



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
UNIVERSITETI POLITEKNIK I TIRANËS
FAKULTETI I GJEOLOGJISË DHE I MINIERAVE
DOKTORATA “GJEOSHKENCAT, BURIMET NATYRORE DHE
MJEDISI”



DISERTACION

Lëvizja e ujërave nëntokësor të ndotur me
anë të modelit të konveksion – difuzionit

(për marrjen e gradës shkencore “Doktor”)

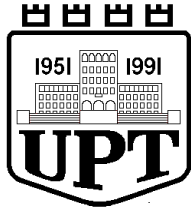
Doktoranti:

Msc. Dulian ZEQUIRAJ

Udhëheqësi Shkencor

Prof. Dr. Kristaq MUSKA

Tirana 2017



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
UNIVERSITETI POLITEKNIK I
TIRANËS



FAKULTETI I GJEOLGJISË DHE I MINIERAVE

DOKTORATA “GJEOSHKENCAT, BURIMET NATYRORE DHE MJEDISI”

DISERTACION

Lëvizja e ujërave nëntokësor të ndotur me anë të modelit të konveksion – difuzionit

(për marrjen e gradës shkencore “Doktor”)

Disertanti:

Msc. Dulian ZEQRARJ

Udhëheqës Shkencor:

Prof. Dr. Kristaq MUSKA

Mbrojtur më datë 28.03.2017 para Jurisë:

- | | |
|------------------------------|--------------------|
| 1. Prof. Dr. Irakli PRIFTI | Kryetar |
| 2. Prof. Dr. Shpëtim SHEHU | Anëtar (oponent) |
| 3. Prof. Dr. Riza ALETI | Anëtar |
| 4. Prof. Dr. Romeo EFTIMI | Anëtar (oponent) |
| 5. Prof. Dr. Përparim ALIKAJ | Anëtar |

Tiranë, 2017

Përmbajtja

1- Hyrje.....	5
Kapitulli I Modeli numerik i intruzionit detar ne akuiferet bregdetar.....	6
1.1 Modeli numerik i intruzionit detar	
1.2 Diskretizimi zonës me elemente të fundëm.....	7
1.3 Modeli matematik i intruzionit të ujit detar ne akuiferet bregdetar.....	8
1.4 Diskretizimi i ekuacionit të transportit fluidit me densitet të ndryshueshëm...9	
1.5 Trajta përfundimtare e diskretizimit të ekuacionit të rrjedhjes.....	14
1.6 Trajta përfundimtare e diskretizimit të ekuacionit të transportit të masës.....	14
1.7 Kushtet fillestare	16
1.8 Kushtet kufitare përgjate kontaktit ujë i kripur - ujë i pastër.....	16
1.9 Paketa e lumit, kushtet kufitare.....	17
Kapitulli II Dispersioni hidrodinamik dhe matja e tij.....	19
2-1 Dispersioni hidrodinamik.....	19
2-2 Modeli konceptual dispersionit hidrodinamik.....	19
2.3 Koeficienti i dispersionit dhe dispersiviteti.....	21
2.4 Mjedisi poroz izotrop.....	22
2.5 Mjedisi poroz anizotrop heterogjen.....	24
2.6 Anizotropia me simetri tetragonale.....	25
Kapitulli III Dispersioni hidrodinamik dhe matja e tij.....	28
3.1 Modelet hidrologjike.....	28
3.2 Modeli konceptual hidrologjik.....	28
3.3 Ekuacioni i bilancit te masës.....	34
3.4 Zona me ngopshmëri te ndryshueshme. Rrjedhja në të.....	36
3.5 Vetitë hidraulike të mjedisit poroz të pangopur.....	38
3.6 Kushtet fillestare dhe kufitare.....	38
3.7 Kushtet kufitare të varura nga sistemi.....	38
3.8 Zgjidhja numerike e ekuacionit të Richard-it.....	39
3.9 Diskretizimi në kohë.....	41
3.10 Kushtet kufitare atmosferike.....	41
Kapitulli IV Modeli numerik i programuar në MATLAB, FORTRAN dhe C++	
4-1 Problemi i Henry-it. Zgjidhja analitike e thjeshtuar. Kalibrimi i modelit.....	43
4.2 Paraqitja grafike e algoritmit te implementuar ne MATLAB.....	45
Kapitulli V Optimizimi - kalibrimi i parametrave nëpërmjet modelimit invers..	54
5.1 Statistika e modelimit invers.....	54

