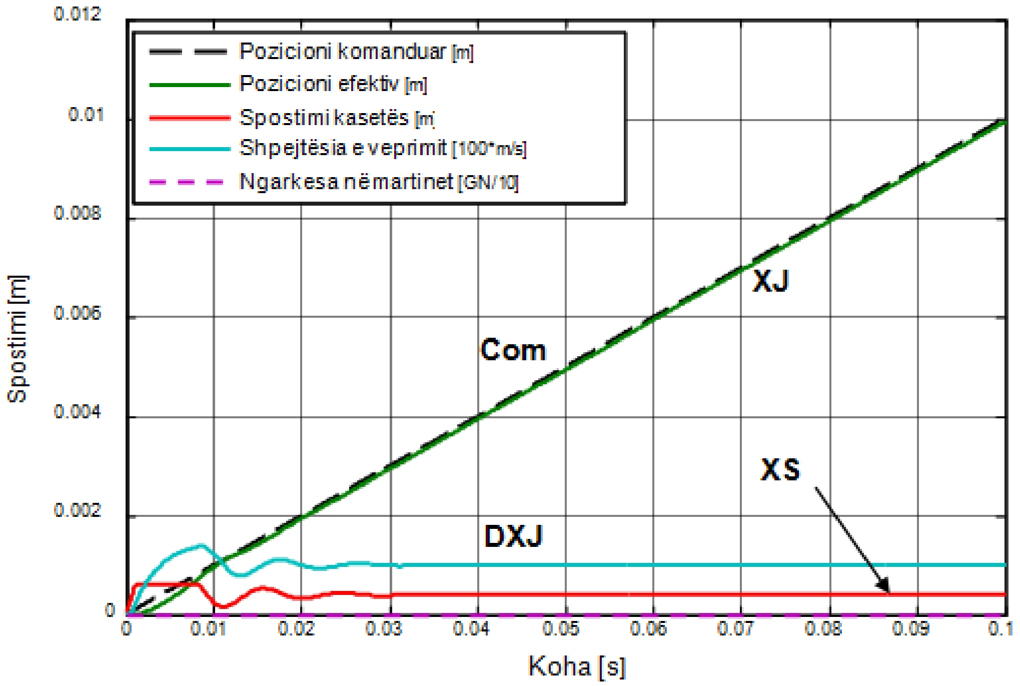


Figura. 15.17- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR=0.1 [m/s], dhe shtim pozicioni të rritur me GAP = 10^5 [mA/m] dhe shtim derivativ GAD=0 [mA*s/m]**

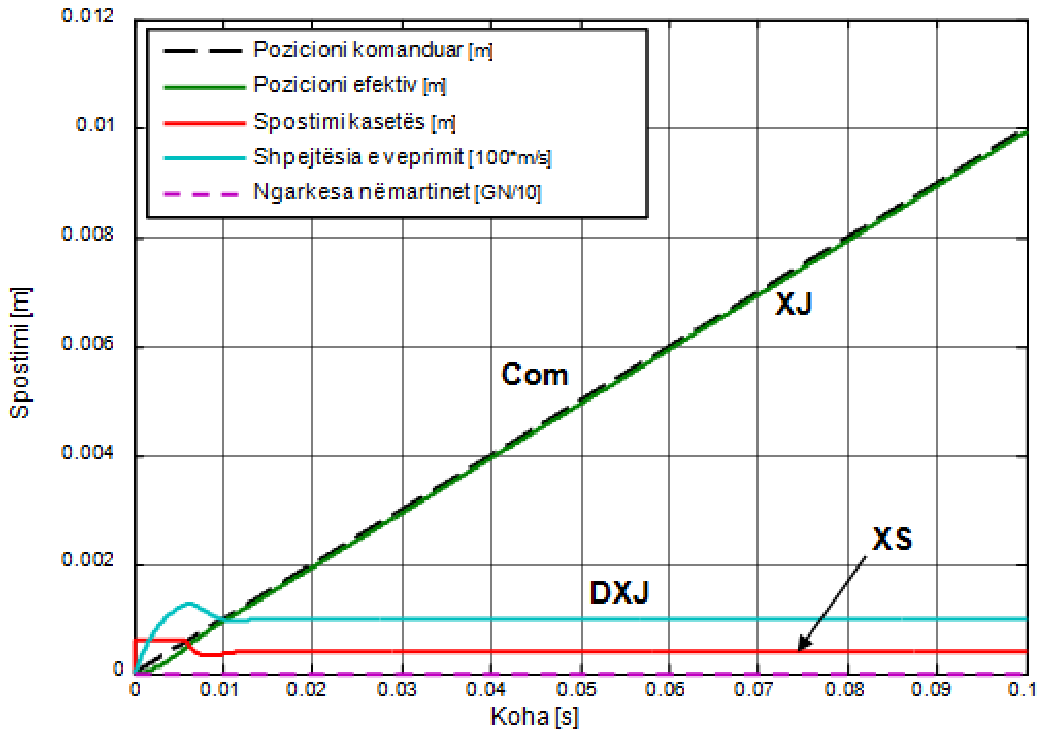


Figura. 15.18- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR=0.1 [m/s], dhe shtim pozicioni të rritur me GAP = 10^5 [mA/m] dhe shtim derivativ GAD=100 [mA*s/m]**

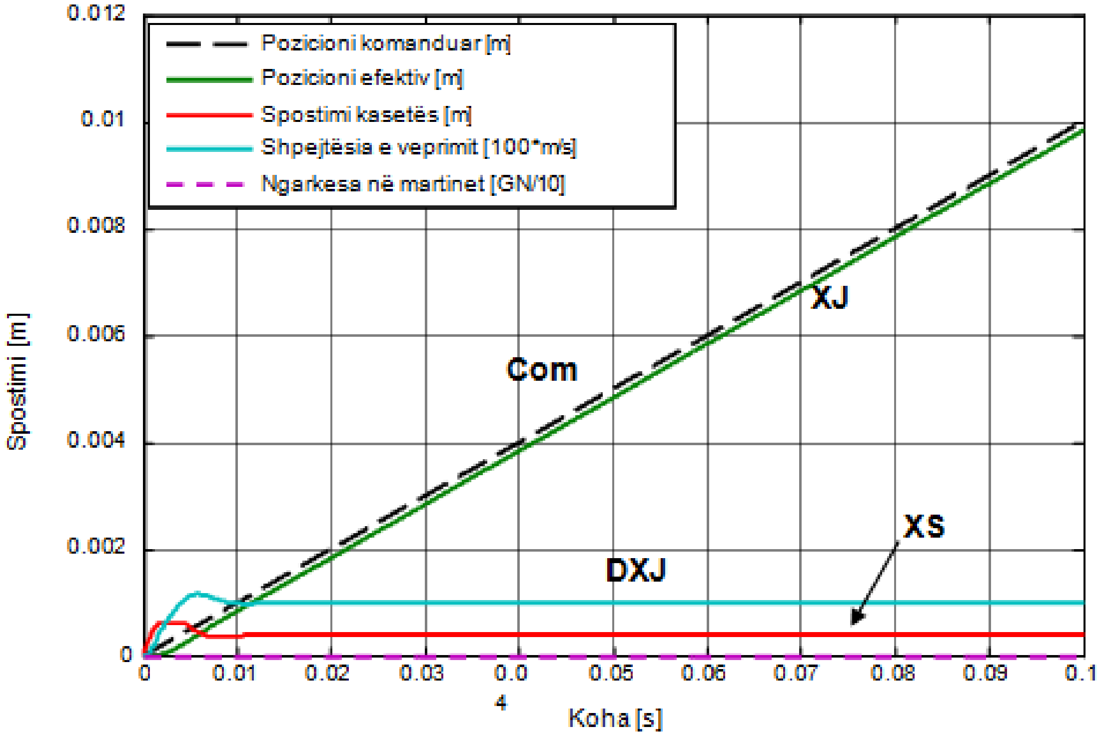


Figura. 15.19- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande të pjerrët ComR=0.1 [m/s], dhe shtim pozicioni të rritur me GAP = 10^5 [mA/m] dhe shtim në shpejtësi GAS=100 [mA*s/m]**

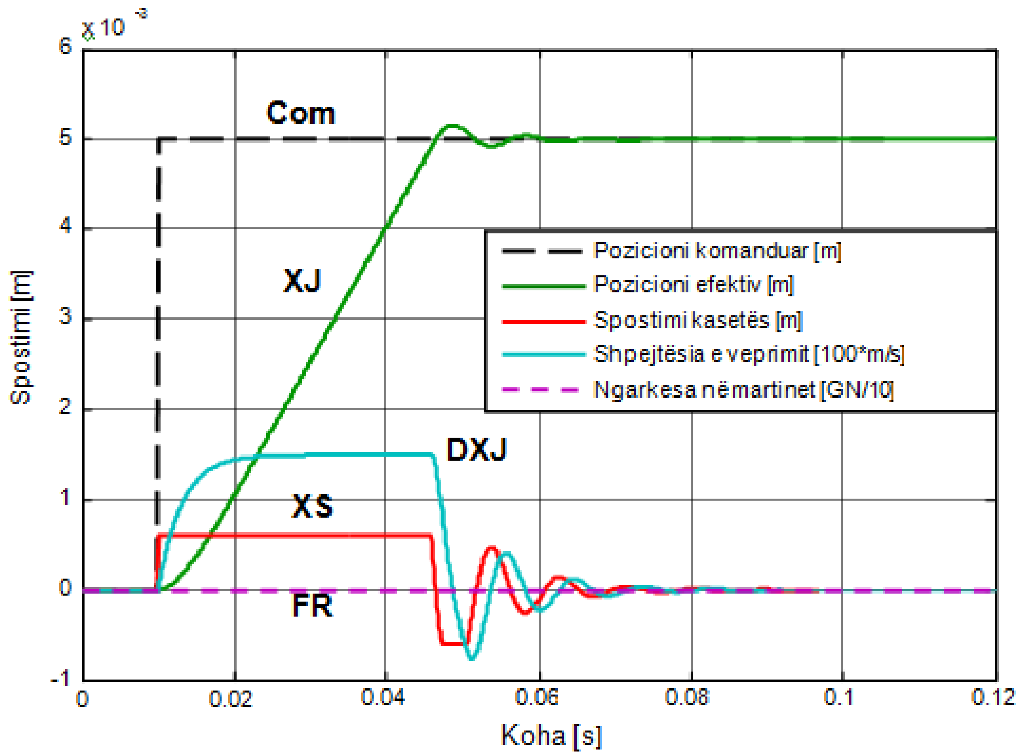


Figura. 15.20- **Përgjigjja e sistemit për FR=8000 [N],komandë të anuluar dhe shtim në GAP**

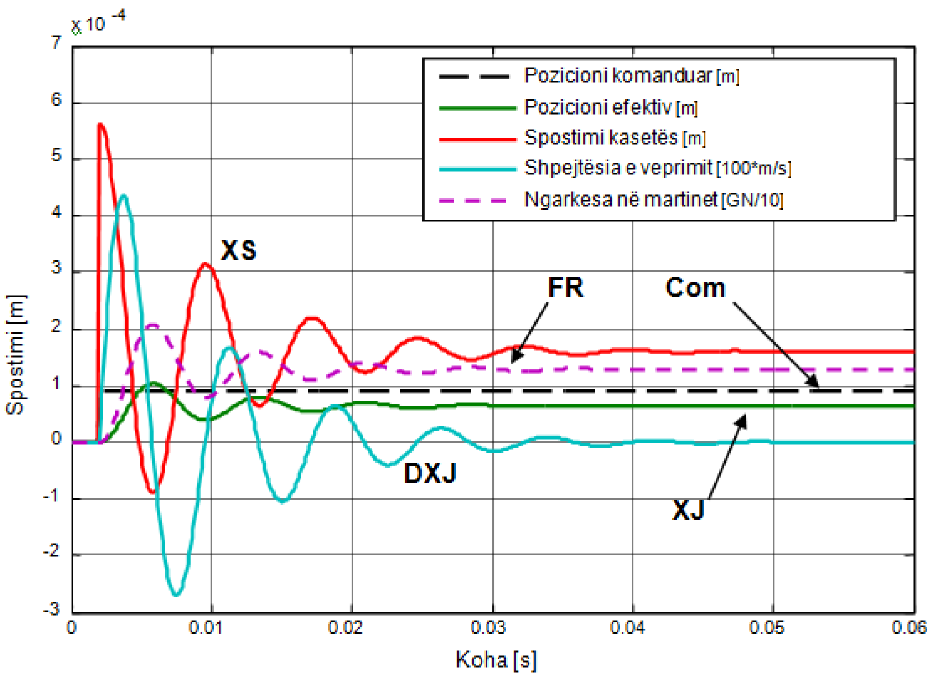


Figura. 15.21- **Përgjigjja e sistemit ndaj një komande me shkallëzim të vogël ComC=9*10^{-5} [m], me ngarkesë proporcionale me spostimin Kass = 2*10^{8} [N/m] dhe GAP të rritur.**

15.2.1 Servomekanizmi elektrohidraulik me kontroll në shpejtësi

Të gjithë simulimet dhe konsideratat e paraqitura deri tani, kishin si synim, që të ilustronin veçoritë e një **SM** elektrohidraulik, pozicioni dhe karakteristikat e nënsitemeve që e përbëjnë dhe teknikat e përdorura për analizimin e tij me Matlab – Simulink. Më poshtë për të përmbushur kuadrin e analizave të bëra, po ilustrohet si në rastin e servomekanizmit elektromekanik, modifikimet e bëra në modelin e **Figurës 15.9** për ta bërë përfaqësues të një SM elektrohidraulik shpejtësie.

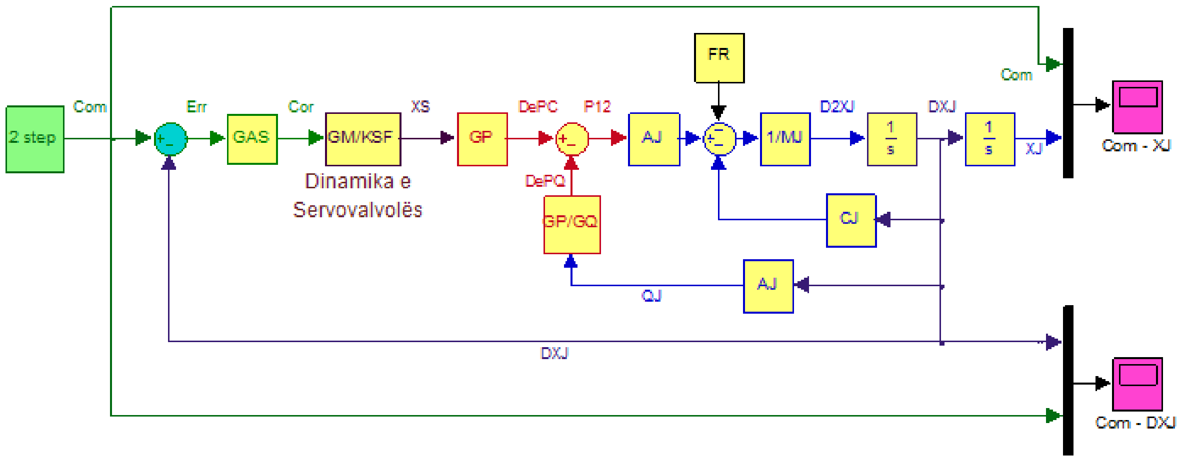


Figura. 15.22- **Diagrama me blloqe e SM elektrohidraulik të shpejtësisë**

Në **Figurën 15.23**, paraqitet analizimi i dinamikës (*ose e sjelljes dinamike*), të servomekanizmit elektrohidraulik të shpejtësisë i modelizuar me diagramën me blloqe të **Figurës 15.22**. Ky simulim servomekanizmi ka në hyrje një komandë shpejtësie të ndryshueshme me dy shkallëzime, që i aplikohen respektivisht në çastet $t_0 = 0$ dhe $t_1 = 0{,}05$ [s] dhe që kanë një madhësi prej 0,05 [m/s].

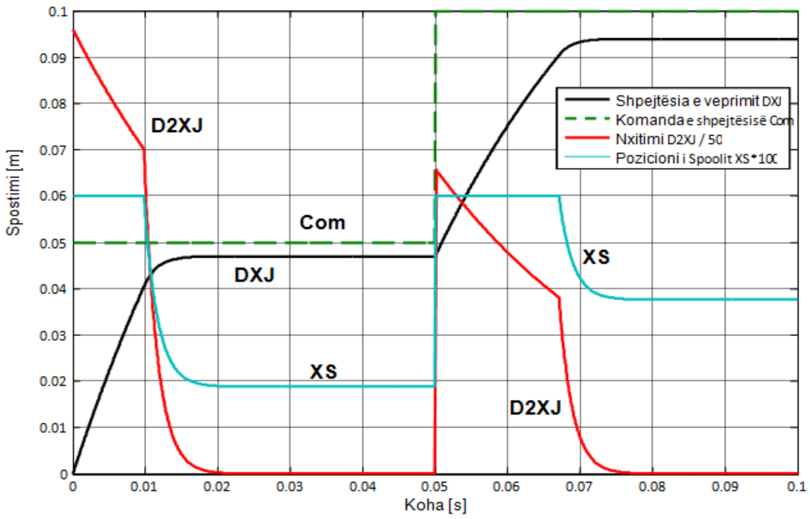


Figura. 15.23- **Përgjigjja e SM të shpejtësisë ndaj një komande me dy shkallëzime**

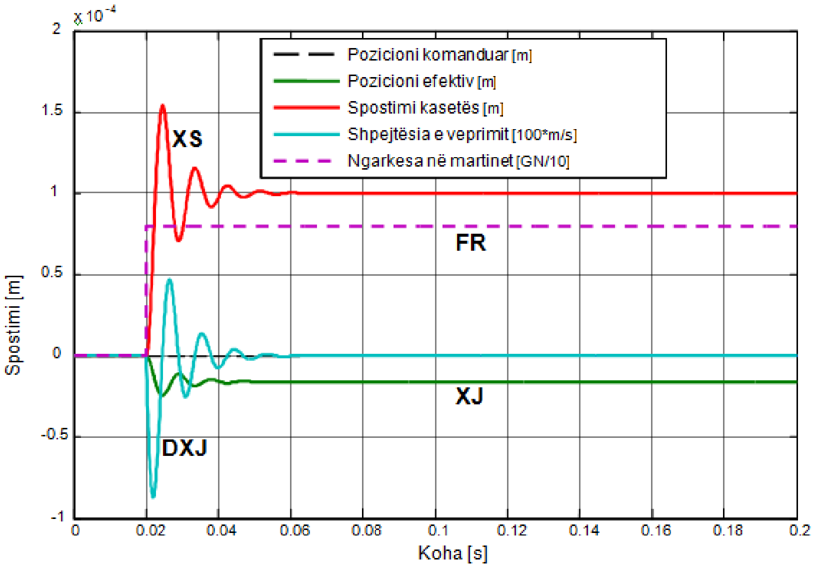


Figura. 15.24- **Përgjigjja e SM për FR = 8000 [N], komandë nule dhe GAP të rritur**

15.3Analiza dhe përfundimet e simulimeve të servomekanizmit elektrohidraulik

Të gjitha konsideratat e paraqitura deri tani, kanë si qëllim të theksojnë veçantinë e ndërtimit me anë të programit Matlab/Simulink të servomekanizmave (**SM**) të pozicionit elektrohidraulik, si dhe karakteristikat e nënsitemeve të ndryshme që i përbëjnë, trajtimin e adoptuar për modelizimin e tyre me anë të blloqeve elementare të programit duke ju përshtatur sa më mirë funksionimit real të sistemeve.

Më poshtë jepen analizat e përfundimeve të këtyre sistemeve duke u bazuar në grafikët e nxjerë nga simulimi në Matlab – Simulink.

a. Në **Figurën 15.11** vërehet se dhe me rritjen domethënëse të komandës së shkallëzuar ***ComC***, sistemi vazhdon të prodhojë një përgjigje tipike të sistemeve të gradës së dytë (overshoot); shikojmë se, në këtë rast, në tranzitorin e përgjigjes duket qartë një pjesë drejtëvizore me pjerrësi konstante (*në intervalin kohor mes 0.01 dhe 0.03 sekondash*), që ndodh për shkak se kaseta qendron për këtë kohë në fund-korsën e sajë, me konseguncë mbërritjen në një vlerë asintotike shpejtësie veprimi. Meqenëse shpejtësia e veprimit mund të kuptohet gjithmonë si derivati në kohë i pozicionit të komanduar, kjo pendencë konstate e saj, na lejon të mendojmë që në atë interval kohor shpejtësia e sistemit nuk ndryshon; ky fenomen manifestohet kryesisht, në rastin e komandave me amplitudë të madhe dhe vjen për shkak të ngopjes së çfardollojshme që mund të ndodhi në zinxhirin rregullues të sistemit. Në rastin tonë kjo ngopje përfaqësohet nga fund-korsa e kasetës. Kjo sjellje nuk duhet të na habisë, sepse si është trajtuar dhe më parë, modeli nën shqyrtim nuk është linear (*kujtojmë që, rrallë herë aplikimet e shqyrtuara, janë tërësisht lineare dhe që, gati gjithnjë, janë prezent dhe fenomene fizike, si fërkimet, fund-korsat ose ngopjet e tipeve të ndryshme, që manifestojnë natyrën jolineare të problemit*).

b. Në **Figurën 15.12** dhe **15.13** prezantohen dy raste tipike të përgjigjes së servomekanizmit elektrohidraulik ndaj komandave të pjerrta me pendenca të ndryshme. Në çastin fillestar (*pra me aktuator të ndalur*) imponojmë një shpejtësi veprimi **ComR=0,1 m/s**, të barabartë me pendencën e pjerrësisë, sistemi arrin ti përshtatet duke prodhuar një përgjigje që evoluon dhe ajo në formë pjerrësie pas një tranzitori fillestar. Përshtatja shihet mirë në **Figurën 15.12**. Në këtë rast shpejtësia e komanduar nuk kalon vlerën e ngopjes së shpejtësisë së veprimit (*që vjen për shkak të ngopjes së **XSM**, ku në fakt pas tranzitorit fillestar, pozicioni **XS** i kasetës nuk arrin fund-korsën **XSM***) kështu që sistemi, pasi mbarojnë lëkundjet tranzitore, do të ndjekë me përpikmëri pjerrësinë e komanduar, por duke dhënë një gabim pozicioni **Err** që gjendet menjëherë nga diagrama me blloqe e **Figurës 15.9**.

c. Në **Figurën 15.13** shihet mirë, rasti i shpejtësisë së veprimit të komanduar më të lartë se shpejtësia maksimale e dhënë nga servomekanizmi. Duke dhënë komanda të pjerrta me pendencë progresivisht rritëse, detyrojmë sistemin që të prodhojë shpejtësi veprimi gjithnjë e më të mëdha; natyrisht, nuk mund të marim shpejtësi më të larta sesa është hapja maksimale e kasetës ***XSM*** në mungesë ngarkese, pra, në rastin e një **ComR** të tepërt, do të vërejmë lindjen e një divergjence progresive të gabimit të pozicionit **Err**, ndërsa hapja e kasetës dhe shpejtësia e veprimit nuk rriten më me rritjen e **ComR.**

d. Në respekt me **Figurën 15.11** simulimi i ilustruar në **Fig 15.15** bëhet me një përftitim pozicioni proporcional të dhjetëfishuar, si tregohet nga qëndrueshmëria më e lartë e lëkundjeve në fund të veprimit dhe që ky përfitim redukton kufijt e stabilitetit të servomekanizmit.

e. Në **Figurën 15.16**, në krahasim me rastin e **Figurës 15.15**, i është shtuar ligjit të kontrollit një **derivator**; kjo gjë lejon që të rekuperohet një pjesë e madhe e stabilitetit të servomekanizmit (e cila nxiret lehtë nga kohëzgjatja e reduktuar e lëkundjeve në fund të veprimit).

Mund të verifikohet, se nëse ndërrojmë derivatorin me një **unazë në shpejtësi** me përfitim të njëjtë (GAS=100 mA·s/m), do të kemi të njëjtën ecuri përgjigjeje, meqenëse fund-korsa e kasetës, nuk e lejon derivatorin që të prodhojë asnjë efekt mbi sistemin për shkak të pendencës (në teori të pafundme) të shkallëzimit.

f. Në **Figurat 15.17**, **15.18** dhe **15.19** shqyrtohen rastet e komandave të pjerrëta me pendencë **ComR = 0.1** [m/s] të dhënë ndaj servomekanizmit me përfitim në amplifikim proporcional **GAP të rritur** me 10^5 [mA/m]. Në **Figurën 15.17** ilustrohet rasti i sistemit ku nuk është aktivizuar asnjë derivator apo unazë kundër-reagimi në shpejtësi, ndërsa në **Figurën 15.18** jepet rasti ku është i aktivizuar një unazë derivative e gabimit në pozicion me përfitim GAD = 100 [mA*s/m], kurse, në **Figurën 15.19** është e aktivizuar një unazë në shpejtësi me përfitim të njëjtë.

Vërehet, që gabimi i pozicionit në rregjim ekzekutimi të pendencës, rezulton i njëjti në të dy rastet e para (*me dhe pa **GAD***) ndërsa, në rastin e tretë është **dukshëm më i lartë**.

Në fakt, prezenca e një derivatori të gabimit të pozicionit, shton kufijt e marë të stabilitetit (*në respekt me rastin e sistemit të realizuar me vetëm përfitimin proporcional*) pa rritur gabimin e pozicionit gjatë ekzekutimit të komandës së pjerrët, sepse, në këto kondita, derivati në kohë i gabimit dhe efekti korrespondues i derivatorit janë të anuluar.

Ndërsa, në rastin e unazës në shpejtësi, të kombinuar me vetëm përfitimin proporcional të pozicionit, gabimi në pozicion, gjatë ekzekutimit të komandës së pjerrët është më i madh, meqenëse gjenerohet, një efekt vonues për shkak të kundër-reagimit në shpejtësi, që, ndryshe nga rasti i prezencës së derivatorit (*gjithmonë si alternativë ndaj unazës në shpejtësi*), nuk është i bilancuar nga aktivizimi i një efekti të njëjtë që lind nga derivati i komandës, si vërehet gjithashtu dhe në fillim të veprimit të sistemit[50].

Përpara se të mbyllim këtë analizë, vërejmë në mënyrë krahasuese me **Figurën 15.12**, se si **rritja e përfitimit proporcional në pozicion *GAP***, që nga njëra anë redukton kufinjt e stabilitetit (*shfaqje, normalisht jo e mirëpritur*), nga ana tjetër, zbut gabimin në pozicion në ekzekutim të komandës së pjerrët (*aspekt i dëshirueshëm*); kjo gjë mund të spjegohet thjeshtë, duke kujtuar që efekti i futur nga **GAP** mund të kuptohet gjithmonë si një term ngurtësie që, në lëvizjet e analizuara, kundërshton gabimin e pozicionit.

Konsiderata të njëjta vlejnë dhe në rastin e gabimit të pozicionit që prodhohet nga aplikimi i ngarkesave mbi organin e kontrolluar (martinetin); si rezulton qartësisht nga ballafaqimi mes **Figurës 15.14** (me GAP=10^4 [mA/m]) dhe **Figurës 15.24**, aplikimi i

[50] Në kuadër të një specifikimi më komplet, mund të vërehet, që në prezencë të një derivatori, tranzitori i nisjes në fillim të pjerrësisë është më i shpejtë, meqenëse, kur martineti nuk ka filluar akoma të lëvizi, derivatori ka zhvilluar një kontribut shtesë ndaj atij të prodhuar nga përfitimi proporcional në pozicion. Sepse derivati i komandës është tashmë prezent dhe pozitiv ndërsa shpejtësia e veprimit është akoma zero ose e vogël. Derivati në kohë i gabimit të pozicionit është çast pas çasti i barabartë me diferencën mes derivatit në kohë të komandës dhe shpejtësisë së veprimit.

një **ngarkese të shkallëzuar të njëjtë *FR*** prodhon, në rastin e servomekanizmit me **GAP të shtuar** (GAP=10^5 [mA/m]), një gabim pozicioni ***Err*** në mënyrë të dukshme të reduktuar (*ky pohim mund të vertetohet mjaft lehtë duke analizuar skemën me blloqe që i korrespondon sistemit në fjalë ose duke kujtuar relacionet matematikore nga ku gabimi i pozicionit **Err**, rezulton në proporcion të zhdrejtë me përfitimin proporcional në amplifikim **GAP**, në rastin e vlefshmërisë së modelit linear, ose të paktën, në fushën e linearitetit të këtij modeli*).