5.2 Algoritmi i kërkimit dimensional dinamik.....	55
5.3 Parametrat qe janë kalibruar.....	55
5.4 Formulimi i problemit të optimizimit te vendosjes se puseve ne akuifer.....	56
Kapitulli VI Konkluzione	61
Kapitulli VII Literatura.....	62

Lista e figurave

Figura 1.1 Paraqitje skematike 3D e një akuiferi bregdetar hipotetik nën ndikimin e ujit të detit.

Figura 1.2 Diskretizimi i zonës me elementë të fundëm trekëndor i akuiferit bregdetar.

Figura 2.1 Shpërndarja gjatësore dhe tërthore e fazës që përmban ndotësin. **(a)** Shpërndarja gjatësore sipas boshtit x e frontit, **(b)** Shpërndarja e fazës kur injektohet një ndotës.

Figura 2.2 Dispersioni hidrodinamik në saj të dispersionit mekanik dhe difuzioni molekular.

Figura 3.1 a-) Paraqitje skematike hipotetike e thjeshtuar e ndarjes së basenit ujembajtës në nënzona. b-) largimi ujit nga nënzona e basenit, pasojë e infiltrimit ose evaporotranspirimit.

Figura 3.2 Paraqitje skematike e proceseve kryesore të ciklit hidrologjik në tokë dhe ajër.

Figura 3.3 Paraqitje skematike e furnizimit me ujë të akuiferit nga lumi dhe rreshjet atmosferike.

Figura 3.4 . Modeli i kalibruar, optimizuar i rreshjeve të shiut në ciklin hidrologjik për vlerat e observuara dhe të matura.

Figura 4.1 Paraqitje skematike e problemit të Henry-it që shërbën për krahasimin e zgjidhjes analitike të thjeshtuar me atë numerike, për kalibrimin e modelit të intruzionit detar në akuifere.

Figura 4.2 .Paraqitja grafike e problemit të Henry-it për intruzionin detar me anë të kodit në Matlab. Izolinjat tregojnë kripshmërinë që varion në mënyre relative nga 0 – 35, pas një kohe të caktuar “t”.

Figura 4.3 .Paraqitje grafike e modelimit numerik për intruzionin detar me anë të kodit në MATLAB.

Figura 4.4 .Fronti i intruzionit të ujit të detit në akuiferin bregdetar, pas shfrytëzimit pa kriter të tij. Vlerat në izolinjat për kriptomërinë relative janë midis 0-35.

Figura 4.5 .Fronti i intruzionit të ujit të detit në akuifer që ndodhet në kushtet e shfrytëzimit dhe njëkohësisht të injektimit në shtrese të ujit për të shmangur avancimin e intruzionit në brendësi të akuiferit. Puset me ngjyrë jeshile janë puset e shfrytëzimit me debitet e caktuara dhe ato me ngjyrë të kuqe janë puset e injektimit me ujë të trajtuar po me debite të caktuara. Pas procesit të optimizimit.

Figura 4.6 Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop në kushtet e shfrytëzimit me debite të përcaktuara, puset me ngjyrë jeshile dhe kushtet e injektimit, puset me ngjyrë të kuqe ndër të cilët vetëm në njërin prej tyre bëhet injektimi, në atë të mesit.

Figura 4.7 Akuifer bregdetar, nën ndikimin e intruzionit detar. Zona rrethore e zmadhuar tregon paraqitjen vektoriale të fushës së shpejtësive në mjedisin heterogjen anizotrop të akuiferit.