Rasti i **Figurës 15.21**, është i ngjashëm me atë të **Figurës 15.15**, por shkalla e komandës është e tillë sa që nuk prodhon ndërhyrjen e bllokut të ngopjes përkatës, që është fund-korsa e kasetës së valvolës (***XSM***), këtu është gjithashtu prezent dhe një ngarkesë proporcionale me pozicionin efektiv të martinetit sipas konstantes $\mathbf{K_{ass}}$. Nga simulimi i fundit kuptohet që: këto modifikime, gjenerojnë në mekanizmin në shqyrtim, paaftësinë e tij për të arritur pozicionin e komanduar (*për efekt të ngarkesës **Kass · XJ** që, domosdoshmërisht, përcakton një gabim të mbetur pozicioni*) dhe vazhdimin e lëkundjeve tipike të rritjes së **GAP** pa kontroll derivativ dhe as unazë kontrolli në shpejtësi.

Në **Figurën 15.23**, menjëherë pas aplikimit të çdo shkallëzimi, gabimi në shpejtësi (*diferenca mes komandës së shpejtësisë dhe shpejtësia efektive, e kapur nga unaza e shpejtësisë që lexon drejtpërsëdrejti **DXJ**, dhe që kundërvepron në degën e veprimit përpara bllokut të **GAS***) është mjaftueshëm i madh sa të prodhojë hapjen totale të kasetës së valvolës, që rrin në ngopje në fund-korsën **XSM** deri kur, shpejtësia efektive arrin një vlerë të tillë sa të reduktojë gabimin në shpejtësi, dhe gjithashtu, hapjen **XS** të kasetës së valvolës, që fillon nga çasti 0.01 [s] për shkallëzimin e parë dhe në çastin 0.067 [s] për shkallëzimin e dytë.

Deri kur spool-i është në ngopje me **XS = XSM** nxitimi i martinetit (*dhe i masës përkatëse*) ka një maksimum korrespondues me çastin e aplikimit të shkallëzimit dhe pastaj ulet, me një ngadalsim që paraqitet sipas një ligji eksponencial që lind vetëm për shkak të efektit të unazave në shpejtësi (*unaza në prurje dhe unaza e zbutjes viskoze*); në të vërtetë unaza regulluese në shpejtësi, që lind për shkak të ligjit të kontrollit (**GAS**), bëhet jo efektive nga ngopja në XS që është prezente, pas bllokut **GAS** (*me saktë dhe pas bllokut **GM/KSF** duke ju referuar diagramës me blloqe elementare më të detajuar të **Figurës 15.9***) në degëzimin e veprimit të kontrollorit.

Nëse **XS < XSM**, zbutja në kohë e nxitimit, gjithnjë me një ligj të gradës së parë, është mjaft më e shpejtë se kondita e mëparshme (*konstantja e përgjithshme në kohë mjaft më e shkurtër*) për efektin e shtuar të unazës në shpejtësi të ligjit të kontrollit (*përveç unazave fizike të cituara më sipër*).

Duke analizuar konditat e nxitimit nul (*ose me saktë, në mbarim të tranzitorit të shpejtësisë*), vërehet që shpejtësia e arritur e veprimit është proporcionale me shpejtësinë e komanduar.

16. Analogjitë mes sistemeve mekanike të thjeshta dhe SM elektromekanik dhe elektrohidraulik

Përpara se të kalojmë në analizimin e fërkimeve coulombiane në servomekanizmat aeronautik si elektromekanik ashtu dhe elektrohidraulik, është me vend që të ndalemi për të shqyrtuar sjelljen e këtyre **SM-ve** në analogji me modelet e thjeshtuara masë – sustë – shuajtës të studiuar më sipër. Për të kryer këtë gjë, marim për shembull një servomekanizëm elektrohidraulik që mund ta paraqesim përmes një sistemi masë sustë shuajtës me dy hyrje dhe që ka koeficient numerik **M**, **C** dhe **K** te nxjerë pikërisht nga karakteristikat e vetë **SM** (si në **Kapitullin 14**) në mënyrë që të kemi analogjinë mes dy modeleve.

Duke dashur të theksojmë analogjinë egzistuese mes sistemit elektrohidraulik, të përfaqësuar nga modeli i thjeshtuar i gradës së 2° të konsideruar në (**Fig. 15.9**) dhe sistemin masë sustë shuajtës me dy hyrje (**Fig. 13.4**) është e nevojshme që të riformulohet diagrama me blloqe si vijon:

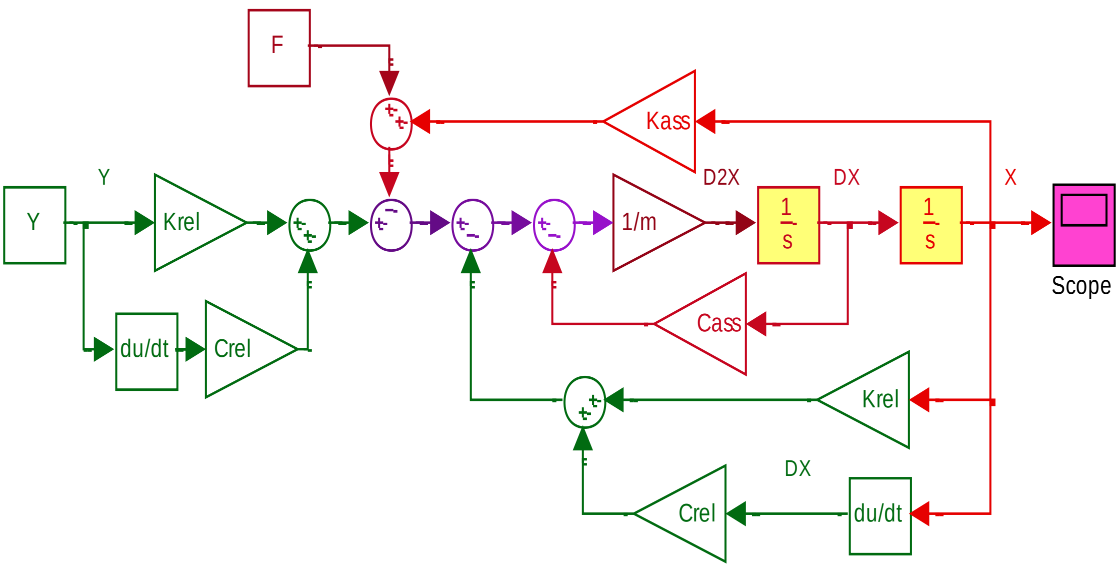


Fig. 16.1 **Sistemi masë sustë shuajtës me dy hyrje MCK2 (kalimi i ndërmjetëm)**

Në këtë rast shihet menjëherë sesi paraleli mes ngurtësisë relative dhe derivuesit-koeficientit të shuarjes relative përsëritet dy herë në skemën me blloqe (pra, poshtë forcës Y dhe në unazën e kundërreagimit të pozicionit); duke kujtuar algjebrën e skemave me blloqe, është e arsyeshme që të mendohet i mundur "spostimi" sipër i mbylljes së unazës kundërveprimit të pozicionit (që vepron si përmes K_{rel} ashtu dhe përmes derivatit dY/dt, nëpërmjet C_{rel}), në mënyrë që të mblidhen sëbashku blloqet e ngjashme.

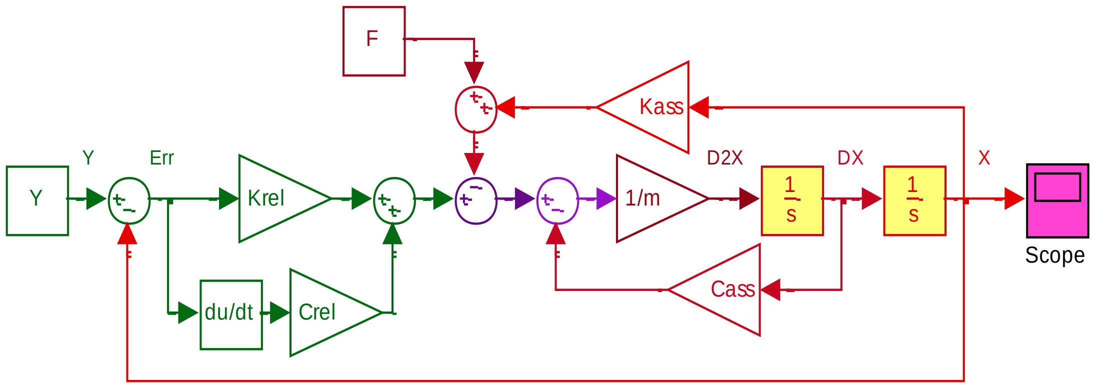


Fig. 16.2 **Sistemi masë-sustë-shuajtës me dy hyrje i riformuluar sipas Fig. 13.1**

Ky formulim i fundit i diagramës me blloqe mund të nxirret dhe drejtpërsëdrejti duke faktorizuar termat me derivate maksimale në ekuacionin (13.1) në vend të ekuacionit (13.2) si është bërë për të marë formulimin me disa kalime matematikore të **Fig. 13.4**.

Vihet re se analogjia e thënë më sipër është e mundur vetëm nëse modeli i paraqitur në diagramën me blloqe të **Fig. 15.9** ripërpunohet sipas formulimit të **Fig. 16.2** duke e linearizuar përmes eliminimit të bllokut të ngopjes që shpreh fund-korsën e kasetës së valvolës dhe modifikuar me futjen e dy termave të tjerë që njëri mban parasysh prezencën e mundshme të një derivuesi **GAD** në ligjin e kontrollit që është paralel me përfitimin në amplifikim pozicioni proporcional **GAP** (kujtojmë që ky amplifikim është prezent vetëm në alternativë të unazës së kundërveprimit në shpejtësi) dhe tjetri shpreh elementin e mundshëm të ngarkesës aerodinamike proporcionale me përthyerjen e sipërfaqes së lëvizshme **XJ**, sipas konstates së proporcionalitetit $\mathbf{K_{ass}}$.

Funksionimi absolut në analogji mes sistemit masë sustë shuajtës me dy hyrje (**MCK2**) dhe atij elektrohidraulik meret për karakteristika të caktuara të rastit elektrohidraulik, nëse i jepen koeficientëve të parit (**MCK2**) vlerat e nxjera nga relacionet e mëposhtme:

$$C_{ass} = CJ + \frac{GP}{GQ} AJ^2 + GAS \frac{GM}{KSF} GP \cdot AJ = CJ + \left(\frac{AJ}{GQ} + GAS \frac{GM}{KSF} \right) GP \cdot AJ \quad \textbf{(16.1)}$$

$$K_{ass} = K_{aer} \quad \textbf{(16.2)}$$

$$C_{rel} = GAD \frac{GM}{KSF} GP \cdot AJ \quad \textbf{(16.3)}$$

$$K_{rel} = GAP\frac{GM}{KSF}GP \cdot AJ \quad \textbf{(16.4)}$$

$$M = MJ \quad \textbf{(16.5)}$$

Si vërehet nga ballafaqimi mes **Fig. 16.2** dhe asaj **15.9** arrijmë në këto konkluzione:

- Efekti i ngjashëm i $\boldsymbol{C_{ass}}$ në **Fig. 16.2** paraqitet në **Fig. 15.9** nëpërmjet të gjithë atyre veprimeve dhe reagimeve që shprehin lidhjen mes shpejtësisë absolute ***DXJ*** dhe kontributit korrespondues së forcës që vepron mbi shtagë (*kontribut shuajtës, i unazës në prurje dhe asaj në shpejtësi*);
- Efekti i ngjashëm i $\boldsymbol{C_{rel}}$ në **Fig. 16.2** paraqitet në **Fig. 15.9** nëpërmjet të gjithë atyre veprimeve dhe reagimeve që shprehin lidhjen mes shpejtësisë relative ***dErr/dt*** dhe kontributit korrespondues të forcës që vepron mbi shtagë (*kontribut i derivuesit të ligjit të kontrollit*);
- Efekti i ngjashëm i $\boldsymbol{K_{rel}}$ në **Fig. 16.2** paraqitet në **Fig. 15.9** nëpërmjet të gjithë atyre veprimeve dhe reagimeve që shprehin lidhjen mes pozicionit relativ ***Err*** dhe kontributit korrespondues së forcës që vepron mbi shtagë (*kontribut proporcional pozicioni të ligjit të kontrollit*);
- Efekti i ngjashëm i ***M*** në **Fig. 16.2** paraqitet në **Fig. 15.9** nëpërmjet ***MJ***;
- Efekti i ngjashëm i $\boldsymbol{K_{ass}}$ në **Fig. 16.2** paraqitet në **Fig. 15.9** nëpërmjet $\boldsymbol{K_{aer}}$.

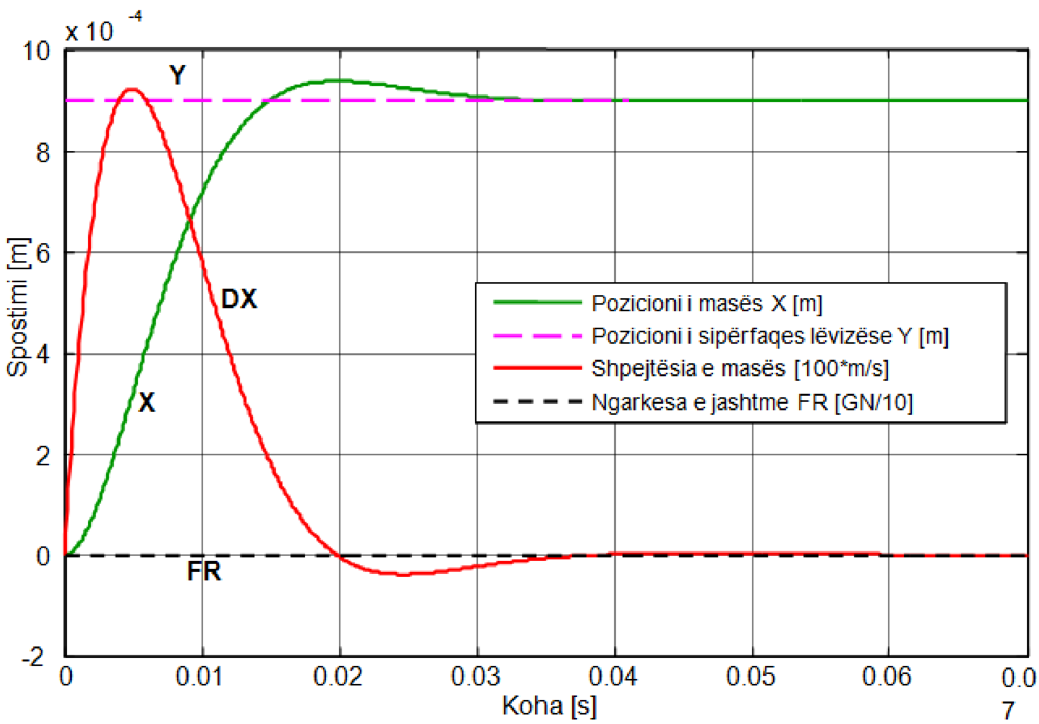


Fig. 16.3 **Përgjigja e sistemit MCK2 ndaj një hyrje të shkallëzuar Y = 0.0009 [m] në rastin e një K_{rel} = 50 [MN/m], C_{rel} = 0 [N·s/m] dhe C_{ass} = 320050 [N·s/m]**

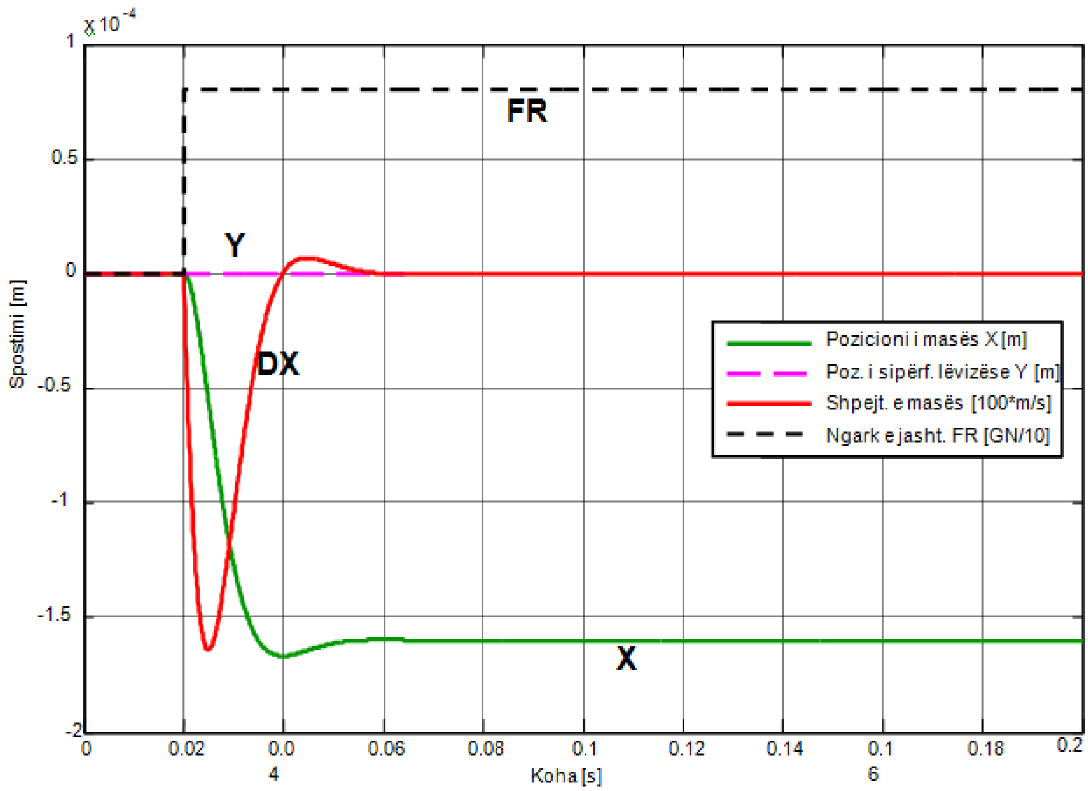


Fig. 16.4 **Përgjigja e sistemit MCK2 ndaj një force të jashtme F = 8000 [N] me hyrje Y = 0 [m], në rastin e një K_{rel} = 50 [MN/m], C_{rel} = 0 [N·s/m] dhe C_{ass} = 320050 [N·s/m]**

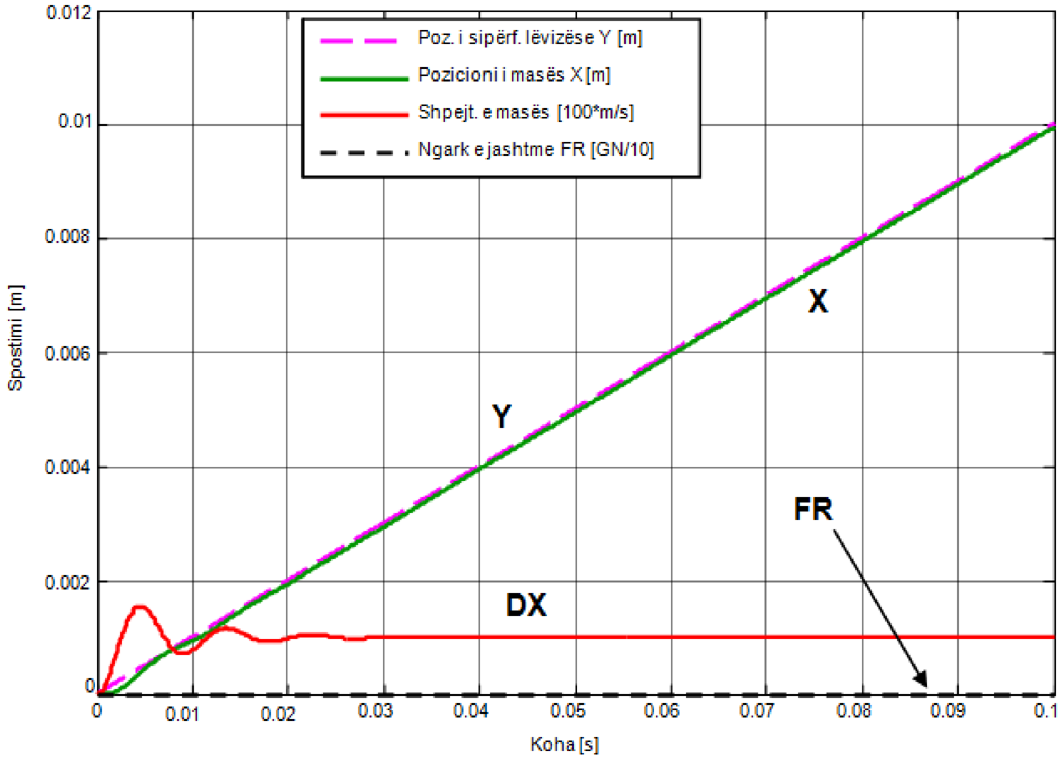


Fig. 16.5 **Përgjigja e sistemit MCK2 ndaj një komande të pjerrët me pendencë ComR = 0.1 [m/s] dhe K_{rel} të rritur = 500 [MN/m], Kass = 0 [N/m], C_{rel} = 0 [N·s/m] dhe C_{ass} = 320050 [N·s/m]**

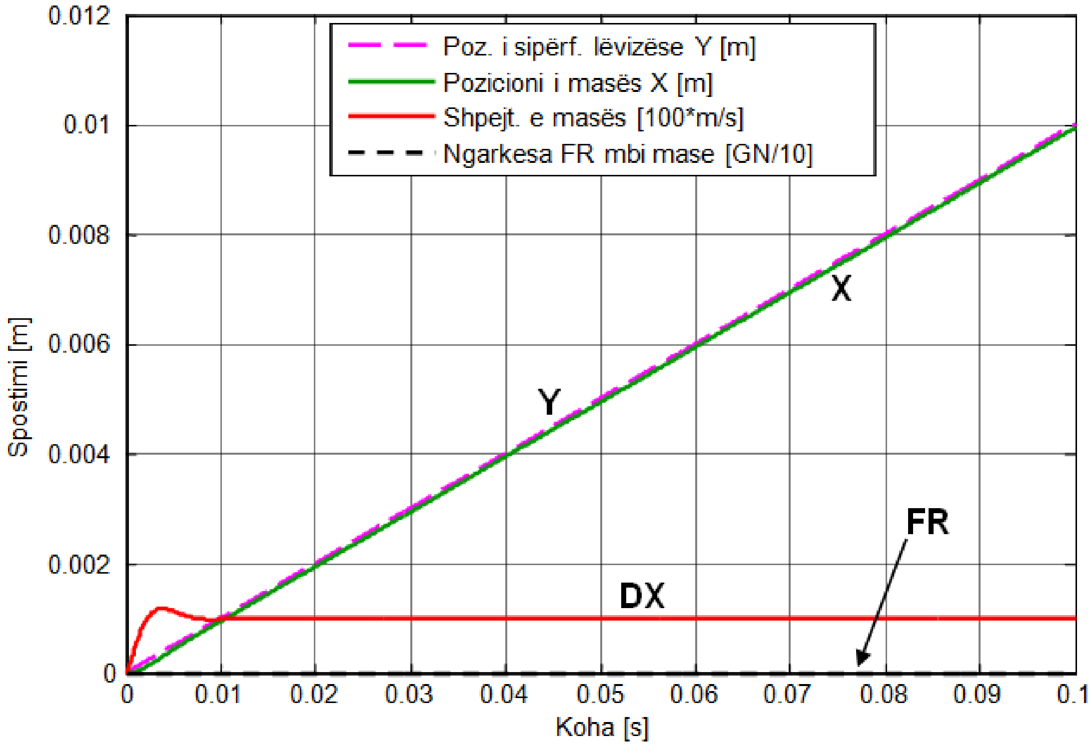


Fig. 16.6 **Përgjigja e sistemit MCK2 ndaj një komande të pjerrët me pendencë ComR = 0.1 [m/s] dhe K_{rel} të rritur = 500 [MN/m], Kass = 0 [N/m], $C_{rel} = 5 \cdot 10^5$ [N·s/m] dhe C_{ass} = 320050 [N·s/m]**

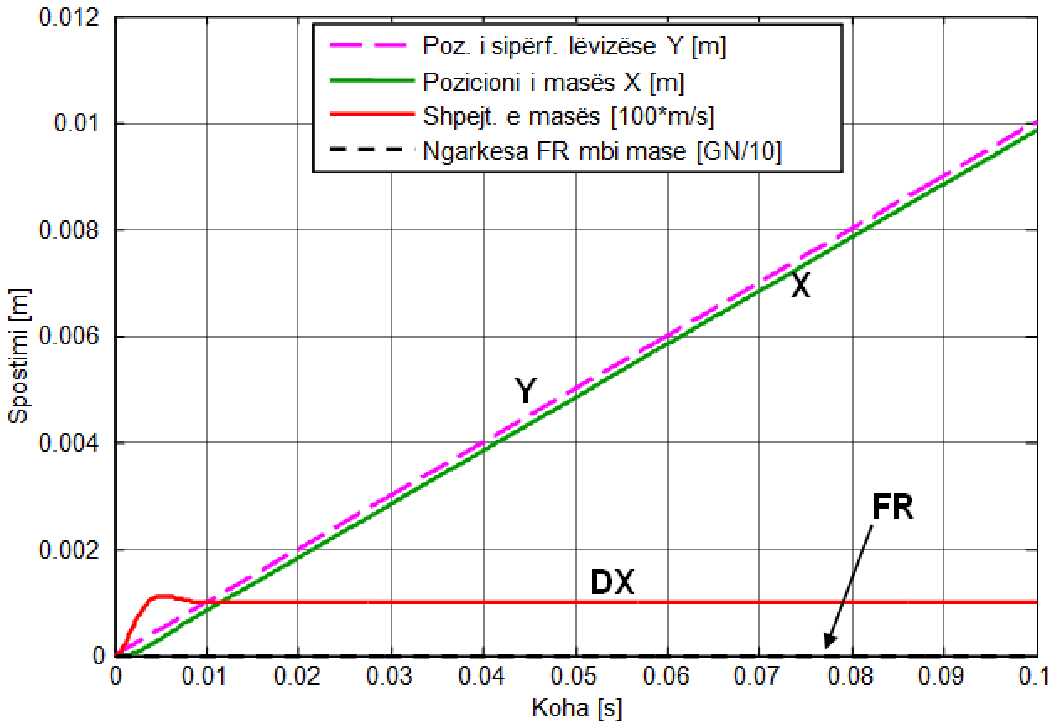


Fig. 16.7 **Përgjigja e sistemit MCK2 ndaj një komande të pjerrët me pendencë ComR = 0.1 [m/s] dhe K_{rel} të rritur = 500 [MN/m], Kass = 0 [N/m], C_{rel} = 0 [N·s/m] dhe C_{ass} = 320050 [N·s/m]**

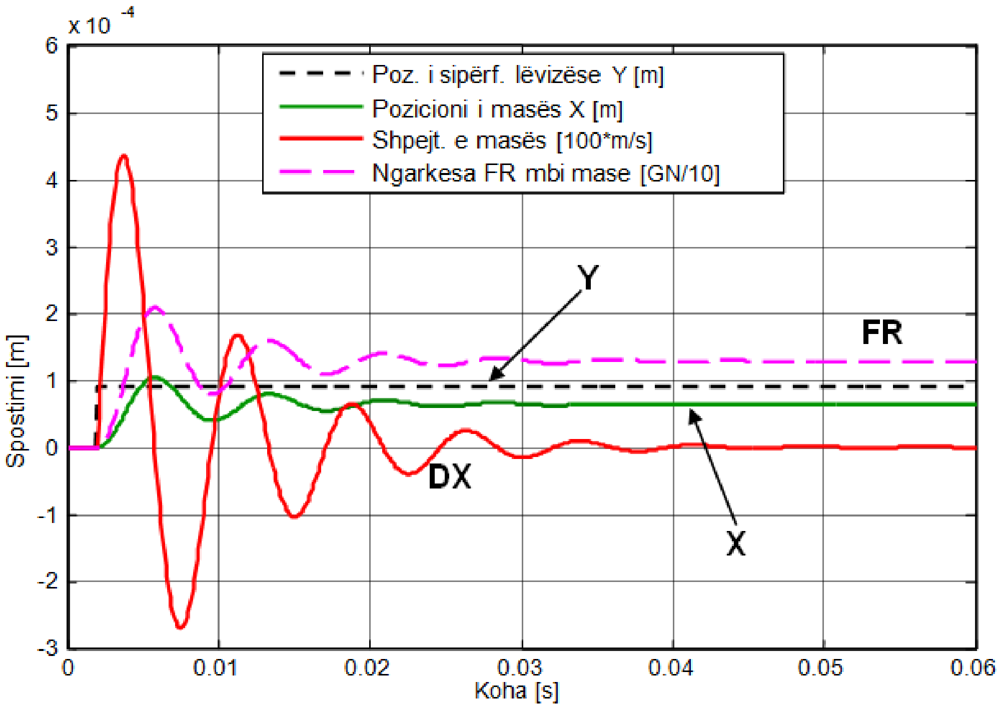


Fig. 16.8 **Përgjigja e sistemit MCK2 ndaj një komande të shkallëzuar $Y = 9 \cdot 10^{-5}$ [m] të sipërfaqes lëvizëse, dhe K_{rel} të rritur = 500 [MN/m], Kass = 200 [N/m], $C_{rel} = 0$ [N·s/m] dhe $C_{ass} = 320050$ [N·s/m]**

Si vërehet nga grafikët e simulimeve të **Fig** nga **16.3** te **16.8** nëse ballafaqohen me simulimet korresponduese të **Fig. 15.10, 15.14, 15.18, 15.19, 15.24** dhe **15.23** që i përkasin servomekanizmit elektrohidraulik, sjelljet e dy sistemeve të bëra në analogji me njëri tjetrin nëpërmjet zgjedhjes së koeficentëve nga formulat (16.1) – (16.5), janë tërësisht të përputhshëm nëse hiqet efekti i fund-korsës së valvolës që arrihet në tranzitorin e nisjes së komandave të pjerrta të **Fig. 15.18**, **15.19**, **15.24**. por që nuk egziston në sistemin **MCK2** dhe që gjithsesi nuk influencon egzekutimin e komandës së pjerrët në kondita stacionare.

Të njëjtat konsiderata mund të bëhen në ballafaqimin e Servomekanizmit ElektroMekanik (**SMEM**) por me kushtin që ti jepen koeficentëve të sistemit MCK vlerat që nxirren nga të dhënat e **SMEM** të paraqitura në diagramën me blloqe të **Fig. 16.9** nëpërmjet relacioneve të mëposhtme:

$$M = MJ$$

$$Kass = Kaer$$

$$Crel = GAD \cdot \frac{GM}{R} \qquad \textbf{(16.6)}$$

$$Krel = GAP \cdot \frac{GM}{R}$$

$$Cass = (Kfcem + GAS) \cdot \frac{GM}{R} + CJ$$

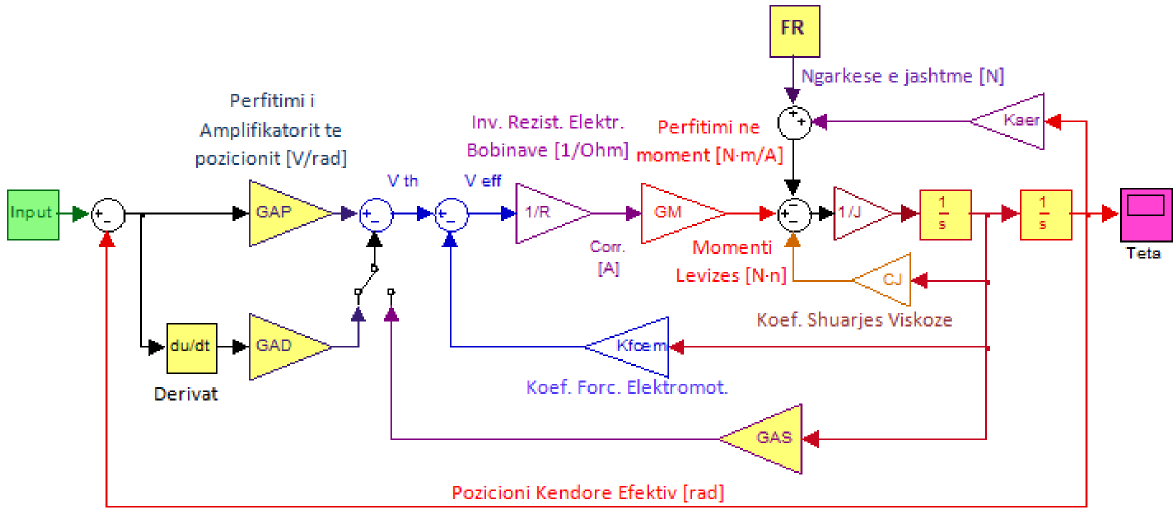


Fig. 16.9 **Modeli Simulink i SMEM të analizuar**

17. Servoaktuatorët elektrohidraulik, ferkimi Coulombian aspekte të përgjithshme

Fokusi i këtij punimi është përqendruar në komandat primare të fuqizuara të avionëve. Këtyre komandave që sillen si servomekanizma tipik pozicioni i kërkohet një saktësi shumë e madhe në lëvizje e cila bën të domosdoshëm njohurinë e lartë të sjelljes së tyre dhe influencimin nga fërkimi Coulombian.

Çfarë është fërkimi Coulombian, ose ligji i fërkimit Coulombian[51], i njohur nganjëherë dhe si ligji i tretë i fërkimeve i Amontonsit! Ligji konstaton se për dy sipërfaqe të ngurta të thata që rrëshqasin ndaj njëra tjetrës, madhësia e fërkimit kinetik që vepron mes dy sipërfaqeve është e pamvarur nga shpejtësia e rrëshqitjes së sipërfaqeve ndaj njëra tjetrës[52]. Ligji i fërkimit Coulombian është pjesë e modelit të fërkimit Coulombian, që përshkruan sjelljen e forcave të fërkimit mes dy sipërfaqeve të ngurta të thata në kontakt me njëra tjetrën.

Në vazhdim do të parashtrohen metodologji modelimi në Matlab-Simulink të fërkimit Coulombian për komandat parësore të avionit dhe më saktësisht të servomekanizmave elektrohidraulik përgjegjës për këto komanda. Duke ditur që modelet matematike të fërkimit coulombian që përdoren më shpesh në programet e kalkulimit të simulimeve dinamike në varësi të kohës nuk janë tërësisht të kënaqshëm. Në këtë prezantim do të paraqiten bazat e ndërtimit të simulimeve me anë të programit Matlab/Simulink, si fillim i disa shembujve të sistemeve dinamike të përgjithshme të gradës së dytë dhe të parë, pastaj do të jepet parashtrimi i problemit në ndërtimin e simulimit të fërkimit coulombian për një servomekanizëm aeronautik, duke i lënë punimeve të ardhshme analizimin e simulimeve të ndryshme dhe rezultateve përkatëse. Këto modele dhe simulime janë të ndërtuar, duke pasur në fokus sistemin fizik dhe analizën funksionale të tij për të arritur në optimizimin e testimit të këtyre servomekanizmave dhe krahasimin me sistemet reale. Për këtë arsye do të ballafaqohen sjelljet e modeleve të përdorura më së shumti me atë të ndërtuar në këtë punim përmes një seri simulimesh të aplikuara mbi këtë servomekanizëm.

17.1 Parashtrimi i problemit

a- Modeli i fërkimit coulombian

Si u tha dhe me parë, ky model fërkimi ndihmon të parashikohet drejtimi dhe madhësia e forcës së fërkimit mes dy trupave në kontakt të thatë mes tyre, pra paraqet modelimin e fërkimit të thatë mes dy sipërfaqeve.

Duke qenë se flitet për fërkim të thatë i cili sipas përcaktimit është një forcë që i reziston lëvizjes relative të dy sipërfaqeve të ngurta në kontakt, ajo ndahet në

[51] Charles-Augustin de Coulomb – (14 Qershor 1736 – 23 Gusht 1806) ka qenë një ushtarak dhe fizikant Francez, i njohur më së shumti për gjetjen e Ligjit të Coulombit, përshkrimin e forcave elektrostatike të tërheqjes dhe të shtytjes. Ai gjithashtu bëri një punë të rëndësishme mbi fërkimin.

[52] vërehet që drejtimi i fërkimit kinetik, varet nga drejtimi i shpejtësisë dhe është pikërisht i drejtuar në kah të kundërt të saj.

fërkimin statik mes dy sipërfaqeve jo në lëvizje dhe në fërkimin kinetik mes dy sipërfaqeve në lëvizje. Me përjashtim të fërkimeve atomike ose molekulare, fërkimi i thatë përgjithësisht lind nga ndërveprimi i veçorive sipërfaqësore të elementëve në kontakt, i njohur dhe si ashpërsitë sipërfaqësore.

- Modeli i fërkimit statik
  Fërkimi statik ndodh kur nuk kemi rrëshqitje mes dy sipërfaqeve në kontakt. Kjo gjë mund të ndodhë si në rastin kur dy trupat janë të palëvizshëm relativisht me njëri tjetrin ashtu dhe në rastin kur sipërfaqet sillen ndaj njëra tjetrës.
  Egziston një konstate μ_S e njohur si "koeficienti limit i fërkimit statik" i cili varet nga natyra e dy sipërfaqeve në kontakt, në mënyrë të tillë që fërkimi statik përcaktohet nga këto regulla:
  - Fërkimi statik është i barabartë në madhësi dhe në drejtim të kundërt me forcën e jashtme që vepron përgjatë planit të kontaktit, e cila don të shkaktojë tendencën e sipërfaqeve që rrëshqasin ndaj njëra tjetrës. Me fjalë të tjera, forca e fërkimit statik vepron për të eliminuar forcën e jashtme që ndryshe do të bënte rrëshqitjen e sipërfaqeve, duke bërë të mundur që këto të mos lëvizin ndaj njëra tjetrës.
  - Vlera maksimale e fërkimit statik që mund të arrihet mes dy sipërfaqeve në kontakt është e barabartë me $\boldsymbol{\mu_S N}$, ku $\boldsymbol{\mu_S}$ është Koeficienti limit i forcës statike dhe $\boldsymbol{N}$ është forca normale.
- Modeli i fërkimit kinetik
  Fërkimi kinetik ose fërkimi dinamik, ndodh kur kemi rrëshqitje mes dy sipërfaqeve në kontakt. Ekziston një konstante $\boldsymbol{\mu_k}$ e njohur si koeficienti i fërkimit kinetik, i cili varet nga natyra e sipërfaqeve në kontakt, ku për shpejtësi mjaftueshëm të vogla rrëshqitje mes sipërfaqeve kemi që:
  - Fërkimi kinetik është në drejtim të kundërt me drejtimin e rrëshqitjes. Drejtimi i tij nuk varet nga ai i forcave të tjera të jashtme.
  - Madhësia e fërkimit kinetik është $\boldsymbol{\mu_k N}$, ku $\boldsymbol{\mu_k}$ është koeficienti i fërkimit statik dhe $\boldsymbol{N}$ është forca normale mes dy trupave.

  $\boldsymbol{\mu_k}$ për dy sipërfaqe është kryesisht më e vogël se $\boldsymbol{\mu_S}$, duke treguar kështu se në momentin që dy trupat nisin të rrëshqasin ndaj njëri tjetrit, është më e lehtë që ato të vazhdojnë këtë lëvizje relative.

Në shumicën e aplikimeve teknike është e pranueshme paraqitja e ndryshimit të forcës së fërkimit coulombian me shpejtësinë, ose me anë të forcave aktive përmes modelit si vijon:

- Në shpejtësi jo zero, forca e fërkimit merret me krah të kundërt me lëvizjen dhe me një modul konstant dhe të barabartë me vlerën e njohur të fërkimit dinamik;
- Në shpejtësi zero, forca e fërkimit mund të mari çfarëdo vlere më të vogël ose të barabartë në modul me vlerën e njohur si e fërkimit statik

ose e aderencës, me drejtim të kundërt me forcat aktive që mund të jenë prezente.

Modelizimi matematik i këtij fenomeni, mjaft i rëndësishëm në simulimin dinamik të sistemeve mekanike dhe sidomos servomekanizmave të pozicionit, duhet të jetë i aftë të përshkruaj sjelljen e elementit mekanik që i nënshtrohet fërkimit, duke përcaktuar ndër katër situacionet e mundshme të listuara më poshtë:

1. Element mekanik fillimisht i ndalur dhe që duhet të qëndrojë i tillë;
2. Element mekanik fillimisht i ndalur që duhet të fillojë lëvizjen;
3. Element mekanik fillimisht në lëvizje që duhet të qëndrojë i tillë;
4. Element mekanik fillimisht në lëvizje dhe që duhet të ndalojë.

Kjo aftësi përshkrimi, mund të rezultojë përcaktuese në evidentimin e disa sjelljeve të servomekanizmit, që përgjithësisht janë të pa dëshëruara, sidomos në komandat e fuqizuara primare të fluturimit ne mjetet ajrore.

Nga sa u paraqit, natyra e fenomenit të fërkimit colulombian nuk mund të përshkruhet në mënyrë kompjuterike nga modele lineare, që do të ishin mjaft të mirë meqenëse japin mundësinë e zgjidhjeve në formë të mbyllur të ekuacioneve dinamike; pra çfardo tentative modelizimi jo e thjeshtë duhet domosdoshmërisht të përfshijë përdorimin e jolineariteteve me një kompleksitet të tillë sa të këshillojë përdorimin e teknikave të zgjidhjes bazuar në simulimin dinamik në kohë.

Teknikat e zgjidhjeve numerike të përdorura më së shumti, drejtohen përgjithësisht në modele matematike dhe pse më efikas se sa rastet e paraqitjeve lineare, janë të ndikuar nga disa mangësi të evidentuara më poshtë.

Duke dashur që të ndërtojmë paraqitjen e fërkimit Coulombian, për ta simuluar në modelet numerike të ndërtuara për analizimin e performancës dinamike në varësi të kohës së sistemeve mekanike nën shqyrtim, kemi ndërtuar një model që duke lënë mënjanë efektet dhe dinamikat lokale, jep një paraqitje në tërësi të fenomenit; ky është modeli klasik i paraqitjes së fërkimit Coulombian.

Duke marë si konvencion shenje, drejtimin pozitiv (+) të forcave të fërkimit që i kundërvihen drejtimit pozitiv të shpejtësisë, mund të shtrojmë modelin e fërkimit Coulombian si vijon:

$$FF = \begin{cases} F_{fer} & nese\ V = 0 \wedge |F_{fer}| \le FSJ \\ FSJ \cdot shnj(F_{fer}) & nese\ V = 0 \wedge |F_{fer}| > FSJ \\ FDJ \cdot shnj(V) & nese\ V \neq 0 \end{cases} \qquad \textbf{(16.7)}$$

Modeli matematik i fërkimit Coulombian i paraqitur në formulimin (16.7) është i aftë që të përafrojë në mënyrë mjaft të besueshme sjelljen reale të procesit të skematizuar në **Fig. 16.10**

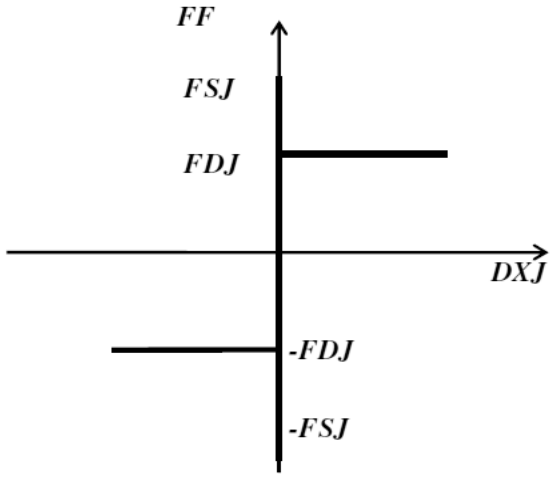


Fig 16.10: **Skema e modelit të fërkimit Coulombian e përdorur në simulimet dinamike**

Me ***FF*** kuptojmë forcat e fërkimit të përgjithshme (*pra vlerën e tyre të çastit*), me ***FSJ*** tregohet vlera e forcës së fërkimit në kondita statike ose aderence dhe me ***FDJ*** tregohet vlera e forcës së fërkimit në kondita dinamike. Ky model diskriminon shenjën e forcës së fërkimit në funksion të drejtimit të shpejtësisë (***V***), dhe është i aftë të dallojë konditat e aderencës nga ato dinamike, të vlerësojë një ndalesë të mundshme të elementit mekanik që fillimisht mund të jetë në lëvizje, të mbajë të ndaluar elementin mekanik në konditat e duhura të aderencës dhe në fund të vlerësojë vënien në lëvizje të këtij elementi që fillimisht është i ndaluar, gjithashtu të mbajë parasysh dhe ngarkesën që mund të ketë mbi komandë.

17.2 Përshkrim i përgjithshëm i servokomandës

Duke përdorur përsëri metodologjinë e modelizimit të sistemeve dinamike me anë të programit Matlab – Simulink, do të analizojmë veçoritë dhe karakteristikat e përgjigjes së një servomekanizmi pozicioni elektrohidraulik me fuqizim të plotë. Ky lloj sistemi gjen sot një përdorim shumë të gjerë, në realizimin e komandave të fluturimit ose të mekanizmave të bordit të avionit.

Skematizimi i këtij servomekanizmi[53] paraqitet në **Figurën 17.1** dhe është menduar që të jetë i përbërë nga:

1- Logjika e kontrollit të pozicionit PID (Proporcional – Integrativ – Derivativ) *Ose PI, ose PD, ose akoma proporcional me unazë shpejtësie PS*
2- Servovalvol elektrohidraulike me dy stade e tipit “jet – pipe”
3- Shtagë lineare, simetrike me veprim të dyfishtë e karakterizuar nga prezenca e fërkimit Coulombian në këtë rast dhe e pajisur me trasduktor pozicioni.

[53] Natyrisht, struktura e një servomekanizmi në avion është shumë më komplekse, se sa ajo e paraqitur këtu në vazhdim, por duke dashur që të theksojmë dhe analizojmë fenomenet fizike që kryesisht karakterizojnë funksionimin dhe aspektet e përdorimit të këtij sistemi ai është paraqitur në mënyrë të thjeshtuar.

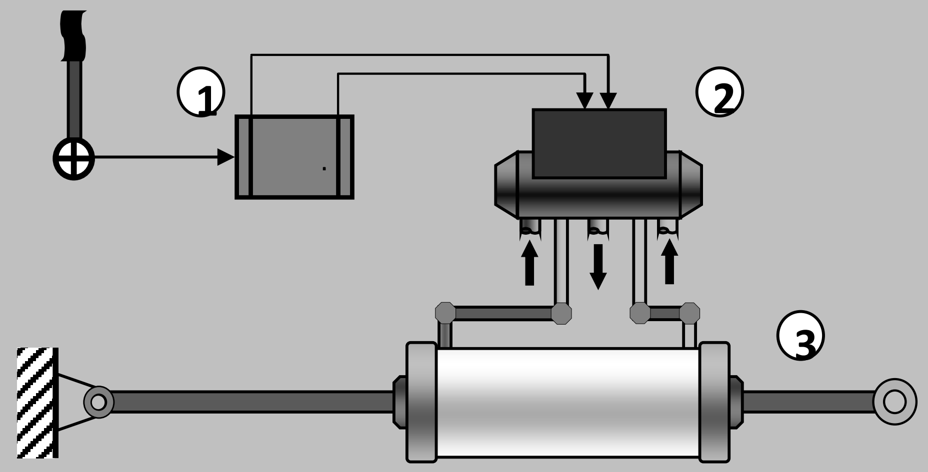


Figura. 17.1 - **Paraqitje skematike e modelit fizik në shqyrtim.**

Servomekanizmi i Figurës 17.1, do të modelizohet me një sistem të thjeshtë të gradës së dytë. Në vazhdim do të studiohen pjesët e vecanta të sistemit dhe modeli në tërësi i servomekanizmit do të nxirret duke “lidhur” pastaj modelet e këtyre nënsistemeve.

17.3 Konsiderata mbi logjikën e kontrollit të pozicionit me një vëmendje të veçantë ndaj PID

Pilotimi i çfarëdo lloj mjeti fluturues modern, me performancë të lartë realizohet tashmë përmes komandave **fly-by-wire**, pra, nuk ekzistojnë më, lidhjet mekanike mes shufrës së komandimit të pilotit dhe sipërfaqeve aerodinamike të komandave. I gjithë sistemi i komandimit tashmë i besohet “shndërruesve” që pasi përkthejnë në mënyre të duhur komandën e dhënë nga piloti, e transformojnë në një **sinjal elektrik**. Sinjalet e prodhuar në këtë mënyrë, të mbledhur algjebrikisht me ato që vijnë nga **unaza e kundër-reagimit** (që jep pozicionin në çast, të marë nga servomekanizmi dhe lejon që ta ballafaqojë me pozicionin e komanduar), përcaktojnë një sinjal proporcional me **gabimin në çast të pozicionit** të sipërfaqes së komanduar. Ky gabim, transformohet nga **logjika e kontrollit të pozicionit, per shembull e tipit PID** në **korrentin e komandës** që, duke vepruar mbi servovalvolën elektrohidraulike, gjeneron shtytjen korresponduese të komandës së dhënë në fillim nga piloti (ndjekje të saj).

Këto operacione, përveç se mund të kryhen në mënyrë analoge, mund të ekzekutohen gjithashtu dhe në mënyrë digjitale. Karakteristikat e njësisë së kontrollit duhet të përcaktohen në mënyrë që të plotësojnë kritere specifike që i përkasin gradës së lirisë dhe shpejtësisë së përgjigjes së sistemit të kontrollit; përcaktimi i F.d.T.-ve duhen vendosur në blloqet e logjikës në mënyrë të tillë që të plotësohen karakteristikat e thëna më parë, arrijmë në disa zgjidhje të mundshme nga ku mund të derivojnë shumë arkitektura të sistemit.

Gjithnjë e më shpesh elementët korrektues të përdorur janë të përbërë nga një kontrollor standard i vendosur përpara sistemit që do të kontrollohet. Sistemi më i përdorur përcaktohet me anë të siglës **P.I.D** dhe mund të skematizohet me anë të **tre blloqeve në paralel** që kanë dalje respektivisht në sinjalin e hyrjes (veprim Proporcional), në integralin e tij të llogaritur në kohë (veprim Integrativ) dhe në derivatin e tij në kohë (veprim Derivativ). Përdorimi i gjerë i këtyre tipeve të kontrollit vjen kryesisht me faktin që është e mundur të ndërtohet sistemi duke përcaktuar përmes një procedimi specifik tre konstatet **GAP**, **GAI** dhe **GAD** pa patur nevojë që të njihet në detaj funksioni i transferimit i sistemit që do të kontrollohet.

Kontrollori i pozicionit kryen funksionin e tij në fenomenet me kohëzgjatje të shkurtër ose mesatare, ai integrativ është efikas në kohë të gjatë sepse kundërshton gabimet e pozicionit që qëndrojnë gjatë në kohë ndërsa kotrollori derivativ përdoret për të rritur zbutjen e sistemit pra stabilitetin e tij, duke vepruar kryesisht mbi fenomene shumë të shkurtër në kohë me anë të një veprimi që nuk është shumë më i ndryshëm sesa ai i një unaze kontrolli në shpejtësi. Vëmendje e veçantë do t'i vihet modelit integrues të përdorur në këtë punim. Modeli integrues duke dhënë një reduktim të kufinjve stabilizues, në rastin e sistemeve që paraqesin një stabilitet të ulët mund të shtojë problematikën dhe të bëjë servomekanizmin të pa stabilizuar. Për të kuptuar arsyen e efektit destabilizues të integratorit është e nevojshme që të analizohet se si ky vepron mbi korentin komandues. Blloku proporcional jep dalje proporcionale me gabimin e pozicionit pra një dalje të anuluar për Err = 0 (pra një korrent të anuluar në elektrovalvol); nëse logjika që jemi duke përdorur paraqet dhe një bllok integrator, kur Err = 0, dalja e tij nuk do të jetë domosdoshmërisht e anuluar dhe nëse për shembull do të verifikohej një invertim i Err, për ta anuluar këtë invertim duhet që në sistem të qëndrojë për një farë kohe një gabim me shenjë të kundërt. Për Err pozitiv integratori jep një sinjal proporcional me integralin e tij (pra autputi vazhdon të rritet deri kur gabimi i pozicionit është pozitiv ose ndërhyn një limitues), kështuqë me anulimin e gabimit (dhe për një farë kohe më pas edhe pse kemi Err negativ) integratori jep akoma një vlerë korrenti pozitiv që kontribuon në largimin e servomekanizmit nga pozicioni i komanduar duke gjeneruar në këtë mënyrë një overshoot (ose një undërshoot). Në kohën kur manifestohet një ndryshim kahu i gabimit të pozicionit lind një konflikt mes kontributit proporcional dhe integrativ që qëndron deri kur nën efektin e Err negativ, integratori nëse nevoitet anulon daljen e tij dhe mbizotëron vetëm kontributi proporcional.
Karakteristikat e njësisë së kontrollit duhet të përcaktohen në mënyrë që të kënaqin nivele performance të paracaktuar që i përkasin gradës së stabilitetit ose shpejtësisë së përgjigjes të sistemit të kontrollit. Përcaktimi i funksionit të transferimit, që do të futet në blloqet e logjikës për të përmbushur karakteristikat e listuara më parë, shpie në disa zgjidhje të ndryshme, nga ku mund të derivojnë shumë arkitektura të ndryshme të sistemit. Gjithnjë e më shpesh elementët korrektues të adoptuar përbëhen nga një kontrollues standard i vendosur përpara sistemit që do të kontrollohet.

17.4 Shtaga Lineare

Në fushën aeronautike dhe sidomos kur flitet për komanda primare dhe sekondare të ushqyera në rrugë hidraulike, marin një rol thelbësorë martinetët me cilindër hidraulik/piston. Në rastin në fjalë do të konsiderohet një piston simetrik me efekt të dyfishtë, i karakterizuar nga fund korsë mekanike, fërkim të thatë dhe viskoz gjithashtu dhe humbje për shkak të rrjedhjeve përmes guarnicioneve (*leakage*) të brendshme që çojnë në një prurje që nuk punon (humbet), dhe duhet gjithashtu të rregullohet nga valvola.

Në programin e simulimit numerik të këtij martineti është përdorur një model dinamik i karakterizuar nga inercia, fërkimi viskoz, ferkim coulombian (statik dhe dinamik), fund-korse, ngarkesa aerodinamike dhe forca lëvizëse. E njëjta strukture modelimi ngarkesash, me të dhëna të ndryshme, është e përshtatshme për të paraqitur dinamikën e një motori hidraulik rrotativ që është tipik për një komandë dytësore.