Figura 4.8 Akuifer bregdetar, nën ndikimin e intruzionit detar. Zona rrethore e zmadhuar tregon paraqitjen vektoriale të fushës së shpejtësive në mjedisin heterogjen anizotrop të akuiferit.

Figura 4.9 .Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop në kushtet e intruzionit detar gjatë shfrytëzimit pa kriter të tij. Pjesa me ngjyrë të kuqe në blu në mes të zonës tregon avancim më të madh të frontit të intruzionit për shkak se ajo zonë ka përshkueshmëri më të madhe se pjesa e mbetur.

Figure 4.10 Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop gjatë shfrytëzimit të tij me regjim të përcaktuar (puset me ngjyrë jeshile) dhe me puset e injektimit të ujit (puset me ngjyrë të kuqe)nga të cilët pusi në pjesën e sipërme injekton me një debit të tillë që fillon të shtyjë frontin e intruzionit në drejtim të kundërt drejt detit në atë zonë.

Figura 4.11 .Akuifer bregdetar gjatë shfrytëzimit të tij. Zona e sipërme me ngjyrë blu është zona e ushqimit të akuiferit. Zona rrethore e zmadhuar tregon fushën vektoriale të shpejtësisë në mjedisin heterogjen anizotrop në një çast të dhënë kohe.

Figura 4.12 .Pamje dy dimensionale e fushës së përshkueshmërisë së akuiferit. Mjedis është heterogjen anizotrop. Ngjyra e kuqe tregon përshkueshmëri më të madhe dhe ajo blu më të vogël.

Figura 4.13 Pamje dy dimensionale e fushës së përshkueshmërisë së akuiferit me elementë të fundëm trekëndor. Mjedis është heterogjen anizotrop. Ngjyra e kuqe tregon përshkueshmëri më të madhe dhe ajo blu më të vogël.

Lista e tabelave.

Tabela 3.1 Përmbledhje e kushteve kufitare per modelin tone.

Tabela 4.1 Rezultatet e numrit optimal të puseve, vendodhjes, dhe debiteve të shfrytëzimit në akuiferin bregdetar për parandalimin e intruzionet nën regjimin e kerkuar të shfrytëzimit të tij.

Hyrje

Në këtë studim unë kam përdorur një literature të gjerë të pasqyruar në fund të materialit në të cilën kam marrë idetë.

Algoritmi i plotë së bashku me programin gjendet me kërkesë në adresën e autorit të disertacionit: d_zeqiraj@hotmail.com

Në shumë vënde të botës, përfshirë edhe vëndin tonë, akuiferet bregdetar janë ndër burimet kryesore të ujit të pijshëm. Intruzioni i ujit të detit që ndodh për shkak të ndryshimit të densitetit midis ujit të pastër dhe ujit të kripur si dhe shfrytëzimit pa kriter të këtyre akuiferëve është një faktor i rëndësishëm, i cili ndikon në vendimet që lidhen me strategjitë e shfrytëzimit të këtyre burimeve ujore. Intruzioni i ujit të detit në akuiferët bregdetar trajtohet si një problem fizik që përfshin përzierjen e dy lëngjeve me densitet të ndryshëm por me supozimin e ekzistencës së një fronti që i ndan plotsëishtë këta dy lëngje nga njëri tjetri. Në përgjithësi ky front nuk është stacionar, sepse burimet në hyrje apo dalje mund të ekzistojnë në të dy zonat. Qëllimi i këtij studimi është që të zhvillojë një model numerik të aftë që të simulojë zhvendosjet dy dhe tre dimensionale të frontit të intruzionit të ujit të detit në një akuifer bregdetar si dhe masat që duhen marrë për minimizimin, optimizimin dhe në disa raste pengimin e zhvillimit të këtij fenomeni, me anë të metodave menaxheriale.