17.5 Modeli matematik i servokomandes

Madhësia "gabim" (**Err**) që vjen nga krahasimi mes pozicionit të komanduar (**Com**, në hyrje të regullimit të sistemit) dhe atij efektiv (**XJ**) përpunohet përmes një logjike e tipit proporcional (**GAP**) – integrativ (**GAI**) – derivativ (**GAD**) e pajisur me limitues në dalje të integratorit për të marë korrentin e pilotimit (**Cor**) (të limituar) të gjeneruesit të kopies së stadit të parë të servovalvolës. Servovalvola, nëpërmjet përfitimit të gjeneratorit jep një moment veprues mbi stadin e parë të valvolës që, duke hequr efektin e pastert të feedback që vjen nga pozicioni (**XS**) i stadit të dytë, na lejon që të marim pozicionin (**XF**) të parit (të limituar nga fund-korsat) sipas një dinamike të gradës së dytë të qeverisur nga ngurtësia e lidhjes elastike të stadit të parë, nga pulsimi i vet dhe nga zbutja jodimensionale po e tij. Pozicioni i stadit të parë, i operuar përmes përfitimit në prurje të vet stadit dhe sipërfaqja e terminaleve të stadit të dytë, na japin shpejtësinë e stadit të dytë që duke e integruar nxjer pozicionin e tij (të limituar mes dy fund-korsat **XSM**). Vlerat në regjim të **Cor** dhe **XS** janë mes tyre proporcionale mjafton që të jetë $|\boldsymbol{XS}| < XSM$. Nga kjo, meret përfitimi në presion i stadit të dytë, i korrektuar për të mbajtur parasysh efektet e ngopjes mbi presionin diferencial, meret duke hequr humbjet e ngarkesës që vijnë për shkak të kalimit të prurjes totale të destinuar për pistonin (**QJ**) dhe të influencuara nga përfitimi në prurje i stadit të dytë të valvolës (**GQS**), presioni diferencial efektiv që vepron mbi të. Kjo prurje nëpërmjet një koeficienti specifik, përcakton prurjen e humbur dhe nëpërmjet një sipërfaqeje (**AJ**) dhe masës së pistonit duke hequr ngarkesën rrezistive (**FR**, futja e ngacmimit), të forcave të fërkimit viskoz dhe të thatë, na jep nxitimin e tij. Nxitim i integruar paraqet shpejtësinë (**DXJ**) nga ku varen fërkimi viskoz, fërkimi i thatë dhe prurja e përdorshme mbi cilindër. **DXJ** e nxjerë në këtë mënyrë, e shumëzuar me sipërfaqen e pistonit **AJ** dhe e rritur me prurjet e humbura në sistem na jep prurjen e dhënë nga e gjithë servovalvola; nga kjo prurje mund të nxjerim presionin e humbur në kalimin në valvol, pra presionin diferencial të regulluar nga **SV**. Integrimi i **DXJ** na jep pozicionin efektiv (**XJ**) që dhe ai mbyllet në loop në krahasuesin e komandës.

17.6 Simulimet e ferkimit coulombian

Duke analizuar modelin matematik në tërësi të servokomandës, do të fokusojmë vëmendjen mbi integrimin e sinjalit në programin me blloqe elementarë të aktuatorit, nga analizimi i përllogaritjeve të fërkimit coulombian dhe i fund korsave, që karakterizohen jo vetëm nga jovazhdueshmëri por dhe jo-linearitete.

Modeli i fërkimit coulombian që është përdorur vendos në ekuilibrin e shtagës një kontribut që, me një përafrim të mirë simulon kondidat e funksionimit real të aktuatorit, me overshoot, ndalime, shkallëzime dhe gabime në pozicion. Qëllimi i punimit është të ballafaqojë modelin e fërkimit coulombian që propozohet këtu me ato që përdoren kryesisht në programet komerciale më të përhapur, për simulimet dinamike. Disa raste provash që i përkasin konditave funksionale më domethënëse të sistemit janë propozuar në disa variante të mara duke aplikuar te i njëjti sistem dinamik modele të ndryshme.

Krahasimi është bërë mes dy sistemeve llogaritëse të bazuara respektivisht në këto hamendësime:

Modeli "jo i vazhdueshëm" me funksion-shenjë:

Forca e fërkimit, është e anuluar në pozicion qetësie, e cila kundërshton shpejtësinë ku në funksion të sajë është e pa ndryshuar në modul dhe e barabartë me vlerën e sajë dinamike.

Modeli i vazhdueshëm "hiperviskoz" me ngopje:

Forca e fërkimit kundërshton shpejtësinë dhe është me të proporcionale sipas një koeficienti viskoz të madh (të përputhur me instabilitetin kompjuterik) dhe është gjithashtu e limituar në të dy kahet me vlerën e sajë dinamike.

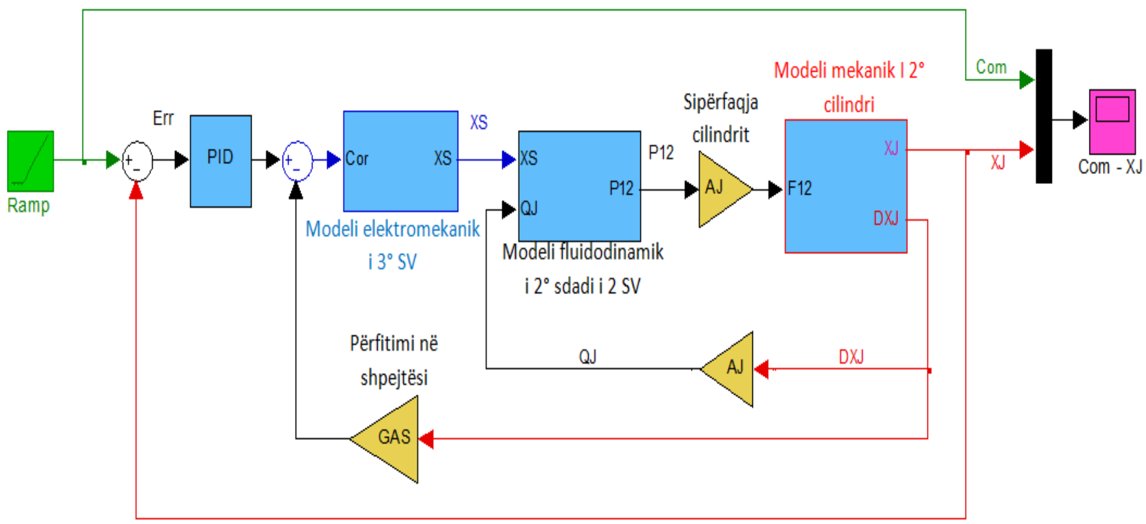
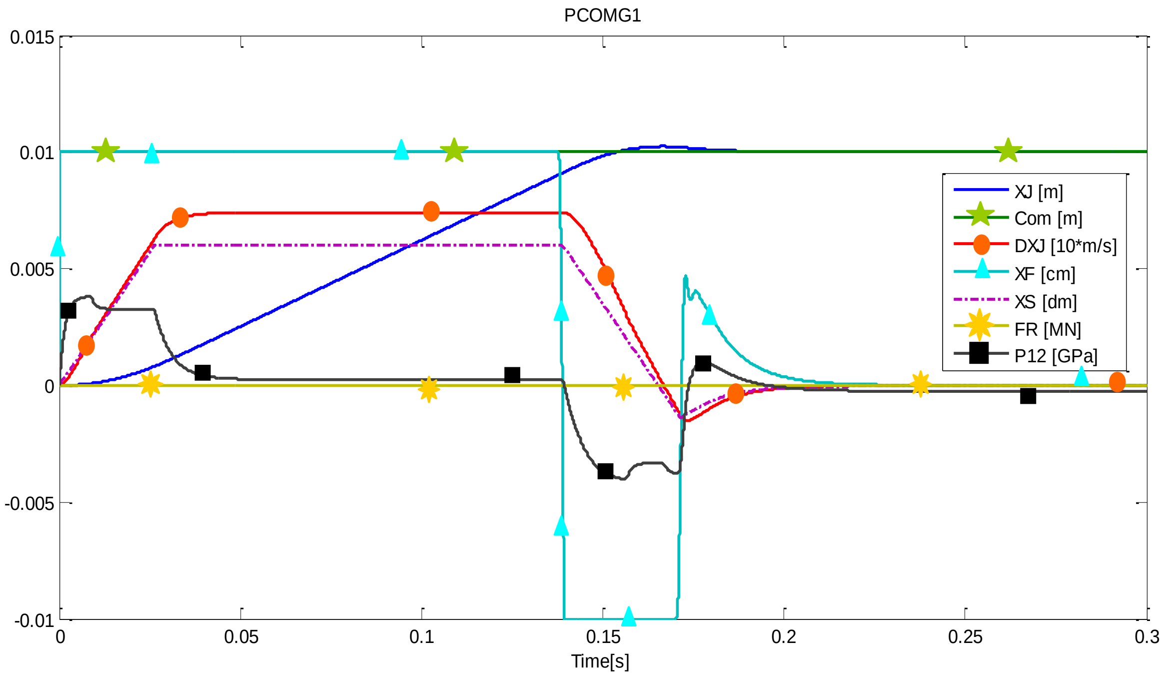


Fig 17.2: **Diagrama me blloqe Simulink e sistemit hidraulik të konsideruar**

Rasti: PCOMG1

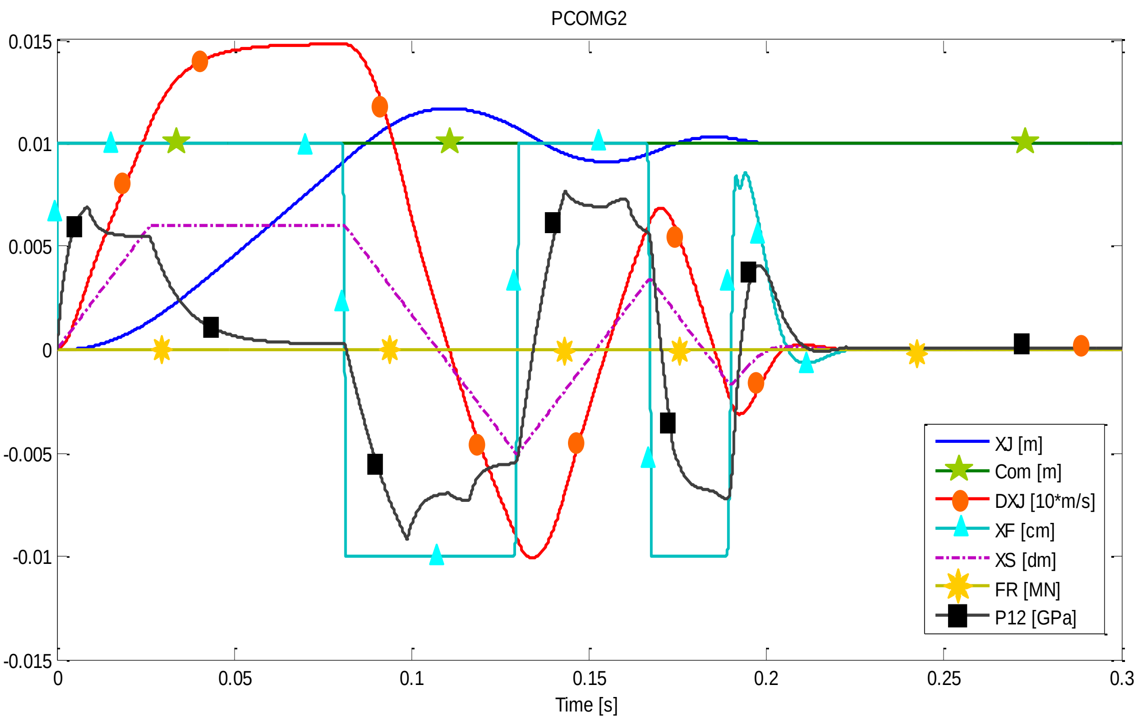


Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe final 0.01 m.
Përfitim në prurje **GQS = 0.1 m²/s**.
Logjikë kontrolli krejtësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage (humbje fluidi për shkak rrjedhjesh në mekanizëm) dhe ngarkesa të jashme në shtagën e cilindrit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet një komandë **Com = 0.01 m** që bën të lindë një gabim meqenëse elementi i komanduar nuk është spostuar akoma nga pozicioni fillestar (**XJ = 0**). Duke qenë se ky gabim është mjaft i madh, lind një korrent pilotimi i "torque motor" i stadit të parë të servovalvolës elektrohidraulike e barabartë me vlerën e tij maksimale të ngopjes: ky korrent provokon spostimin e shpejtë të stadit të parë (**XF**) deri në fund korsën e tij (0.1 mm). Si konseguencë, stadi i dytë fillon të spostohet (**XS**) nga pozicioni i qendërzuar me shpejtësi çast pas çasti proporcionale me spostimin e stadit të parë: ku pikërisht, modeli dinamik i përdorur parashikon me një përafërsi të mirë në krahasim me realitetin e matur, që pozicioni **XS** i stadit të dytë të valvolës të jetë integrali në kohë i pozicionit **XF** i stadit të parë, por vetëm nëse stadi i dytë i valvolës të mos jetë i mbështetur në fund-korsën e tij. Pozicioni **XS** kundërreagohet në **XF** falë sustës së feedbackut të brendshëm mes dy stadeve të valvolës, duke gjeneruar në këtë mënyrë një veprim kryesisht qendërzues të stadit të parë dhe ngadalsues të stadit të dytë; Por në rastin tonë, vlerat e korrentit të ngopjes, atij të spostimit maksimal (fund korsa) të stadit të dytë, gjithashtu dhe përfitimi në moment i torque motor dhe ngurtësia e sustës së feedbackut të brendshëm janë të tillë që veprimi qendërzues është i pamjaftueshëm për të kundërshtuar efektin e korrentit të ngopjes në stadin e parë, për këtë arsye mbetet i pozicionuar në fund korsën e tij deri kur gabimi i pozicionit nuk

zbret poshtë një vlere të përcaktuar. Hapja e stadit të dytë, përcakton një vlerë shpejtësie veprimi **DXJ** të shtagës gati proporcionale me vetë **XS** (dhe pse me pak vonesë) meqenëse, për shkak të inertësisë së vogël të shtagës dhe të ngarkesave mbi të, mundemi me një përafrim të mirë të themi se prurja e përpunuar nga valvola, proporcionale me **DXJ** (e hipotezuar, në mungesë të një ngjeshmërie fluidike mes valvolës dhe shtagës si një përgjigje të çastit ose humbje nule për shkak të leakage), është proporcionale me spostimin **XS** të kasetës. Si integral në kohë i shpejtësisë **DXJ** shikohet të evulojë pozicioni **XJ** i shtagës që lëviz drejt pozicionit të komanduar me shpejtësi konstante në pjesën ku **XS** pra korrenti, janë të ngopura. Në kohën kur gabimi i pozicionit (**Com – XJ**) bëhet mjaftueshëm i vogël, sistemi i rregullimit të pozicionit del nga situata e ngopjes dhe fillon të kryej rregullimin (pak a shumë në kohën **Time = 0.14 s**): në këtë moment stadi i parë, lëviz me shpejtësi drejt fund korsës negative për të bërë mbylljen e stadit të dytë (natyrisht si më parë, me shpejtësi të stadit të dytë proporcionale me pozicionin e të parit). Në mënyrë paralele shpejtësia **DXJ** e shtagës reduktohet duke u anuluar vetëm në rastin kur vetë shtaga ka kaluar pozicionin e komanduar (si konseguencë e inertësisë së sistemit dhe e kohës së përgjigjes jo zero të valvolës), duke provokuar në këtë mënyrë një tejzgjatje (overshoot) të përgjigjes: invertimi i shenjës së gabimit provokon një lëvizje të re të stadit parë të valvolës dhe po në mënyrë konseguente, për integrim në kohë prodhohet një lëvizje e stadit të dytë me një inversion të pritshëm **DXJ** të shpejtësisë së shtagës; kjo lloj forme ndjekjeje e pozicionit të komanduar vazhdon me lekundje të zbutura deri kur gabimi të zbresë në një vlerë ku fërkimi i thatë arrin të mbajë sistemin e ndaluar (rreth 0.22 s). Vërehet që sistemi manifeston në këto kondita, një overshoot të vogël me pak lëkundje të mbetura që zbuten me shpejtësi, pra vërehet që sistemi ka kufinj stabiliteti mjaft të lartë. Mund të konkludojmë në këtë rast, që sistemi paraqet një gabim pozicioni të qëndrueshëm në kohë, pamvarësisht mungesës së ngarkesave mbi shtagë dhe e joperfeksioneve të ndërtimit, që i vishet kryesisht efekteve të fërkimit të thatë gjë që tregon llogaritë e sakta të kryera dhe modelin e drejtë matematik të përdodur në fazë komputacionale. Duke e spjeguar më qartë, ndodh: që në të gjitha rrethanat ku gabimi i pozicionit është mjaftueshëm i vogël sa të prodhojë, nëpërmjet sistemit të kontrollit një presion diferencial mbi shtagë që shumëzuar për sipërfaqen e përdorshme të saj na jep një forcë më të vogël se forca e fërkimit, nëse sistemi ndalet rivendosja e tij në punë nuk mund të ndodh. Pra, kjo gjë justifikon, në simulimin e bërë me sipër, qëndrimin e një gabimi pozicioni jo zero, pas ndalimit të sistemit, që evidentohet kryesisht në qëndrimin e **P12** në vlera jo nule.

Rasti: PCOMG2

Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe komandë finale 0.01 m.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda.
Dinamika e sistemit spjegohet me të njëjtat konsiderata si më parë në rastin **PCOMG1**, duke vërejtur të vetmet ndryshime thelbësore që lidhen me përfitimin më të lartë në prurje të valvolës: shpejtësia **DXJ** arrin në një vlerë të stabilizuar rreth dy fish në krahasim me rastin e më sipërm në një kohë më të gjatë, tejzgjatja e sistemit është më e theksuar dhe lëkundjet, më pas përgjatë regullimit në pozicion final, janë më pak të zbutura dhe të shumta në numër përpara se të arrihet ndalimi i tyre për efekt të fërkimit të thatë, nëse gjithashtu krahasohen me rastin e parë.

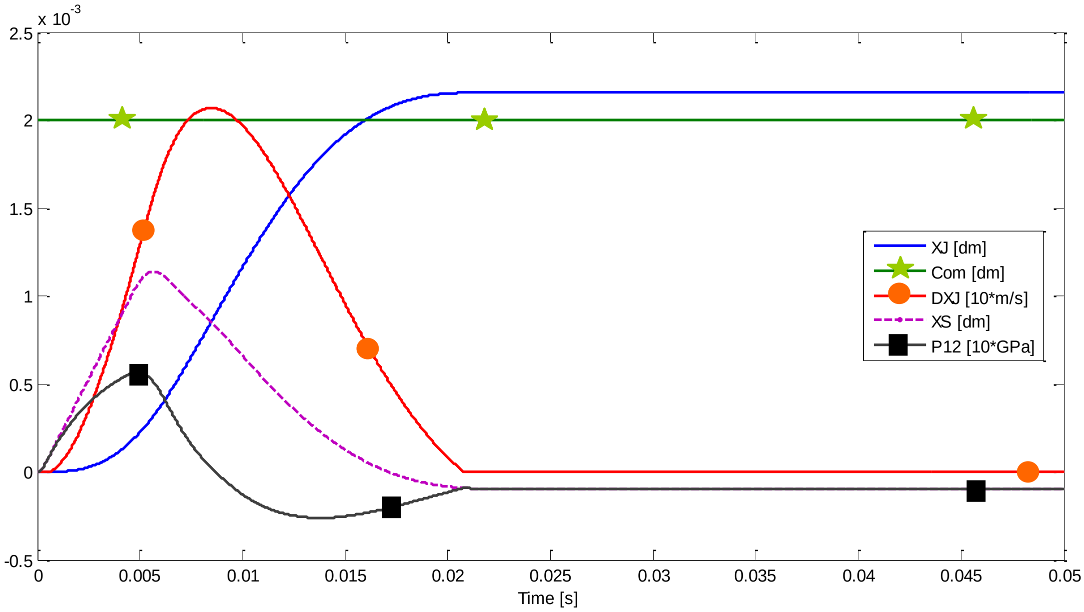


Gjithashtu dhe në këtë rast pozicioni **XS** i stadit të dytë të valvolës, rezulton të jetë integrali në kohë i pozicionit të parë, që qëndron në fund korsën e tij deri kur lëkundjet e pozicionimit nuk zbuten. E gjithë kjo sjellje është simtomë e një stabiliteti dinamik më të vogël të servomekanizmit në raport me rastin e përfitimit **GQS = 0.1 m^2/s** (**PCOMG1**). Mund të vërehet që me rritjen e përfitimit në prurje të valvolës, nëse nga njëra anë na lejon reduktimin e kohëve të përgjigjes së sistemit (shpejtësi veprimi më të larta), nga ana tjetër kemi një reduktim të vetë stabilitetit të sistemit, sepse, me përfitime në prurje më të mëdha, përftohen efekte zbutëse më të vogla. Pikërisht, përfitime të mëdha në prurje, sjellin humbje të reduktuara presioni për shkak të rrjedhjeve të vajit përmes kalimeve në valvol; humbja e presionit e lidhur me kalimin e prurjes shihet nga cilindri si një forcë shtesë kundërshtuese që rritet me shpejtësinë, pra e tipit zbutëse. Gjithashtu edhe në këtë rast manifestohet fërkimi i thatë, ashtu si dhe pritet, sistemi nuk arrin të shkojë në pozicionin e komanduar pa mbetje gabimi. Modeli i fërkimit të thatë arrin të simulojë në mënyrë korrekte fenomenin real.

Rasti: PCOMG2 (GP)

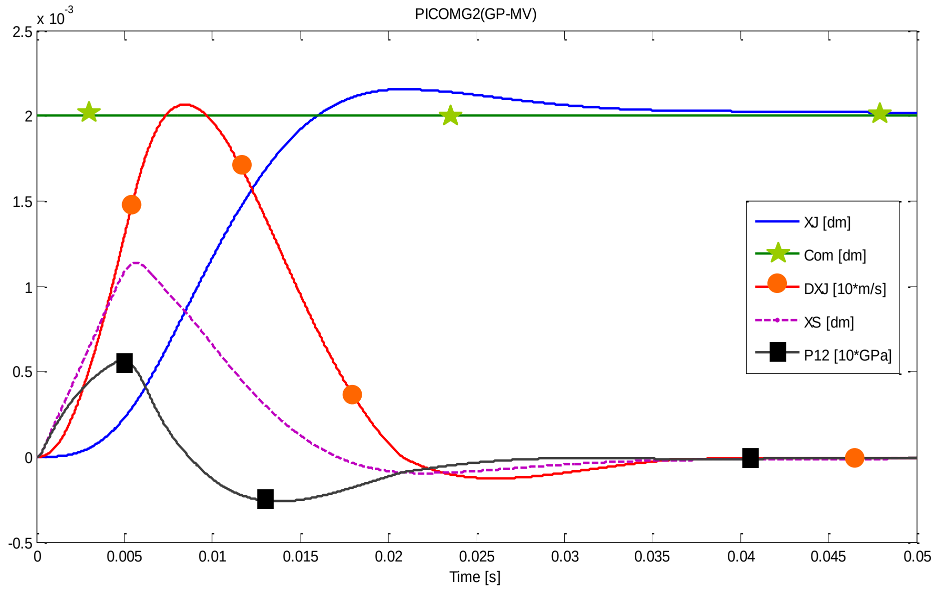
Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe komandë finale 0.2 mm.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda **Com = 0.2 mm**, që jep një gabim të njëjtë pozicioni, meqenëse elementi i komanduar nuk është spostuar ende nga pozicioni fillestar (**XJ = 0**).
Duke qenë gabimi në fjalë jo shumë i madh, kemi nje spostim nga pozicioni qëndrorë i stadit të dytë (**XS**) të servovalvolës elektrohidraulike që nuk shpie në arritjen e fund korsës së tij. Pozicioni **XS** kundërreagohet në atë të stadit të parë të valvolës falë sustës së feedbackut të brendshëm mes dy stadeve, duke gjeneruar kështu një veprim kryesisht riqendërzues në krahasim me stadin e parë dhe si konseguencë anulimin e shpejtësisë me të cilën lëviz stadi i dytë. Hapja e stadit të dytë, përcakton një shpejtësi veprimi **DXJ** të martinetit gati propocional me vetë **XS** (dhe pse me pak vonesë) meqenëse, për shkak të inertësisë së vogël të shtagës dhe të ngarkesave mbi të, mundemi me një përafrim të mirë të themi se prurja e përpunuar nga valvola, proporcionale me **DXJ** (e hipotezuar, në mungesë të një ngjeshmërie fluidike mes valvolës dhe shtagës dhe humbje nule për shkak të leakage), është proporcionale me spostimin XS të kasetës. Si integral në kohë i shpejtësisë **DXJ** shihet evoluimi i pozicionit **XJ** i shtagës që lëviz drejt pozicionit të komanduar me shpejtësi gati proporcionale me vlerën e XS. Me uljen e gabimit të pozicionit (**Com – XJ**), sistemi i rregullimit çon gradualisht kasetën e servovalvolës drejt pozicionit të qendërzuar. Paralelisht shpejtësia e veprimit **DXJ** e shtagës reduktohet deri në anulim pasi ka kaluar pozicionin e komanduar (për shkak të inertësisë së sistemit dhe përgjigjes jo të çastit të valvolës), duke provokuar në këtë mënyrë mbizgjatime (overshoot) përgjigjeje. Ndryshimi konseguent i shenjës së gabimit të pozicionit, përreth **Time = 0.021 s**, provokon një spostim të ri të stadit të dytë të valvolës që përcakton inversionin e shpejtësisë **DXJ** të shtagës, nëse fërkimi i thatë të mos ishte i aftë për ta mbajtur të ndalur pamvarësisht presionit diferencial jo nul që vjen për shkak të pozicionit jo të azeruar totalisht. Mund të konkludojmë, që sistemi manifeston një gabim pozicioni të qëndrueshëm në kohë, pamvarësisht mungesës së ngarkesave mbi shtagë dhe e jo-perfeksioneve të ndërtimit, që janë kryesisht efekte të fërkimit të thatë. Kjo gjë që tregon llogaritë e sakta të kryera dhe modelin e drejtë matematik të përdodur në fazë komputacionale. Duke e spjeguar më qartë, ndodh: që në të gjitha rrethanat kur ky gabim i pozicionit është mjaftueshëm i vogël sa të prodhojë, nëpërmjet sistemit të kontrollit një presion diferencial mbi shtagë që shumëzuar për sipërfaqen e përdorshme të saj na jep një forcë më të vogël se forca e fërkimit, nëse

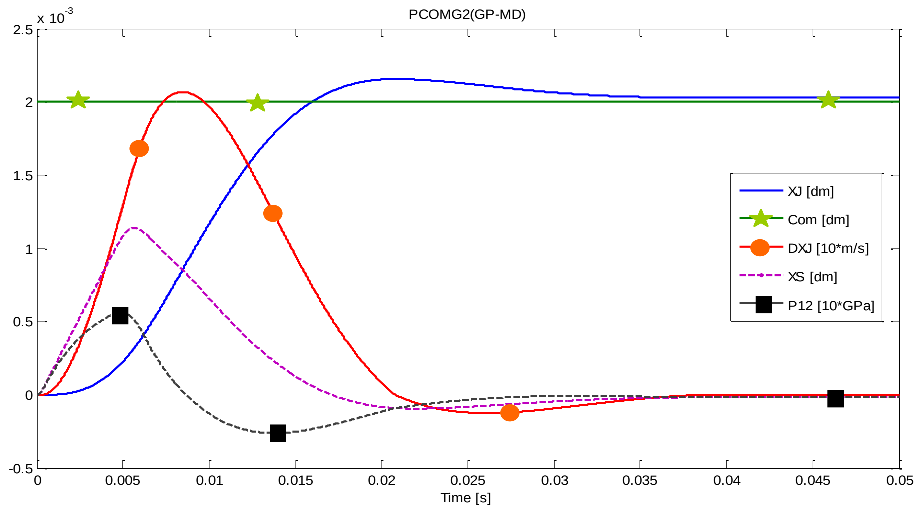
sistemi ndalet rivendosja e tij në punë nuk mund të ndodh. Kjo justifikohet, në simulimin e bërë më sipër, në qëndrimin e një gabimi pozicioni jo zero, pas ndalimit të sistemit.

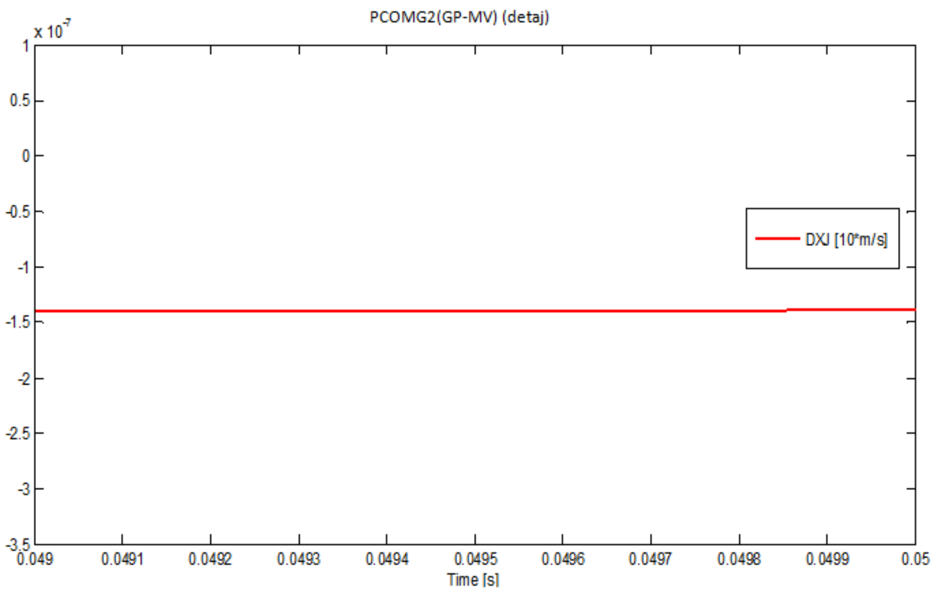


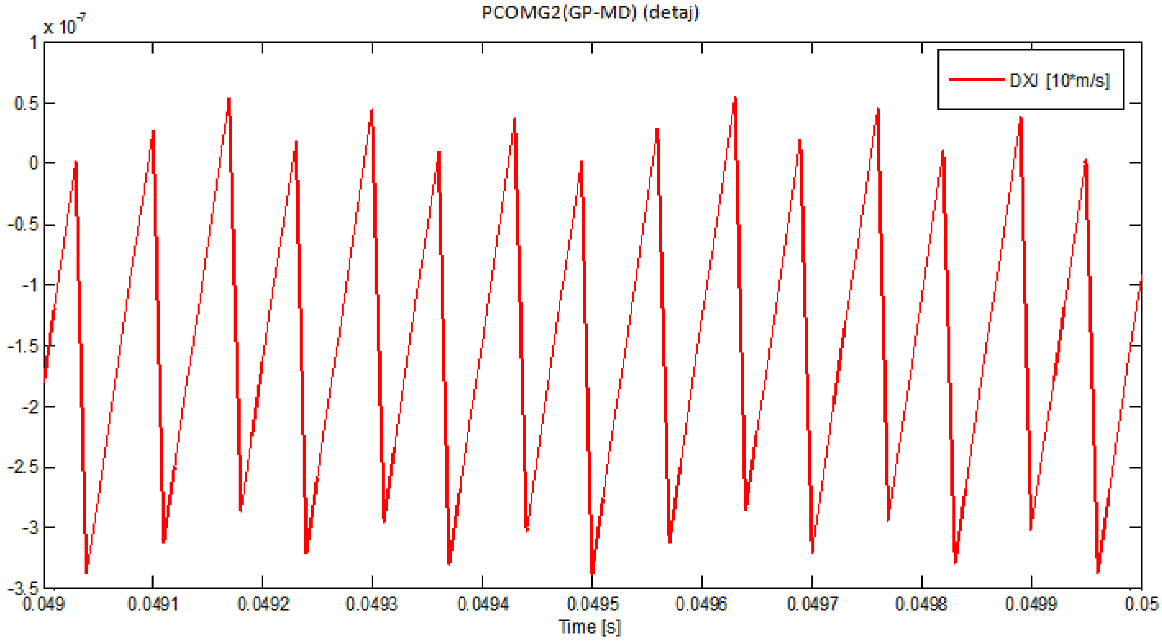
Rasti: PCOMG2 (GP-MV) dhe PCOMG2 (GP-MD)

Dy rastet e analizuara këtu më poshtë janë tërësisht identike me **PCOMG2 (GP)**, por përdorin dy modele të ndryshme fërkimi që janë aplikuar gjerësisht në programet e simulimit të këtyre rasteve: modeli i fërkimit "hiperviskoz" me ngopje **PCOMG2 (GP-MV)** dhe modeli i fërkimit "jo të vazhdueshëm" **PCOMG2 (GP-MD)**. Në këto dy modele nuk vërehen diferenca në sjelljen dinamike deri në arritjen e pikut të mbizgjatjes (overshoot) në rreth **Time = 0.021 s**; mbas kësaj kohe që të dy këto modele nuk janë më të aftë të riprodhojnë konditat korrekte të qetësisë (**DXJ = 0**) të organit të kontrolluar të marë në **PCOMG2 (GP)**, por japin një konvergjencë të lehtë drejt pozicionit të komanduar, me një anullim jo real progresiv të gabimit të pozicionit. Kjo konvergjencë e lehtë paraqitet përmes një sekuence inversionesh në shpejtësi pas çdo hapi llogaritjesh komputerike (sjellje tipike e një instabiliteti numerik) si në rastin e **PCOMG2 (GP-MD)** që tregohet në grafikun përkatës (për shkak të jovazhdueshmërisë së tij në lidhjen mes forcës së fërkimit dhe të vetë shpejtësisë) dhe nëse zgjedhim një konstate viskoziteti shumë të lartë kjo gjë shfaqet dhe në rastin e **PCOMG2 (GP-MV)**. Në rastin e fundit, zgjedhja e një vlere të përcaktuar të konstantes së viskozitetit na lejon që të evitojmë inversionin e shpejtësisë siç tregohet në grafikun përkatës. Nga analizimi i përgjithshëm, na rezulton qartazi paaftësia e këtyre dy modeleve të fundit të konsideruar (hiperviskoz dhe jo te vazhdueshëm) për të simuluar në mënyrë korrekte kondita stacionare me një gabim pozicioni konstant dhe të vazhdueshëm; këto konsiderata janë të paraqitura nga ana tjetër në mënyrë mjaft korrekte nga modeli i fërkimit i propozuar më sipër.


PICOMG2(GP-MV)
x 10^-3
XJ [dm]
Com [dm]
DXJ [10*m/s]
XS [dm]
P12 [10*GPa]
Time [s]

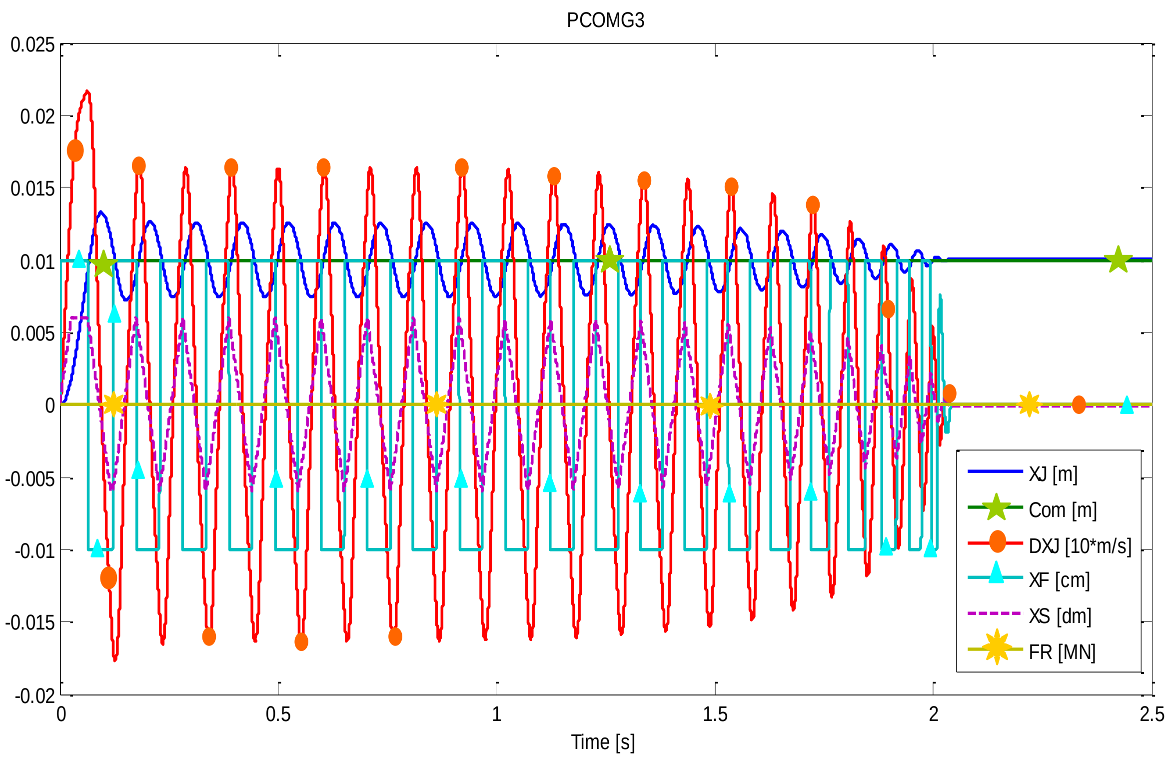

PCOMG2(GP-MD)
x 10^-3
XJ [dm]
Com [dm]
DXJ [10*m/s]
XS [dm]
P12 [10*GPa]
Time [s]


PCOMG2(GP-MV) (detaj)
x 10^-7
DXJ [10*m/s]
Time [s]



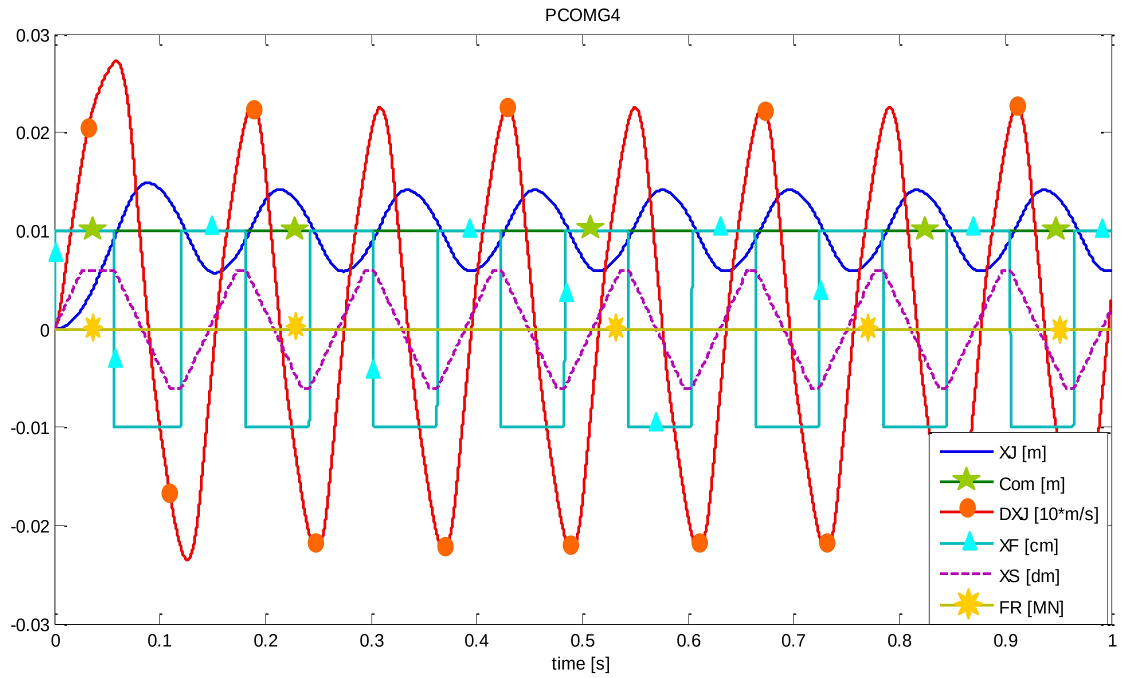
Rasti: PCOMG3

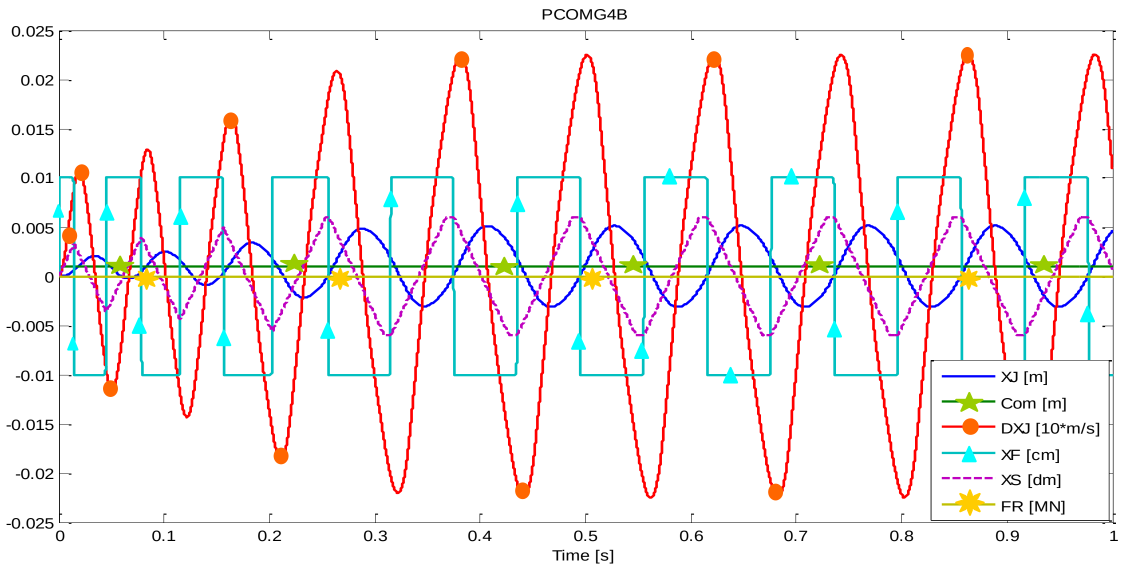
Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe komandë finale 0.01 m.
Përfitim në prurje **GQS = 0.3 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda.



Rritja e **GQS** thekson të gjithë efektet jostabilizues të parë në rastin më sipër **PCOMG2**, megjithë konservimin akoma të një stabiliteti shumë të vogël (në regjim gati në 2 s).
Si do rezultojë dhe në simulimet e bëra më poshtë, mund të vërehet gjithashtu që frekuenca e lëkundjeve dhe shpejtësia me të cilën këto zbuten janë aq më të larta sa më pak zgjat në çdo cikël arritja e fund korsës nga ana e stadit të parë të valvolës.
Gjithashtu dhe në rastin aktual, me ndalimin e sistemit, pozicioni i komanduar nuk arrihet për shkak të fërkimit, duke ruajtur ecurinë e duhur si në rastet reale.

Rasti: PCOMG4 – PCOMG4B



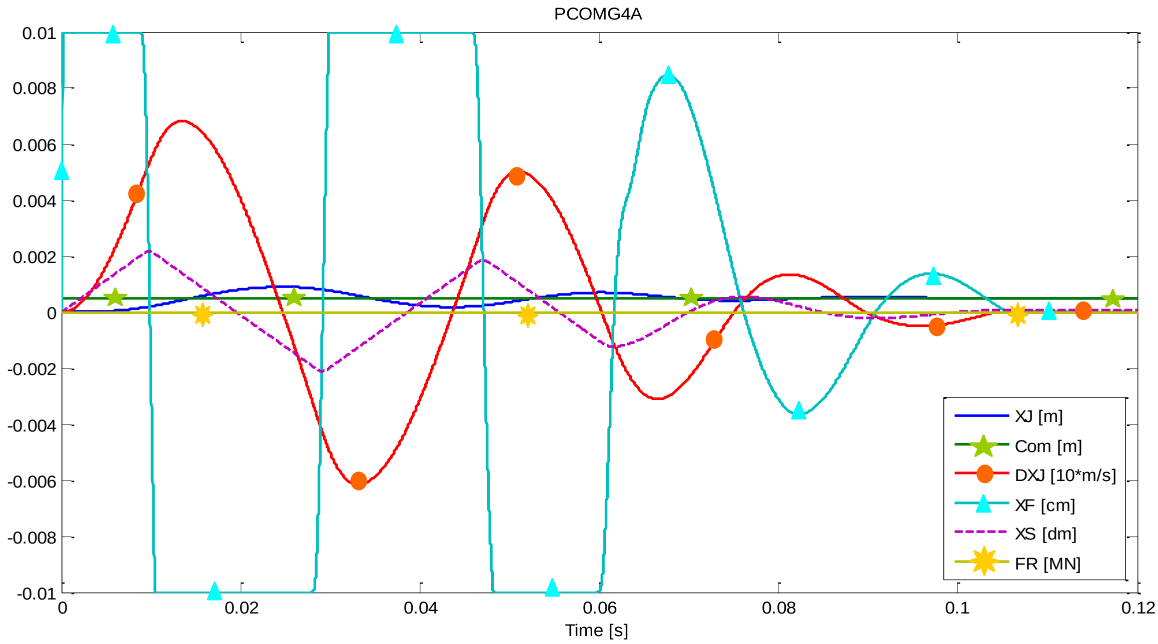


Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe komandë finale 0.01 m (**PCOMG4**) dhe 0.001 m (**PCOMG4B**).
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda.
Rritja e përfitimit në prurje **GQS** e bën sistemin të destabilizuar, si tregohet me mbajtjen e një cikli limit që konsiston në qëndrimin e papërcaktuar të lëkundjeve në një vlerë të stabilizuar amplitude. Në realitet, mund të nënvizojmë që cikli limit me amplitudë konstante mund të interpretohet si një indiferencë e ekuilibrit dinamik. Nga ana operative konditat në shqyrtim e japin këtë cikël si një efekt instabiliteti, meqenëse funksionimi korrekt i servomekanizmit është gjerësisht i kompromentuar. Në fakt nëse amplituda e lëkundjeve do bëhej për ndonjë arsye të jashtme më e vogël se ajo e ciklit limit, ekuilibri dinamik i sistemit do manifestohej i destabilizuar në konsideratë të tendencës së tij për të amplifikuar lëkundjet deri sa të rishkojë në ato të ciklit limit (si evidentohet në rastin tjetër **PCOMG4B**). Në të kundërt, ekuilibri i sistemit do manifestohej i stabilizuar me tendencë për të reduktuar amplitudën e lëkundjeve deri në atë të ciklit limit në rastin e një kalimi aksidental të amplitudës (**PCOMG4**). Arsyeja e një sjellje të tillë, është në prezencën e jo-lineariteteve të tipit “ngopje” në sjelljen mekanike dhe fluidike të stadit të dytë të valvolës, të cilat prodhojnë një efekt të krahasueshem me një reduktim përfitimi pozicioni të servomekanizmit në rastet e amplitudave të mëdha lëkundëse. Këto konsiderata, na lejojnë për të theksuar sesi sjellja e stabilizuar ose jo e servomekanizmit jo linearë nuk është ekskluzivisht një karakteristikë e brendshme e tija, por varet nga amplituda e ngacmimit. Vërehet gjithashtu, se kontributi i fërkimit coulombian në këtë rast, që ndër të tjera paraqet një efekt stabilizues meqenëse i heq energji sistemit, është gati i papërfillshëm ashtu si dhe paraqitet në provat reale të sistemit.

Rasti: PCOMG4A

Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe komandë finale 0.0005 m.
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda.
Përgjigja dinamike e servomekanizmit, që është identik me rastin **PCOMG4**, tregohet tani mjaft (dhe pse në mënyrë kufitare) e stabilizuar, në kontrast të hapur me çfarë u analizua më sipër. Spjegimi i këtij fakti lidhet me natyrën e veçantë të instabilitetit që është thënë se: është një konseguencë kryesisht e prezencës së fund korsës (jo linearitet i tipit “ngopje”) që kufizon lëvizjet e stadit të parë; nga ku ngacmimet shtyjnë stadin e parë të shkojë në fund korsën e tij, përgjigjet e stadit të dytë rezultojnë ndjeshmërisht të

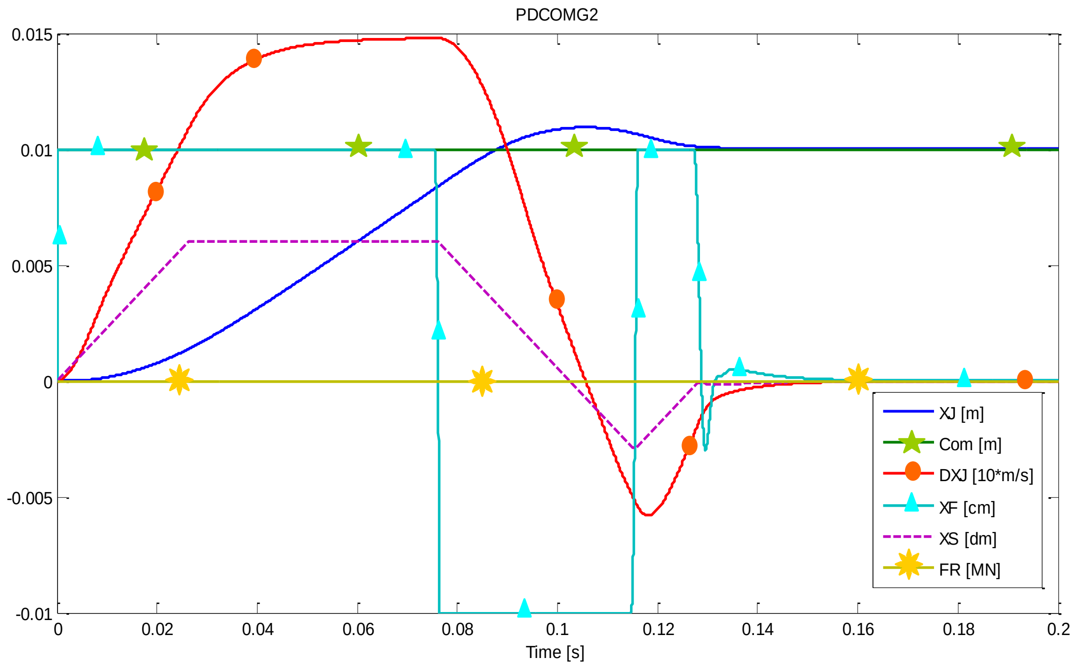
sfazuara në vonesë duke prodhuar një efekt jostabilizues mbi servokomandë, që mungon në kondita lineariteti. Në rastin kur një vlerë e reduktuar komande prodhon ngacmime të një madhësie të vogël (si në rastin prezent), spostimet e stadit të parë rrijnë në fund korsë për një kohë në përqindje më të vogël në krahasim me rastin **PCOMG4** duke i dhënë sistemit, të paktën në këtë aspekt, një sjellje të stabilizuar. Në rastet **PCOMG4** dhe derivatet e tij fërkimi statik luan në të vertetë një rol të pakët, nëse hiqet rasti i vetëm ku sistemi arrin të ndalojë në fund veprimin e tij; modeli simulon në mënyrë korrekte këto kondita.



Rasti: PDCOMG2

Komandë e shkallëzuar me pozicion fillestar 0 dhe komandë finale 0.01 m.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli proporcionale - derivative.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda.
Në krahasim me **PCOMG2** në këtë rast shtohet një derivues në logjikën e kontrollit të pozicionit. Ky element, derivon në kohë gabimin e pozicionit: rezultati i shumëzuar me një përfitim specifik na prodhon një kontribut shtesë korrenti pilotimi në servovalvol, në krahasim me atë të prodhuar në rastin e përfitimit vetëm proporcional. Në këtë mënyrë, merret efekti i rritjes së zbutjes të sistemit sepse veprimi i prodhuar është i ngjashëm (dhe pse me diferenca të vogla që do evidentohen në vazhdim) me atë të një unaze në shpejtësi. Gjenerohet efekt i barazvlefshëm me atë të një force shtesë (e tipit zbutës) mbi shtagë proporcionale dhe me shenjë të kundërt me shpejtësinë e veprimit: i gjithë ky veprim është i theksuar nga reduktimi i lehtë i overshootit deri kur unaza e rregullimit të pozicionit të jetë jo efikase për shkak të ndërhyrjeve të ngopjeve, efekti stabilizues mungon; dhe nga dobësimi më i theksuar i lëkundjeve të mbetura. Gjithashtu

në këtë rast, efekti i fërkimit është i treguar, ai verifikohet dhe në realitet nga vazhdimi i qendrimit të një gabimi pozicioni, jo më të reduktueshëm në mbarim të komandës.