Deri tani ekzistojnë dhe janë në përdorim disa modele hidrologjike të konkretizuar në softe komerciale të cilët janë:

- 1-) MODFLOW (Shërbimi Gjeologjik Amerikan)
- 2-) HEC-HMS
- 3-) MIKE-SHE

Këto modele ndryshojnë në disa aspekte ndër të cilët mund të përmendim:

- 1-) Niveli i konceptualizimit.
- 2-) Përfaqësimi i proceseve fizike
- 3-) Zbatimi numerik

Në këtë punim, jemi përpjekur të marrim konceptet e avancuara dhe **sidomos problematikat** që janë aktualisht në fushën e modelimit hidrologjik në botë, duke shfrytëzuar algoritmet që ekzistojnë apo që kemi hartuar vetë dhe pastaj duke i programuar në një gjuhë programimi. Gjuhët e programimit që kemi përdorur janë:

- 1-) MATLAB (paraqitjen grafike)
- 2-) C++ (shpejtësinë e ekzekutimit)
- 3-) FORTRAN (shpejtësinë e ekzekutimit për rastet e modelimit invers, gjeostatistikor, në shkallë të gjerë)

Qëllimet e këtyre kodeve të realizuar në gjuhët e programimit të lartpërmenduar janë:

- 1-) Zhvillimi i një strukture të unifikuar të asaj që është arritur e përdorur më parë, e cila mungon

- 2-) Krijimi i një modeli për të kuptuarit nga ana cilësore dhe sasiore të proceseve hidrologjike
- 3-) Të kuptuarit se si ato ndryshojnë në funksion të vetive të pellgut ujëmbajtes

Në këtë studim do të trajtojmë

- 1-) Modeli numerik i intruzionit detar. Ekuacionet e rrjedhjes dhe transportit në akuiferet bregdetar
- 2-) Diskretizimi në 2D në kohë dhe hapësirë me elementë të fundëm trekëndor i akuiferit
- 3-) Kushtet kufitare dhe fillestare të zgjidhjes së sistemit të ekuacioneve të modelit numerik
- 4-) Modeli konceptual dhe numerik i furnizimit me ujë të akuiferit nga lumi dhe rreshjet atmosferike
- 5-) Kalibrimi i modelit nëpërmjet zgjidhjes teorike të thjeshtuar
- 6-) Kalibrimi, optimizimi i parametrave të modelit nëpërmjet modelimit invers.
- 7-) Lokalizacioni optimal i vendodhjes së puseve të shfrytëzimit dhe injektimit në akuifer.
- 8-) Rrjedhja dhe transporti jo-Fickian në mjediset poroze. Lëvizja e rastit e vazhdueshme në kohë

Më poshtë jepet diagrama e realizimit të ciklit të plotë të modelimit numerik për akuiferet bregdetar