Rasti: PCOMR2

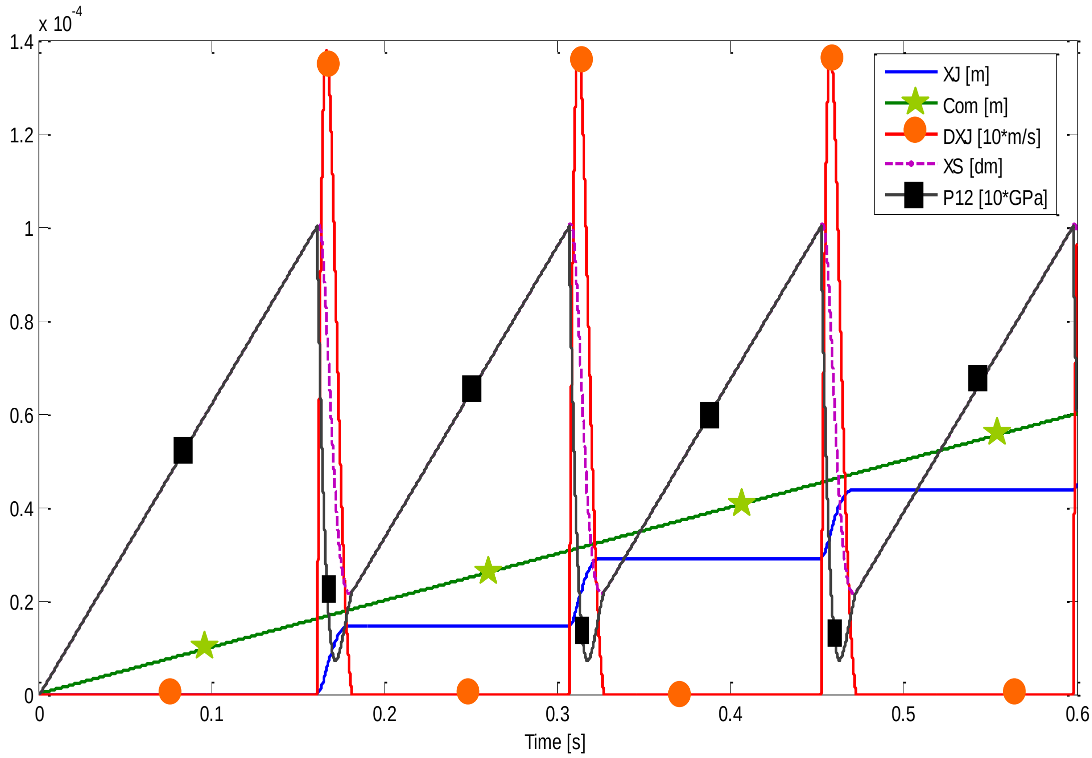
Komandë e pjerrët me pozicion fillestar 0 dhe pendencë = 0.1 mm/s.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda e pjerrët.
Përgjigja e shtagës nuk kopjon komandën e pjerrët në hyrje, por evoluon në formë të shkallëzimeve të njëpasnjëshme që ndahen nga njëri tjetri sipas një periode që varet nga pendenca e pjerrësisë së komandës dhe nga karakteristikat e servomekanizmit në veçanti, janë domethënëse karakteristikat e fërkimit dhe ngurtësia e pozicionimit të sistemit nën ngarkesë.
Kjo sjellje, vjen si konseguencë e drejtpërdrejtë e prezencës së fërkimit të thatë mbi shtage dhe në veçanti e faktit që forcat e fërkimit në kondita statike rezultojnë ndjeshëm më të larta në krahasim me ato në kondita dinamike. Kemi të bëjmë me një fenomen i njohur si stick-slip që gjen spjegimin e tij në konsideratat në vazhdim:

- Shtaga nuk fillon lëvizjen deri kur gabimi i pozicionit të mos jetë i tillë sa të përcaktojë nëpërmjet përfitimit të pozicionit të unazës së rregullimit dhe përfitimit në presion të valvolës, një presion diferencial që shumëzuar me sipërfaqen e përdorshme të pistonit të tejkalojë forcën e fërkimit statik;
- Në momentin kur shtaga ka filluar lëvizjen, ajo kundërshtohet nga një forcë fërkimi dinamike që është ndjeshëm më e ulët se forca e fërkimit

statike, që si konseguencë jep nxitimin e menjëhershëm të shtagës dhe në kohë reduktimin e gabimit të pozicionit;

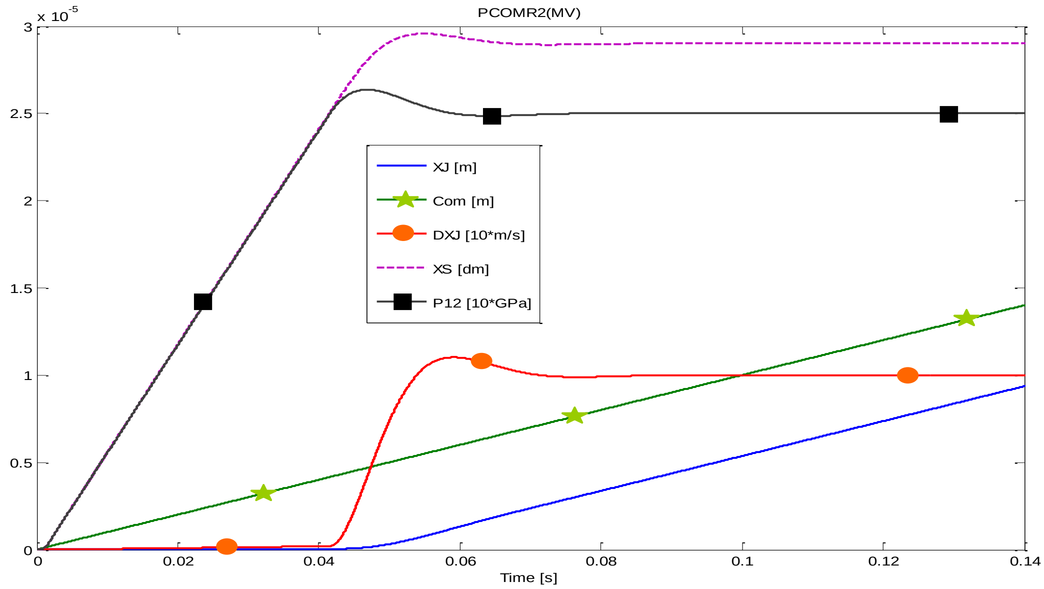
- Ky fakt i fundit përcakton, nëpërmjet unazës së rregullimit të pozicionit, rënien e presionit diferencial të komanduar në shtagë me konseguencë ngadalsimin dhe ndalimin e saj për rënie force aktive në krahasim me ato pasivet (fërkimet);
- Shtaga i nënshtrohet përsëri forcave të fërkimit statik, që e mbajnë të bllokuar deri në kapërcimin e ardhshëm që do ndërhyjë vetëm atëherë kur gabimi i pozicionit të jetë përsëri i rritur në mënyrë të përshtatshme duke sjellë një përsëritje periodike të gjithë fenomenit të përshkruar në pikat e mësipërme.

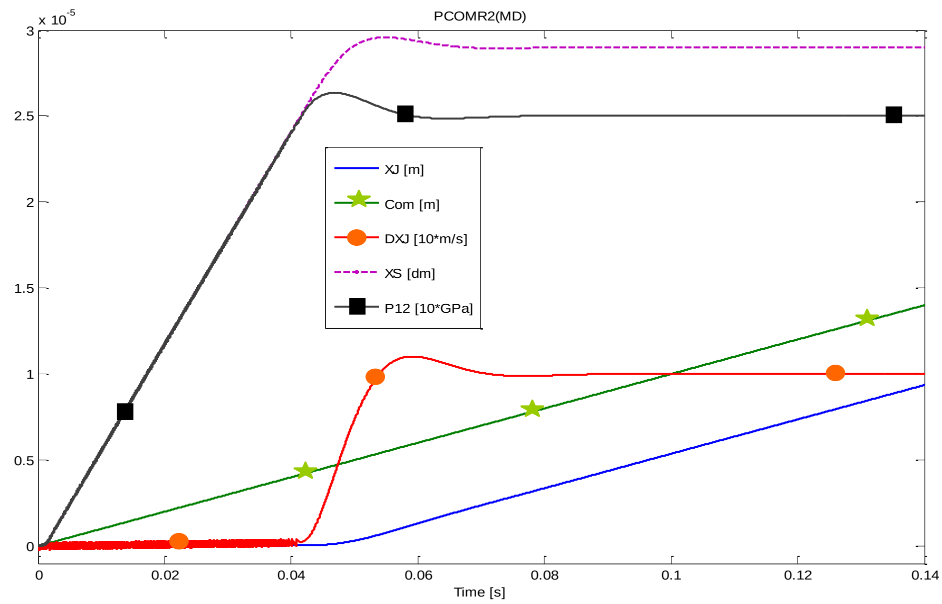
Si shihet në një rast të këtij tipi, dinamika e sistemit është shumë e influencuar nga prezenca e fërkimit të thatë që përcakton lindjen e fenomenit të njohur si stick-slip, që dhe ndodh në realitet.



Rasti: PCOMR2 (MV) dhe PCOMR2 (MD)

Dy rastet e analizuara në vazhdim janë tërësisht identike me **PCOMR2**, por përdorin dy modele të ndryshme fërkimi: modelin e fërkimit "hiperviskoz" me ngopje **PCOMR2 (MV)** dhe modelin e fërkimit "jo të vazhdueshëm" **PCOMR2 (MD)**, që u analizua më parë.
Që të dy këto modele në analizë, nuk janë të aftë për të simuluar shkallëzimin që karakterizon përgjigjen e sistemit real, i modelizuar në mënyrë korrekte në **PCOMR2**; konditat e qetësisë që i paraprin nisjes, gjithashtu nuk janë të paraqitura në mënyrë të përshtatshme si nga modeli **PCOMR2 (MV)** që paraqet vlera shpejtësie shumë të vogla por jo nule, ashtu dhe nga modeli **PCOMR2 (MD)** që jep lëkundje shpejtësie që janë sjellje tipike të instabilitetit numerik.

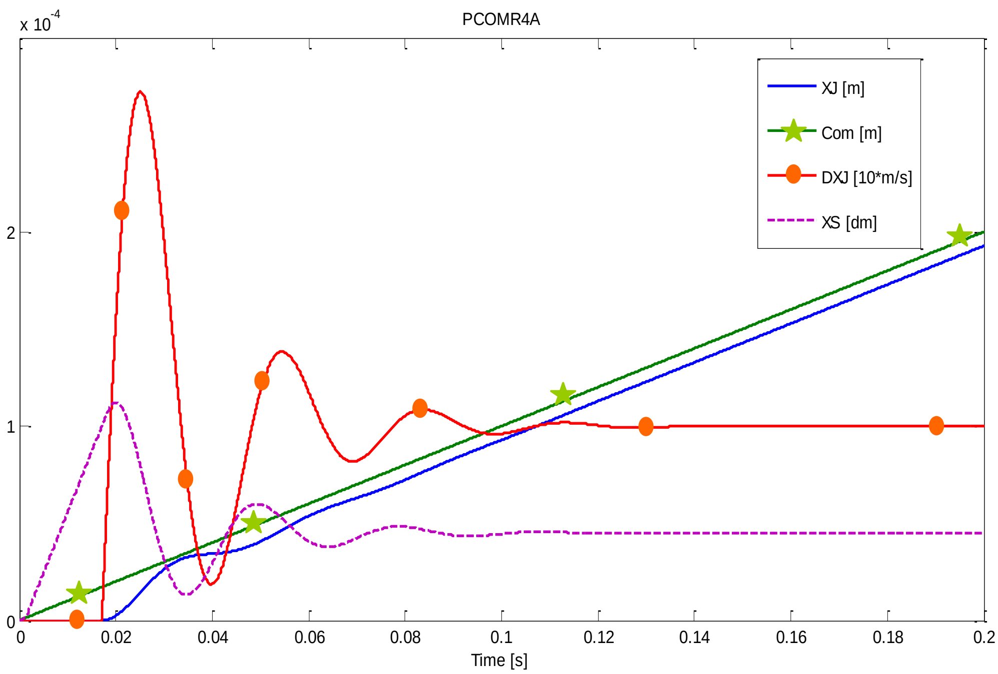




Rasti: PCOMR2A

Komandë e pjerrët me pozicion fillestar 0 dhe pendencë = 0.5 mm/s.
Përfitim në **prurje GQS = 0.2 m²/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda e pjerrët.
Përgjigja e shtagës kopjon komandën e pjerrët në hyrje vetëm pasi ka përfunduar një tranzitor fillestar në (0.09 s) i përbërë nga një interval kohe deri në rreth 0.033 s në të cilin forcat aktive nuk mbizotërojnë mbi forcat pasive (të fërkimit) duke ndalur lëvizjen. Intervali kohor që ndjek më pas (0.033 s në 0.09 s) pas nisjes së lëvizjes, arrihet një shpejtësi regjimi e barabartë me atë të vendosur nga pjerrësia e komandës. Në intervalin 0.033 – 0.09 s gabimi i pozicionit, që fillimisht është i tillë sa të bëjë lëvizjen e sistemit duke dhënë në këtë mënyrë forca aktive të barabarta ose më të larta se ato të fërkimit statik, reduktohet progresivisht deri në një vlerë regjimi të tillë sa të mbajë valvolën e hapur për të dhënë prurjen korresponduese me shpejtësinë në regjim e duke fituar kështu forcat e fërkimit dinamik dhe viskoz. Në krahasim me rastin e mëparshëm fenomeni i stick-slip nuk manifestohet sepse, duke qenë më e pjerrët komanda e dhënë pas nisjes nuk vendosen kondita për të cilat gabimi i pozicionit të rrijë aq i vogël dhe i gjatë në kohë sa të bëjë ndalimin e shtagës. Gabimi i pozicionit që manifestohet në nisje është tregues i zgjidhjes së servomekanizmit.

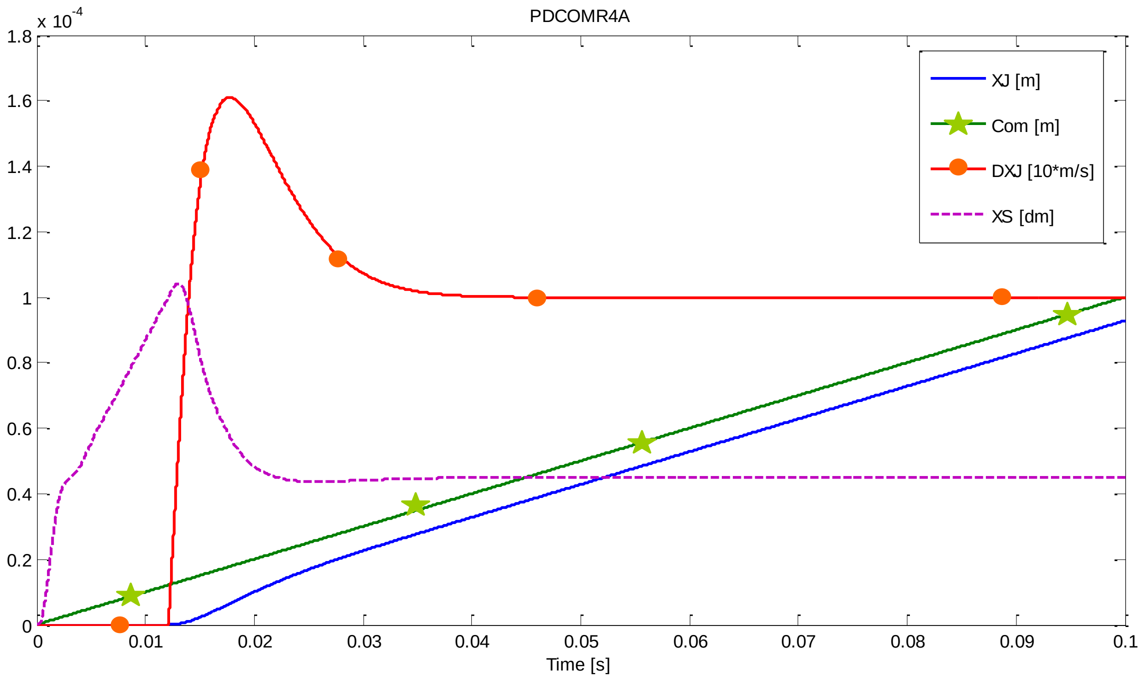
Rasti: PCOMR4A



Komandë e pjerrët me pozicion fillestar 0 dhe pendencë = 1 mm/s.
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m²/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.

Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda e pjerrët.
Shpejtësia më e lartë (në krahasim me **PCOMR2A**) e komandës së pjerrët i shkakton përgjigjes së sistemit një sjellje jo të shkallëzuar (pamvarësisht mungesën e derivuesit dhe efektin instabilizues për shkak të rritjes së **GQS**) që si konseguencë ka arritjen e shpejtësisë në regjim të barabartë me pendencën e komandës si në rastin e **PCOMR2A**.
Nisja bëhet në gati 0.017 s, ku forcat aktive fillojnë të mbizotërojnë mbi ato pasive të fërkimit statik pra të aderencës.
Vërehet se me **GQS = 0.4 m2/s** dhe pendencë komande të pjerrët prej 0.5 mm/s ndodh përsëri një shkallëzim.

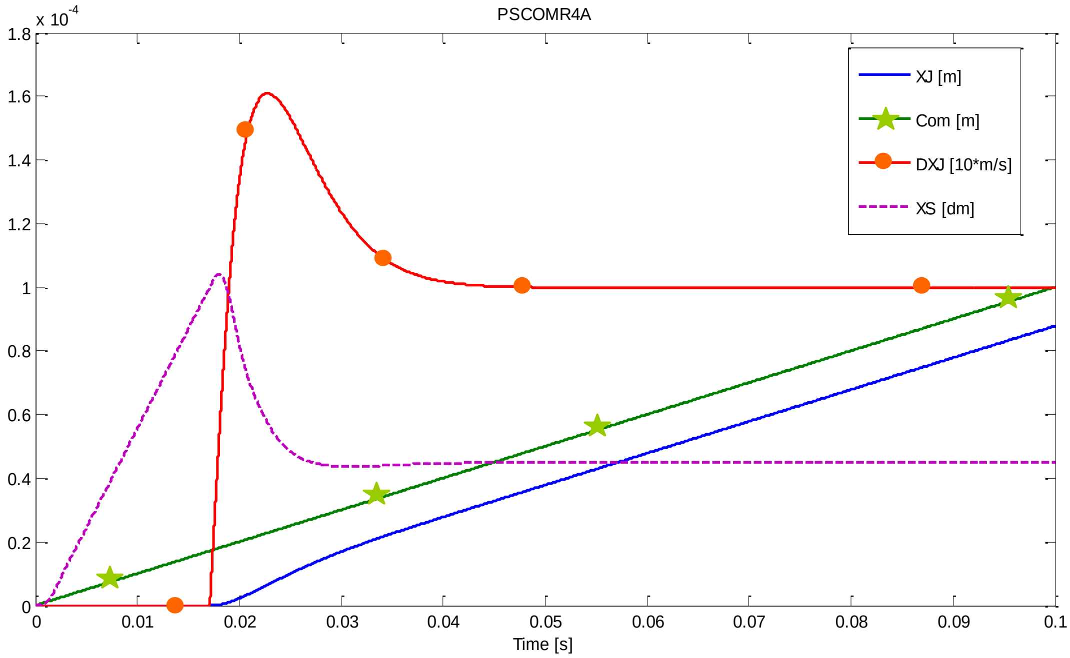
Rasti: PDCOMR4A



Komandë e pjerrët me pozicion fillestar 0 dhe pendencë = 1 mm/s.
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m^2/s**.
Logjikë kontrolli proporcionale - derivative.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda e pjerrët.
Në krahasim me rastin e mëparshëm, prezenca e derivuesit në logjikën e kontrollit rrit stabilitetin e servomekanizmit, siç tregohet nga numri më i vogël i lëkundjeve që manifestohen mes çastit të nisjes dhe atij të arritjes së shpejtësisë në regjim. Gabimi i pozicionit në regjim gjatë kohës së aplikimit të komandës së pjerrët është i njëjtë me rastin **PCOMR4A**, pamvarësisht rritjes së stabilitetit të servomekanizmit (funksion tipik i derivuesit të futur në logjikën e kontrollit të pozicionit) në këtë rast nisja, në limit të

forcave aderente, kryhet më përpara se në rastin më sipër duke bërë të spikasi kualiteti i zgjidhjes së servomekanizmit, për efekt të kontributit shtesë në hapjen e valvolës të dhënë nga derivuesi.

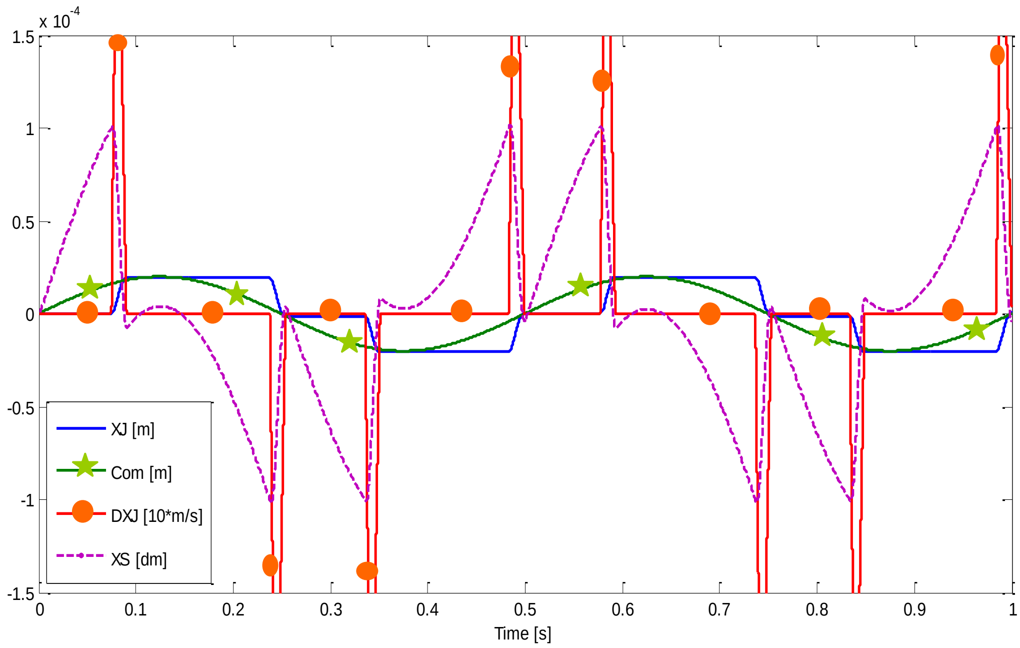
Rasti: PSCOMR4A



Komandë e pjerrët me pozicion fillestar 0 dhe pendencë = 1 mm/s.
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m^2/s**.
Logjikë kontrolli proporcionale me unazë në shpejtësi.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda e pjerrët.
Grada e stabilitetit e marë nga unaza në shpejtësi është e njëjtë në krahasim me atë të marë nga derivatori me përfitim (të njëjtë) i rastit **PDCOMR4A**, por në këtë simulim çasti i nisjes nuk paraprihet në krahasim me **PCOMR4A** dhe gabimi i pozicionit në regjim përgjatë komandës së pjerrët rezulton i rritur (respektivisht te **PCOMR4A** dhe te **PDCOMR4A**). Arsyeja e këtij fakti, qëndron në mënyrën e ndryshme të veprimit të unazës në shpejtësi në krahasim me derivuesin: unaza në shpejtësi shton një kontribut në hapje të valvolës proporcional por me shenjë të kundërt me shpejtësinë e veprimit të shtagës, ndërsa i dyti prodhon një kontribut të hapjes së valvolës proporcional me derivatin e gabimit të pozicionit ku ky i fundit është i barabartë me derivatin në kohë të komandës duke i hequr shpejtësinë e veprimit të shtagës; meqenëse derivati i gabimit të pozicionit anulohet gjatë aplikimit të komandës së pjerrët, kjo gjë nuk kryhet në rastin e shpejtësisë së veprimit të shtagës. Ndërhyrja e derivuesit në komandën e pjerrët në regjim anulohet, ndërsa ajo e unazës në shpejtësi ruhet dhe meqë vepron në mënyrë të ngjashme si një zbutës viskoz është e nevojshme një shtim tjetër gabimi pozicioni për të konservuar të njëjtën shpejtësi në regjim, duke fituar kështu efektin zbutës shtesë. Në tre rastet e fundit të analizuara efekti i fërkimit manifestohet në mënyrë të dukshme në

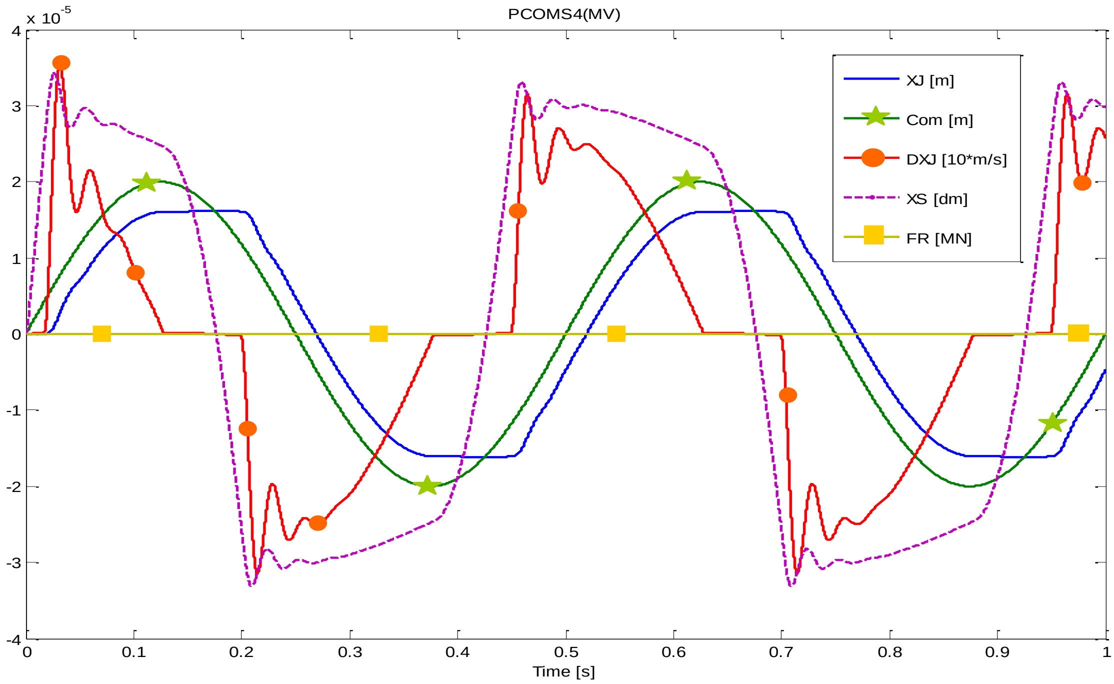
vonesën (në respekt me çastin e fillimit të pendencës) e nisjes së sistemit (zgjidhja e servokomandës) dhe në mënyrë më pak të dukshme, si kontribut në mbajtjen e një gabimi pozicioni jo nul gjatë egzekutimit të komandës së pjerrët.

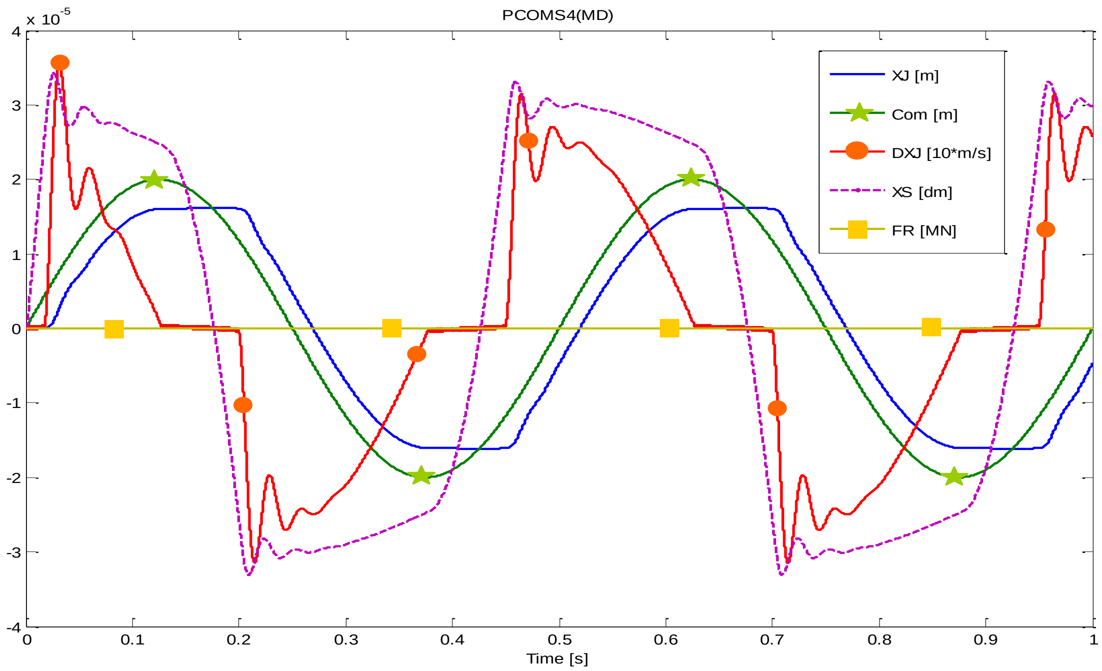
Rasti: PCOMS4



Komandë sinusoidale me amplitudë 0.02 mm dhe frekuencë 2 Hz.
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda sinusoidale.
Përgjigja e sisitemit nuk ka në asnjë rast karakteristika sinusoidale: kjo gjë vjen kryesisht për faktin e amplitudës shumë të reduktuar dhe të frekuencës modeste të komandës. Shpejtësia maksimale e kërkuar për veprim (pendenca maksimale e sinusoidës së komandës) është aq e vogël sa të induktojë përgjigje të shkallëzuara nga ana e shtagës, në analogji me sa u pa në rastin e mëparshëm të një komande me pjerrësi të vogël. Megjithatë, sistemi paraqet një përgjigje me karakter periodik ku evidentohet sfazimi jo i vogël i tij në krahasim me komandën, pa paraqitur zbutje të përceptueshme.

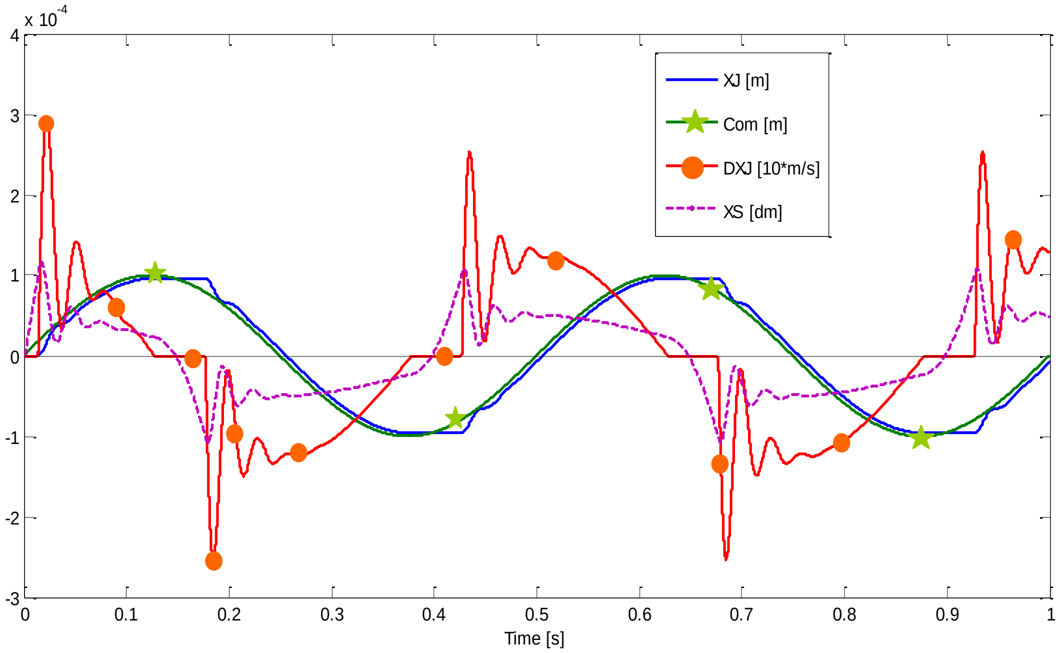
Rasti: PCOMS4 (MV) dhe PCOMS4 (MD)





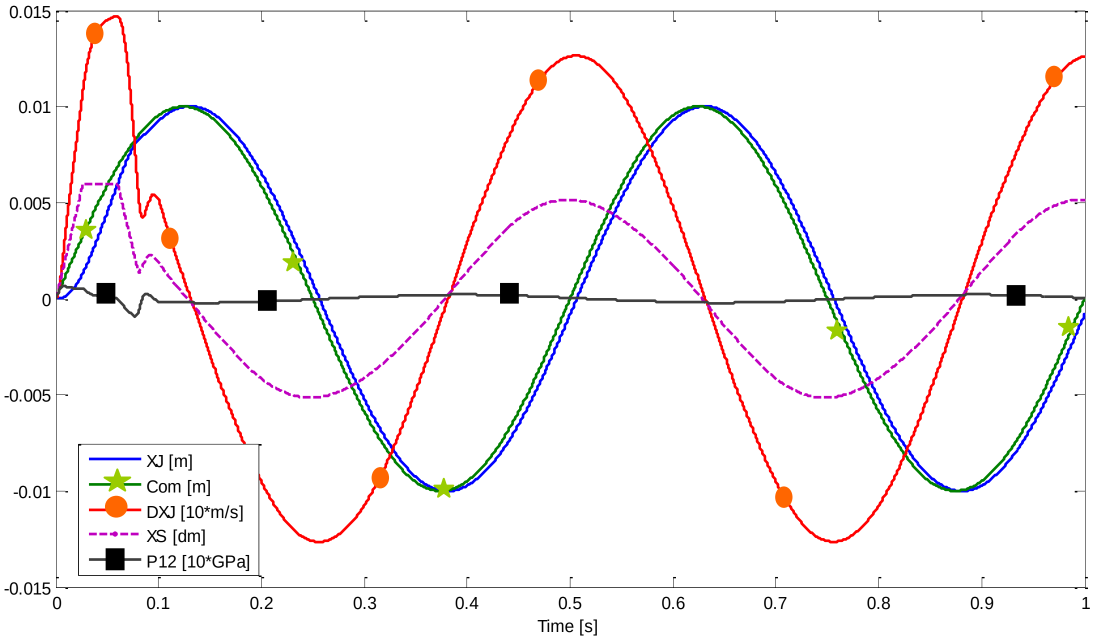
Këto dy raste më sipër janë totalisht identike me **PCOMS4**, por përdorin dy modele të ndryshme fërkimi: modelin e fërkimit “hiperviskoz” me ngopje **PCOMS4 (MV)** dhe modelin e fërkimit “jo të vazhdueshëm” **PCOMS4 (MD)**, si u trajtua dhe në rastet e mëparshme. Që të dy këto modele në shqyrtim nuk janë të aftë për të simuluar shkallëzimin që karakterizon përgjigjen e sistemit real dhe që modelizohet në mënyrë korrekte në **PCOMS4**; gjithashtu, kondita e qetësisë që karakterizon çdo inversion lëvizje nuk paraqitet në mënyrë të përshtatshme si nga modeli **PCOMS4 (MV)**, që tregon vlera shpejtësie shumë të vogla por jo nule dhe as nga modeli **PCOMS4 (MD)** që paraqet lëkundje shpejtësie tipike të një jostabiliteti numerik.

Rasti: PCOMS4A



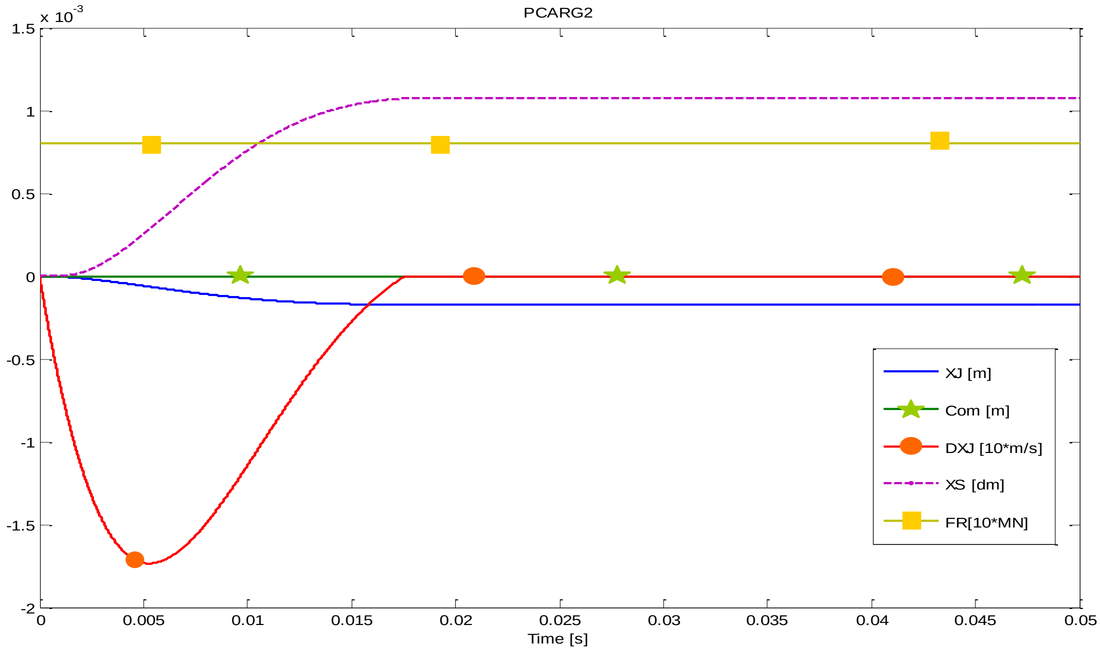
Komandë sinusoidale me amplitudë 0.1 mm dhe frekuencë 2 Hz.
Përfitim në prurje **GQS = 0.4 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda sinusoidale.
Rritja e amplitudës në respekt me rastin e mësipërm na jep një përgjigje me karakteristika më pak të spostuara nga ecuria sinusoidale meqenëse shpejtësia maksimale e kërkuar për veprim është e tillë sa të shtyjë për një përgjigje jo të shkallëzuar nga ana e shtagës; megjithatë evoluimi relativisht i ngadalshëm i madhësisë së komanduar në zonën e matjeve të sinusoidës shkakton që sistemi të ketë kohë dhe të ndalojë në kondita të vogla gabimi pozicioni që si konseguencë kanë rinisjen e vonuar në momentin që rritja e gabimit të pozicionit jep kondita të reja nisje. Sfazimi dhe zbutja e përgjigjes mund të konsiderohen të ulta dhe efekti i fërkimit është i përceptueshëm por i vogël, si në rastet e analizimeve të ngjashme reale.

Rasti: PCOMS2



Komandë sinusoidale me amplitudë 10 mm dhe frekuencë 2 Hz.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e martinetit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda sinusoidale.
Rritja e mëtejshme e amplitudës në respekt me rastin më parë (duke ju bashkëngjitur dhe një përfitim i reduktuar në prurje që përcakton një zbutje të rritur) na shpie në një përgjigje të sistemit me një përafrim shumë të mirë të sinusoidës (përveç tranzitorin e nisjes): shpejtësia e lartë e kërkuar për komandën dhe kalimi i shpejtë i zonave të pikut bën të mundur që mos të kemi as përgjigje të shkallëzuara dhe as ndalime të zgjatura në inversion të shpejtësisë. Sfazimi në vonesë është shumë i reduktuar dhe nuk kemi manifestim të ndjeshëm amplifikimi përgjigjeje. Efekti i fërkimit është në këtë rast gati i anuluar, si duhet të pritej në realitet.

Rasti: PCARG2



Ngarkesë e shkallëzuar me vlerë fillestar nule dhe atë finale 8000 N dhe komandë konstante = 0 m pa kërkesë për vënie në veprim, por në prezencë të një “ngacmimi” të përbërë nga ngarkesa.

Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.

Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.

Mungesë histereze, leakage.

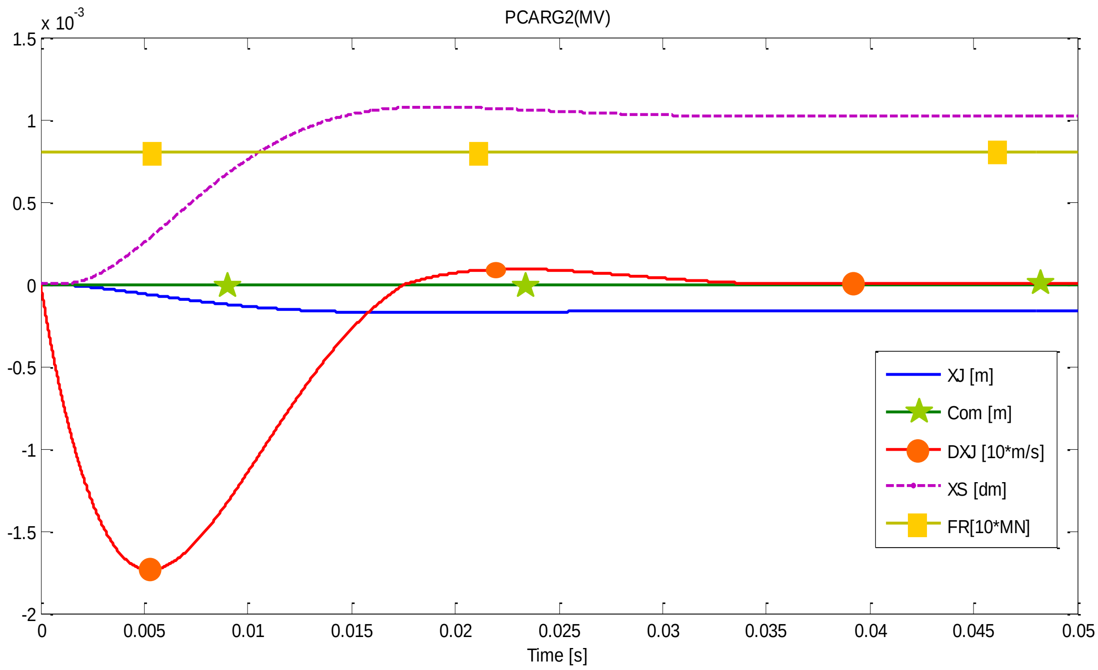
Presion ushqimi konstant.

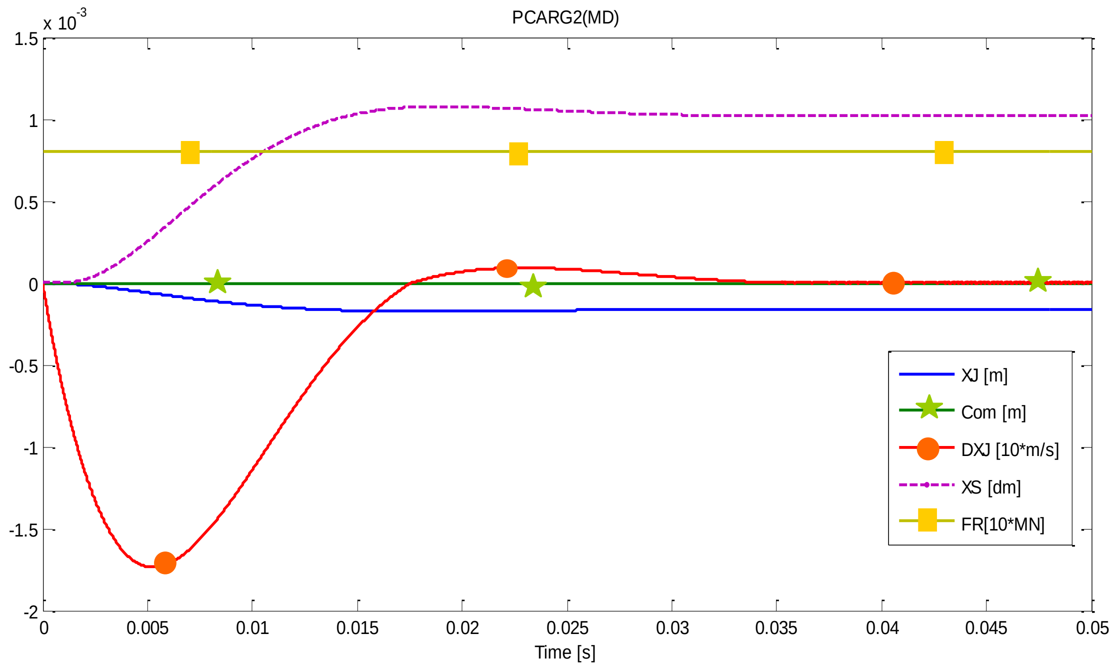
Në çastin **Time = 0** aplikohet ngarkesa 8000 N që indukton një spostim jo të komanduar të organit të kontrolluar.

Nëpërmjet një sjellje dinamike të ngjashme me atë të përshkruar më parë (për shembull rasti i **PCOMG1**) sistemi shkon në mënyrë korrekte drejt një kondite qetësie të karakterizuar nga një gabim pozicioni permanent që vjen për shkak të prezencës së ngarkesës konstante **FR** ku kësaj i shtohet një vlerë e përcaktuar e forcës së fërkimit statik që varet nga konditat e ndalimit.

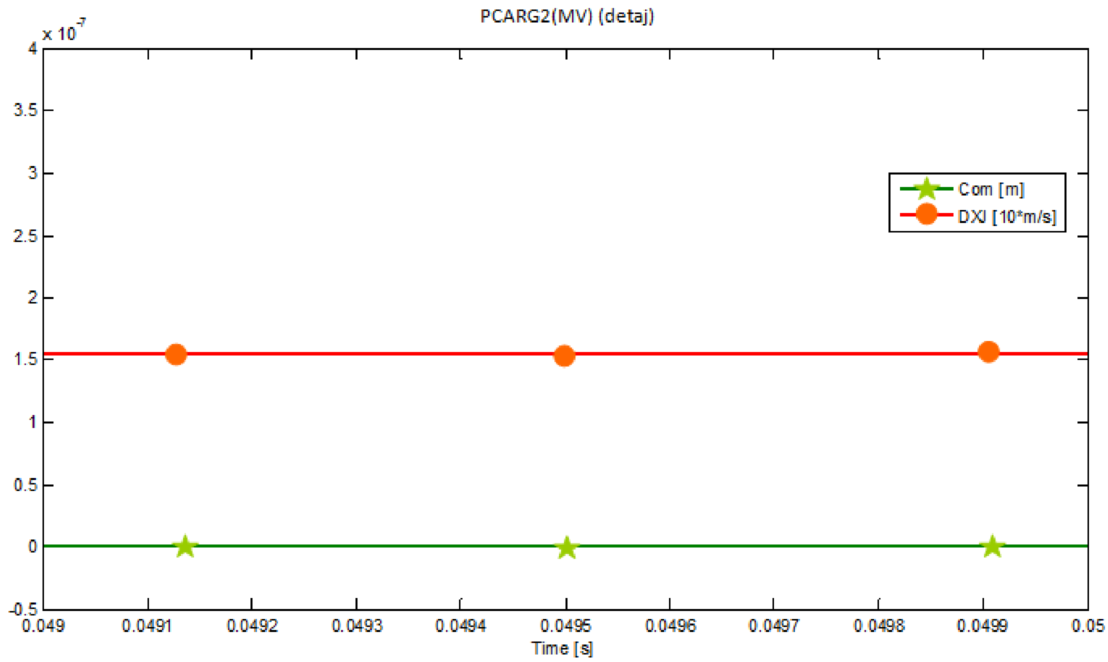
Është rasti të evidentojmë që gabimi i pozicionit në kondita stacionare do jetë i ndryshëm nga ai që do rezultonte nga simulimi i rastit me fërkim të anuluar; nga kjo gjë mund të nxjerim si përfundim që modeli i propozuar për llogaritë e veprimit të fërkimit coulombian është korrekt.

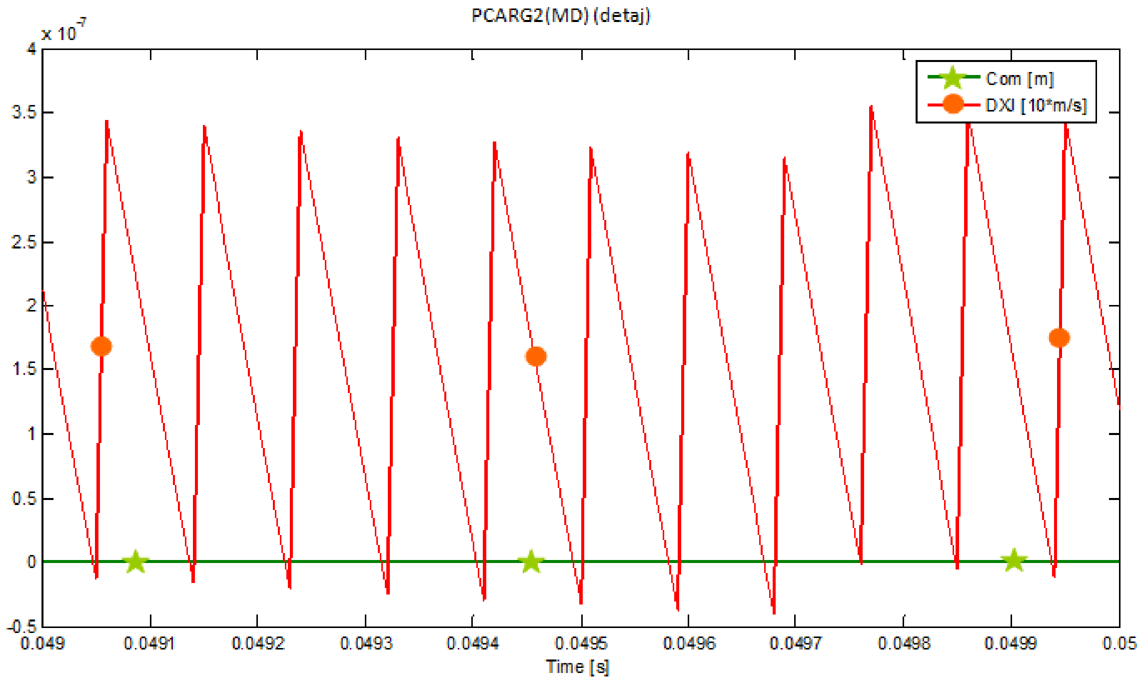
Rasti: PCARG2 (MV) dhe PCARG2 (MD)





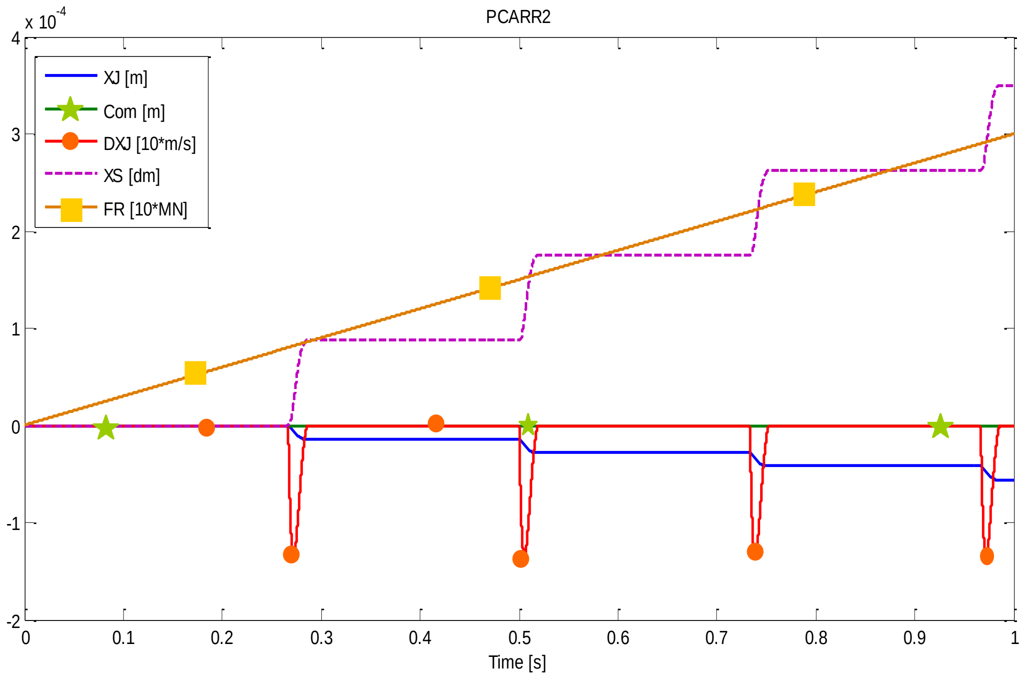
Dy rastet e analizuara këtu më sipër, janë tërësisht identike me **PCARG2**, por përdorin dy modele të ndryshme fërkimi: modelin e fërkimit "hiperviskoz" me ngopje **PCARG2 (MV)** dhe modelin e fërkimt "jo të vazhdueshëm" **PCARG2 (MD)** si u analizua më parë.





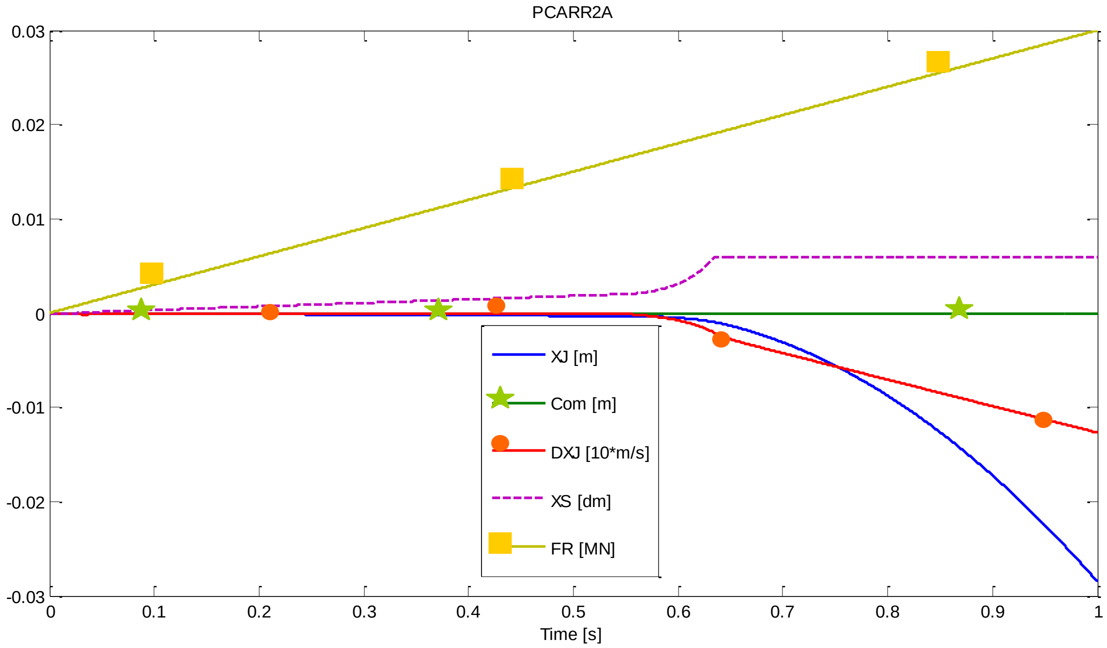
Nuk evidentohen diferenca të mëdha në sjelljen dinamike deri në arritjen e majave të (overshootit) në rreth **Time = 0.017 s**; më pas që të dy modelet në shqyrtim nuk janë të aftë për të dhënë konditën e drejtë të qetësisë (**DXJ = 0**) të organit të kontrolluar që meret në rastin e **PCARG2**, por japin një konvergjencë të lehtë drejt pozicionit të komanduar, me një progresion jo real të anulimit të gabimit të pozicionit. Konvergjenca e lehtë mund të shpjegohet nëpërmjet një sekuence inversionesh shpejtësie pas çdo hapi kalkulimesh (instabilitet numerik) si dhe është me siguri në rastin e **PCARG2 (MD)** (grafiku i detajuar). Vetëm nëse zgjidhet një konstante viskoze shumë e lartë mund të shihet dhe në rastin e **PCARG2 (MV)** (grafiku i detajuar). Rezulton e qartë paaftësia e dy modeleve më sipër (atij "jo të vazhdueshëm" dhe atij "hiperviskoz") për të simuluar në mënyrë korrekte konditën stacionare me gabim pozicioni të qëndrueshëm konstant që nga çasti i arritjes së overshootit; kjo konditë nga ana tjetër riprodhohet me shumë saktësi nga modeli i propozuar në shembujt e tjerë dhe i ndërtuar me Matlab/Simulink.

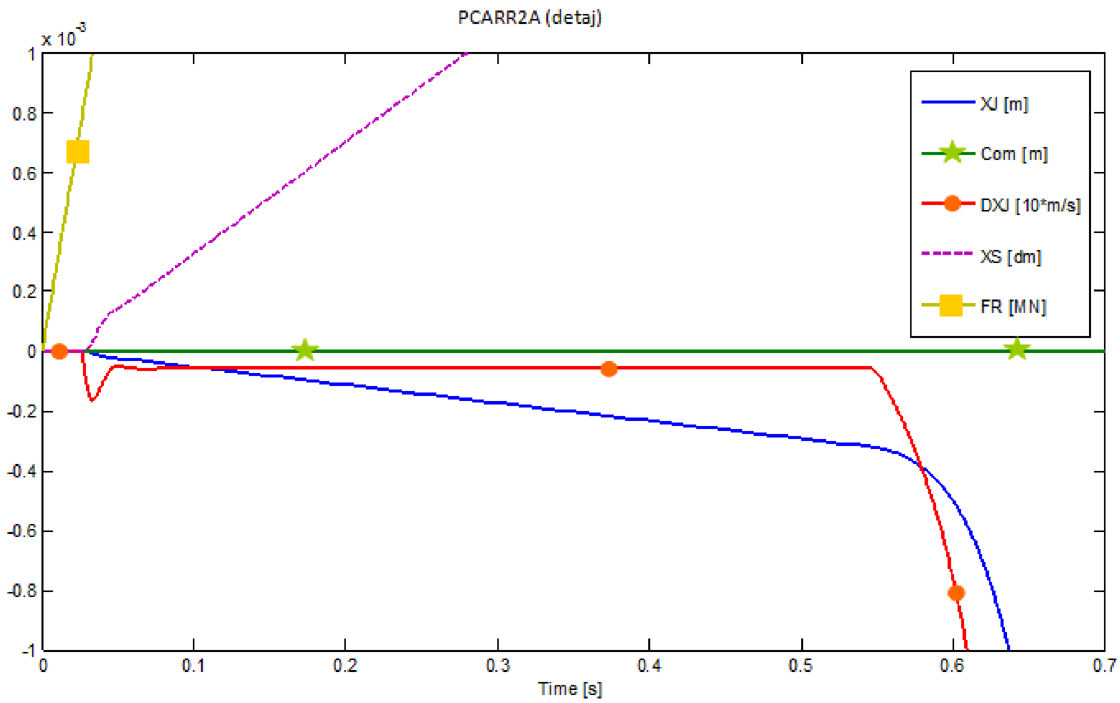
Rasti: PCARR2



Ngarkesë e pjerrët me pendencë 3000 N/s dhe komandë konstante = 0 m pa kërkesë për vënie në veprim, por në prezencë të një "ngacmimi" të përbërë nga ngarkesa.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m²/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze dhe leakage.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet ngarkesa me pendencë.
Në analogji, me sa u pa në rastin e një komande me pjerrësi të ngadaltë, sistemi përgjigjet në mënyrë të shkallëzuar, duke dhënë në këtë mënyrë gabime pozicioni që rriten me shkallë në kohë. Efekti i fërkimit dhe llogaritja korrekte e tij nga ana e programit manifestohen në shkallëzimet e pozicionit dhe gabimet me të cilat komanda reagon në aplikimin progresiv të ngarkesës.

Rasti: PCARR2A

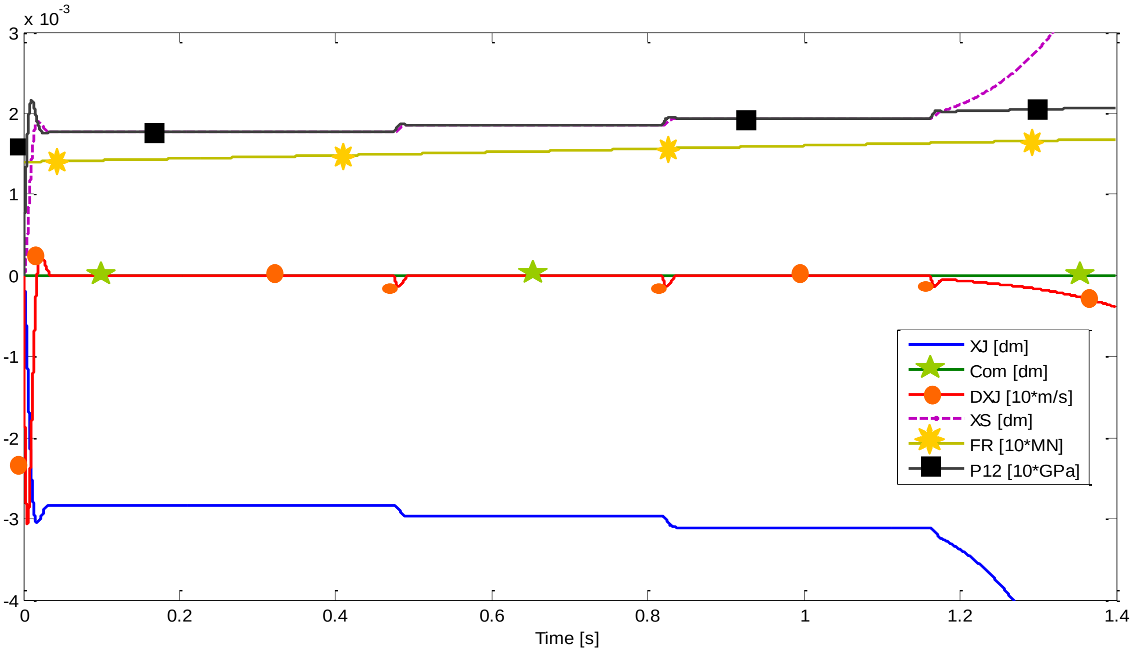




Ngarkesë e pjerrët me pendencë 30000 N/s dhe komandë konstante = 0 m pa kërkesë për vënie në veprim, por në prezencë të një “ngacmimi” të përbërë nga ngarkesa.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.
Mungesë histereze dhe leakage.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet ngarkesa me pendencë.
Në mënyrë të ngjashme siç u paraqit në rastin e një komande të pjerrët të shpejtë, sistemi përgjigjet pas një tranzitori fillestar me aderencë dhe nisje të mëpasshme, me

anë të një spostimi linearë në rritje të pistonit dhe me një evoluim korrespondues të gabimit të pozicionit. Vihet re se simulimi është ndërprerë në kohën **Time = 1 s** meqenëse, në kohën **Time = 0.57 s**, ngarkesa e dhënë ka arritur në vlerën e humbjes së komandës së servomekanizmit me valvolën tashmë në pozicion tërësisht të hapur dhe në mënyrë konseguente sistemi shkon tërësisht jasht kontrollit me rritje të shpejtë të gabimeve. Efekti i fërkimit dhe llogaritja korrekte e tij nga ana e programit manifestohen në nisjen e vonuar të sistemit pas aplikimit të ngarkesës me pendencë, si vërehet nga grafiku **PCARR2A** (i detajuar).

Rasti: PCARR3



Ngarkesë e pjerrët me pendencë 2000 N/s pas një shkallëzimi fillestar prej 14000 N dhe komande konstante = 0 m pa kërkesë për vënie në veprim, por në prezencë të një "ngacmimi" të përbërë nga ngarkesa.

Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.

Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.

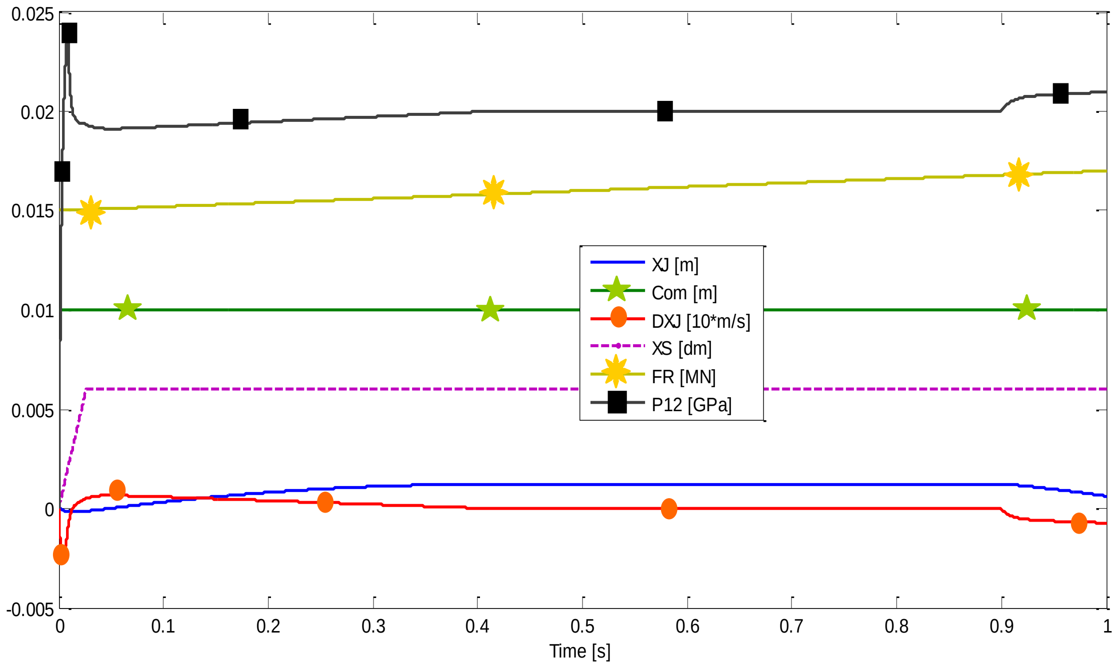
Mungesë histereze dhe leakage.

Presion ushqimi konstant.

Në çastin **Time = 0** aplikohet ngarkesa me pendencë.

Në analogji për sa u pa për rastin e komandës së pjerrët të ngadaltë, pas një tranzitori fillestar si konseguencë e ngarkesës së shkallëzuar, sistemi përgjigjet duke dhënë gabime pozicioni në rritje me shkallëzim në kohë. Shkallëzimi vjen për shkak të fërkimit të thatë, i llogaritur në mënyrë të drejtë nga ana e programit. Vihet re se, simulimi është ndërprerë në kohën **Time = 1.4 s** meqenëse, në kohën **Time = 1.16 s**, ngarkesa e dhënë ka arritur në vlerën e humbjes së servomekanizmit me valvolën tërësisht të hapur, kështu sistemi, pas një rritje tjetër të ngarkesës të barabartë me fërkimin kalon jashtë kontrolli me rritje të menjëhershme të gabimeve. Vërehet gjithashtu, që kur arrihen kondita përtej cedimit me pa mundësi arritje në pozicion, logjika e rregullimit dhe e kontrollit operon në mënyrë të gabuar: në këtë rast, për të limituar rritjen e pakontrolluar të gabimit të pozicionit, vlen të mbyllet valvola; ndërsa gabimi i madh i jep rregulluesit mundësinë për të marë maksimumin e **XS** të mundshëm në iluzionin e kundërshtisë së ngacmimit. Kjo mënyrë sjellje, që është korrekte në vlera poshtë ngarkesave që shpien në humbjen e sistemit, nuk këshillohet për vlerat më të larta. Gjithsesi, duhet thënë se në rastin e komandave në aviacion kondita e tejkalimit në ngarkesa cedimi konsiderohen si jasht projekti, ekstreme dhe shumë të përkohshme sa mos të kompromentojnë komandën.

Rasti: CEDIMI



Në simulimin më sipër jepet një provë tipike cedimi, që konsiston në dhënien e një komande dhe njëkohësisht të një ngarkese të pjerrët në antagonizëm me komandën duke filluar nga një vlerë e lartë por më e vogël se ajo e nisjes (që gjithashtu është më e vogël se vlera e cedimit) së martinetit për të përfunduar në një vlerë më të lartë se ajo e cedimit.

Komandë e shkallëzuar me vlerë 0.01 m.

Ngarkesë e pjerrët me pendencë 2000 N/s duke filluar nga një shkallëzim fillestar prej 15000 N.

Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s.**

Logjikë kontrolli tërësisht proporcionale.

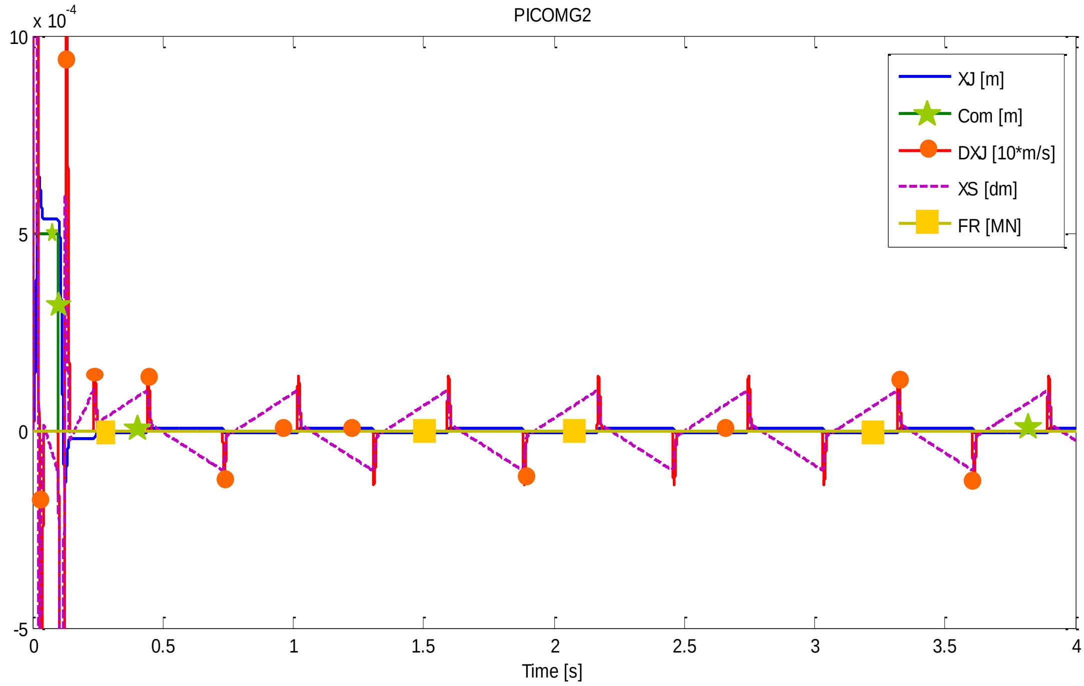
Mungesë histereze dhe leakage.

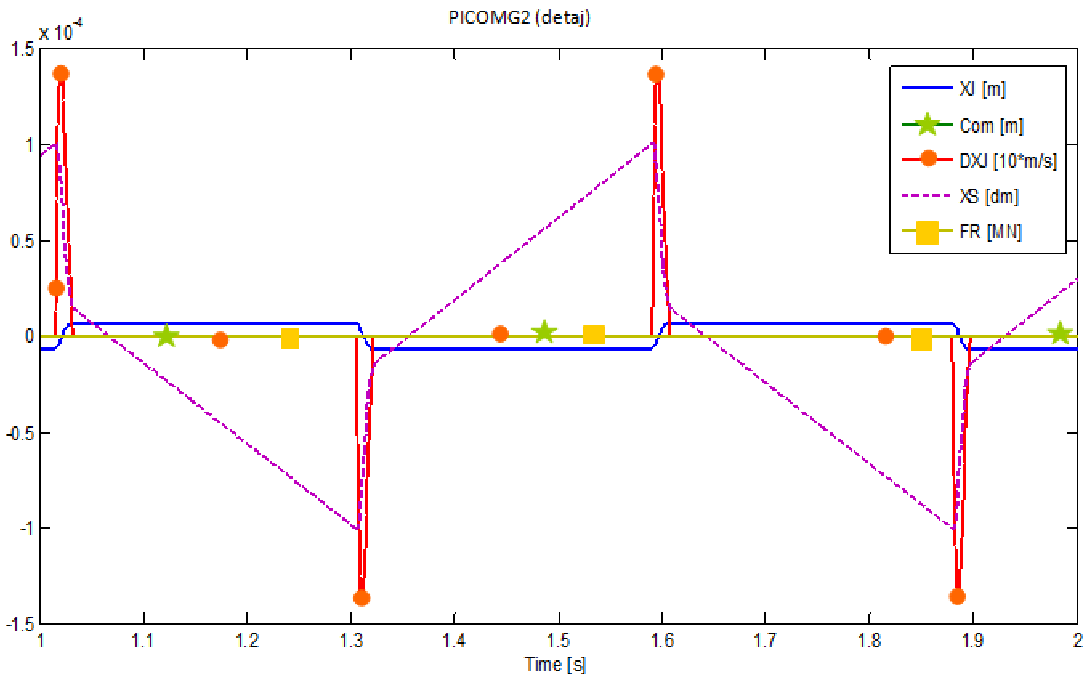
Presion ushqimi konstant.

Ngarkesa si fillim më e vogël se ajo e nisjes lejon spostimin e shtagës në drejtimin e kërkuar nga komanda e dhënë duke pasur një tranzitor të vogël fillestar shkallëzues të servomekanizmit për shkak të ngarkesës me vlerë të vogël. Shpejtësia e krijuar e spostimit, që në fillim është më e lartë, pëson një reduktim progresiv për efekt të ngarkesës në rritje që kundërshton lëvizjen e dhënë, deri sa bëhet ndalimi total i shtagës në kohën **Time = 0.4 s** (ku arrihet kondita e cedimit). Vazhdimi i rritjes së ngarkesës deri në 0.9 s nuk prodhon më lëvizje të tjera të shtagës sepse fërkimi statik arrin gjithsesi të ekuilibrojë forcat aktive prezente. Në çastin **Time = 0.9 s** ngarkesa arrin një vlerë më të lartë se ai i cedimit teorik të pistonit (presion diferencial maksimal i dhënë nga impianti hidraulik shumëzuar për sipërfaqen e përdorshme) në një madhësi të barabartë me forcën e fërkimit statik dhe kjo gjë bën vënien në lëvizje të shtagës në drejtimin e kundërt me atë të komanduar (nisje në kondita mbingarkese). Rënia konseguente e shpejtë e fërkimit pas nisjes me ngarkesë, përcakton një lëvizje pak a shumë të nxituar, me humbje kontrolli nga ana e komandës. Në këtë provë, modelizimi korrekt i fërkimit është i domosdoshëm për të përshkruar në mënyrë komputerike fenomenet e përfshira.

Rasti: PICOMG2

Komandë me shkallëzim të dyfishtë, me pozicion fillestar 0 m, komandë të ndërmjetme me 0.0005 m dhe komandë finale me vlerë 0 m.
Përfitim në prurje **GQS = 0.2 m^2/s**.
Logjikë kontrolli proporcionale - integrative.
Mungesë histereze, leakage dhe ngarkese të jashtme mbi shtagën e pistonit.
Presion ushqimi konstant.
Në çastin **Time = 0** aplikohet komanda **Com = 0.0005 m** e ndjekur nga një kundër - komandë që azeron komandën e mëparshme; qëllimi është për të ngacmuar sistemin nga kondita e qetësisë, duke dashur pastaj për ta rikthyer drejt pozicionit fillestar (zero).
Nën efektin e fërkimit të thatë servomekanizmi ka tendencë të ndalet në një pozicion të ndryshëm nga ai i komanduar; kjo gjë bën qëndrimin e një gabimi pozicioni jo zero që duke u ndjerë në hyrje nga blloku integrues, përcakton ndryshimin progresiv të korrentit të pilotimit të servovalvolës deri në çastin kur kjo bën nisjen e servomekanizmit me obiektivin për të anuluar gabimin vetë të këtij pozicioni të pa dëshëruar. Kjo nisje normalisht nuk arrin gjithsesi që të anulojë gabimin e pozicionit dhe që pëson një ndërrim shenje duke bërë përsëri ndalimin e sistemit. Në kondita të tilla integratori rifillon progresivisht që të ndryshojë daljen e tij me qëllimin për të çuar në zero gabimin e ri të pozicionit. Pas njëfarë kohe do ndjekë një nisje e re që do provokojë një gabim tjetër pozicioni stacionarë me shenjë të kundërt me të parin. Për sa u paraqit këtu më lart, del qartë se një servomekanizëm i karakterizuar nga fërkim i thatë i lartë në krahasim me forcat aktive të prodhuara nga shtaga, jep një diferencë stabiliteti jo shumë të madhe, përfshirë këtu, bashkarisht dhe prezencën e një integratori të mirëfilltë brenda ligjit të kontrollit. Këto sisteme paraqesin në kondita stacionare mundësinë e prezencës së një sekuence shkallëzimesh që kanë shenja të kundërta, në pozicionin e kontrolluar të servomekanizmit, gjendje e ndërprerë me kohë qetësie të sistemit.
Fenomeni i përshkruar më sipër është i modelizuar shumë mirë nga algoritmi i përdorur me programin e simulimit të ndërtuar; kjo gjë tregon përsëri, aftësinë e mirë të interpretimit të fenomeneve që interesojnë modelin e fërkimit coulombian.


PICOMG2
x 10^-4
10
5
0
-5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
Time [s]
XJ [m]
Com [m]
DXJ [10*m/s]
XS [dm]
FR [MN]


PICOMG2 (detaj)
x 10^-4
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
1
1.1
1.2
1.3
1.4
1.5
1.6
1.7
1.8
1.9
2
Time [s]
XJ [m]
Com [m]
DXJ [10*m/s]
XS [dm]
FR [MN]

18. Analiza e përfundimeve mbi modelin kompjuterik të sistemit në Matlab/Simulink

a. Si u paraqit dhe më parë, modeli matematik i servomekanizmit të pozicionit i propozuar në këtë punim është implementuar me anë të programit Matlab/Simulink në mënyrë që të marim një program simulimi të aftë që të na japi një nivel të kënaqshëm besueshmërie dhe saktësie të rezultateve duke ruajtur njëkohësisht dhe lexueshmërinë e lehtë të tyre dhe aksesibilitetin e të dhënave. Nuk duhet harruar sesi në të vertetë programe të tilla dhe në të kaluarën kanë zhvilluar modele numerike për këtë finalizim, por gjuha e programimit e një niveli të ulët (Basic, Fortran ose C) e bënte programin vështirësisht të "lexueshëm" dhe jo vetëm kundrejt një publiku "jo ekspert" (pra, përdorues që nuk kishin një aftësi programimi të mirë), por dhe kundrejt atyre që dhe pse kishin aftësitë e duhura në programim nuk dispononin modelin matematik të nevojshëm.
b. Kalimi në ambientin e simulimit të Matlab/Simulinkut lejon që të kalohen të gjithë këto probleme, duke na dhënë një paraqitje me anë të simboleve të algoritmave llogaritës të përdorur të cilët nga ana e tyre kanë një strukturë të ngjashme me diagramën me blloqe duke lehtësuar mjaft kuptueshmërinë e strukturës së sistemit dinamik, pra dhe lexueshmërinë e vetë modelit.
c. Mund të themi në këtë mënyrë, se tranzicioni nga gjuhët e sipërcituara të programimit në ambientin Simulink e bën modelin e propozuar të aksesueshëm nga një numër shumë më të madh përsoneli të interesuar (është e mjaftueshme që operatori të inkuadrojë problemin fizik dhe të jetë i aftë që të lexojë një diagramë me blloqe).
d. Kjo aksesyeshmëri e rritur nga ana tjetër paguhet me humbjen e karakteristikës strukturore sekuenciale të algoritmit (tipike për shembull e programit Fortran) dhe me një reduktim të ndjeshëm të nivelit të lexueshmërisë të algoritmave specifik që përdoren në llogaritë që kryhen.
e. Struktura sekuenciale, duke na lejuar që të njohim në mënyrë preçize fluksin e llogarive (pra dhe rregullin të sejcilit cikël integrimi që kryen instruksionet e dhëna), lehtësonte mjaft përkthimin e modelit matematik në atë ekuivalent numerik dhe na lejonte që ta zgjidhim në mënyrë mjaft sintetike. Këto probleme në ambientin Simulink janë shumë më të spikatura dhe kërkojnë modelime më të rafinuara.
f. Gjithashtu dhe fakti që modeli në Simulink realizohet përmes blloqeve elementare në formë të "mbyllur" paragjykon njohjen e logaritmave të përdorur në sejcilin bllok dhe mundësinë e ndërhyrjes për të modifikuar procesin e llogaritjeve.
g. Modeli i fërkimit coulombian i prezantuar në këtë punim, tregon mundësinë e tij të mirë për tu përdorur në programet komputerike në simulimin e servomekanizmave, në të cilët kërkohet një kompromis i mirë mes saktësisë së modelimit dhe shpejtësisë së ekzekutimit, me një kompaktësi konseguente

algoritmi. Të gjitha këto karakteristika janë verifikuar në këtë punim në një numër të madh të ndryshëm konditash funskionimi ku mes tyre janë përzgjedhur ato më përfaqësuese dhe diskutuar në paragrafët e mëparshëm. E gjithë kjo gjë, provon efikasitetin e modelit Simulink të propozuar, gjithashtu dhe superioritetin e tij në krahasim me programet e tjera përfshirë dhe ato të “default” që janë në librarinë dixhitale të vetë programit Simulink. Përdorimi i modelit në fjalë, paralelisht me përbërësit e fërkimit viskoz në unazën e kundërveprimit në shpejtësi të aktuatorit, rrit mjaft besueshmërinë e modelit numerik të servomekanizmit, duke e bërë të aftë që të simulojë me një përputhshmëri të madhe shkallëzimin e komandave të pjerrta ose sinusoidale, me vonesat tipike të nisjeve, gabimet e pozicionit në rregjim dhe përgjigjeve nën ngarkesë që i përshtaten veprimeve të fërkimeve të thata.

19. Lista e simboleve

Time = koha e ecurisë së fenomenit të simuluar [s]

Err = gabim pozicioni i shtagës [m]

Com = sinjali i komandës [m]

XJ = posizioni efektiv i shtagës [m]

GAP = përfitimi porporcional i amplifikatorit [mA/m]

GAI = përfitimi integrativ i amplifikatorit [mA/m/s]

GAD = përfitimi derivativ i amplifikatorit [mA*s/m]

Cor =rryma e pilotimit të servovalvolës [mA]

XF = pozicioni i stadit të parë të servovalvolës [m]

XS = pozicioni i stadit të dytë të servovalvolës [m]

XSM = fund korsa e stadit të dytë të servovalvolës [m]

GQS = përfitimi në prurje i stadit të dytë të servovalvolës [m^2/s]

QJ = prurja totale e destinuar për pistonin [m^3/s]

AJ = sipërfaqja e përdorshme e faqeve të pistonit [m^2]

FR = ngarkesa e jashtme [N]

DXJ = shpejtësia e çastit e pistonit [m/s]

P12 = presioni diferencial që vepron mbi piston [Pa]

F12 = forca e prodhuar mbi AJ nga P12 [N]

SV = servovalvola

20. Referencat

[1] Viersma T.J., *Analysis Synthesis and Design of Hydraulic Servo-systems and Pipelines*, Elsevier, Delft, 1980.

[2] Dransfield P., *Hydraulic Control Systems. Design and Analysis of their Dynamics*, Springer Verlag, Berlin, 1981.

[3] Jacazio G., Piombo B., *Meccanica Applicata alle Macchine*, Levrotto e Bella, Torino, 1990.

[4] Borello L., Villero G., *Confronto fra modelli semplificati di valvole di comando*, XI Congresso Nazionale A.I.D.A.A., Forlì, 14÷18 Ottobre 1991.

[5] Malvano R., Vatta F., *Dinamica delle Macchine*, Levrotto e Bella, Torino, 1993.

[6] Borello L., Villero G., *Simulazione di un Servomeccanismo Elettroidraulico*, dispense del corso "Strumentazione Aeronautica", A.A. 2001 – 2002.

[7] Borello L., Villero G., *I Modelli Semplificati nella Simulazione di Servomeccanismi: Tipi, Pregi, Difetti*, dispense del corso "Strumentazione Aeronautica", A.A. 2002 – 2003.

[8] Dalla Vedova M. D. L., *Proposta di Modelli Semplificati Lineari e non nella Simulazione di Servomeccanismi di Bordo*, Tesi di Laurea in Ingegneria Aerospaziale, Torino, Luglio 2003.

[9] Maggiore P., *Teoria dei Sistemi Dinamici*, dispense del corso "Sistemi di Bordo Aero-Elettro-Meccanici", A.A 2004 – 2005.

[10] L. Borello, M.D.L. Dalla Vedova, P. Alimhillaj, *I Sistemi Dinamici del Primo Ordine: Alcune Loro Significative Applicazioni*, Nota Scientifica Dipartimentale n° 254, DIASP, Politecnico di Torino, Novembre 2006.

[11] L. Borello, M.D.L. Dalla Vedova, P. Alimhillaj, *I Sistemi Dinamici del Secondo Ordine: Alcune Loro Significative Applicazioni*, Nota Scientifica Dipartimentale n° 255, DIASP, Politecnico di Torino, Novembre 2006.

[12] L. Borello, M.D.L. Dalla Vedova, P. Alimhillaj, *I servomeccanismi elettromeccanici ed oleodinamici: alcune applicazioni*, Nota Scientifica Dipartimentale n° 258, DIASP, Politecnico di Torino, December 2006

[13] L. Borello, M.D.L. Dalla Vedova, P. Alimhillaj, *Innovativo modello numerico Simulink di attrito coulombiano applicato ad un tipico servocomando aeronautico,* Nota Scientifica Dipartimentale n° 257, DIASP, Politecnico di Torino, December 2006.

[14] Borello L., Dalla Vedova M. D. L., *Load dependent coulomb friction: a mathematical and computational model for dynamic simulation in mechanical and aeronautical fields*, Internaional Journal of Mechanics and Control (JoMaC), Vol. 07, No. 01, 2006.

[15] Hahn, H., A. Piepenbrink and K. D. Leimbach, *Inputoutput linearization control of an electro servohydraulic actuator*. Proceeding of 3rd IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, August 1994, pp. 995-1000.

[16] M. D. L. Dalla Vedova, P. Alimhillaj – *Study of New Fluid Dynamic Nonlinear Servovalve Numerical Models for Aerospace Applications*. 2nd European Conference on Electrical Engineering & Computer Science 20 – 22 December 2018, Bern, Switzerland.