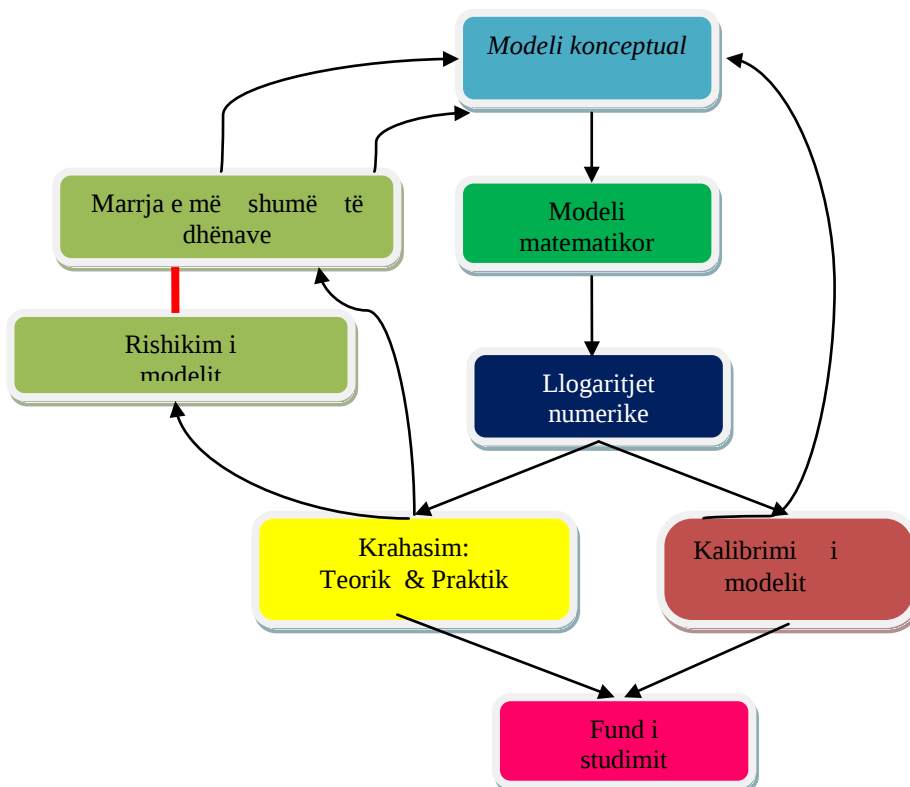


Figura 1. Diagrama e realizimit të ciklit të plotë të modelimit numerik për akuiferet bregdetar

Kapitulli I. Modeli numerik i intruzionit detar ne akuiferet bregdetar.

1.1 Modeli numerik i intruzionit detar.

Rrjedhja në një akuifer bregdetar pa presion që është subjekt edhe i oshilacioneve nga baticat dhe zbaticat është simuluar duke përdorur sistemin (çiftin) e mëposhtëm të ekuacioneve të rrjedhjes dhe transportit të lëndës me densitet të ndryshueshëm: Ekuacioni i rrjedhjes me densitet të ndryshueshëm në rastin tonë është si më poshtë:

$$\nabla \circ \left[\rho K_f \left(\nabla \circ h_f + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \circ \nabla z \right) \right] = \rho S_f \frac{\partial h_f}{\partial t} + \phi_e \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho_s q_s \quad (1.1)$$

ku $z[L]$ është kordinata vertikale e drejtuar nga poshtë lart; $K_f [ms^{-1}]$ është përcjellshmëria hidraulike ekuivalente; $h_f [m]$ është ngarkesa hidraulike ekuivalente për ujin e pastër; $\rho [kg m^{-3}]$ është densiteti i fluidit (ujë i kripur + ujë i pastër), $\rho_f [kg m^{-3}]$ është densiteti i ujit të pastër; $S_f [m^{-1}]$ është koeficienti magazinues ekuivalent ; $t [s]$ është koha; ϕ_e është poroziteti efektiv; $\rho_s [kg m^{-3}]$ dhe $q_s [s^{-1}]$ janë densiteti dhe debitet për njësi vëllimi të burimeve në hyrje ose dalje respektivisht.

Ekuacioni i transportit i përshtatur është ai i konveksion – difuzionit, si më poshtë:

$$\frac{\partial(\phi_e C)}{\partial t} = \nabla \circ (\phi_e D \nabla C) - \nabla \circ (\phi_e \bar{v} C) - q_s C_s \quad (1.2)$$

ku $C [kg m^{-3}]$ është përqëndrimi i tretësirës, ujë i kripur + ujë i pastër; $D [m^2 s^{-1}]$ është tensori i koeficientit hidrodinamik të dispersion; $\bar{v} [ms^{-1}]$ është shpejtësia e hyrjes së ujit të detit në kufirin ndarës me akuiferin; $C_s [kg m^{-3}]$ është përqëndrimi i kripës së tretur nga burimet në hyrje: Në figurat e mëposhtme (1) dhe (2) jepen paraqitjet skematike 3D të një akuiferi bregdetar si dhe diskretizimi i saj. Marëdhënia midis densitetit të fluidit dhe përqëndrimit të kripës përfaqësohet nga ekuacioni linear

$$\rho = \rho_f + \frac{\partial \rho}{\partial C} C ; \text{ ku } \frac{\partial \rho}{\partial C} \text{ është marrë e barabartë me } 0.7143 \text{ me } \rho \text{ dhe } C \text{ që janë}$$

shprehur të dyja në $kg m^{-3}$. Në figurën e mëposhtme jepet paraqitja 3D e një akuiferi bregdetar hipotetik.

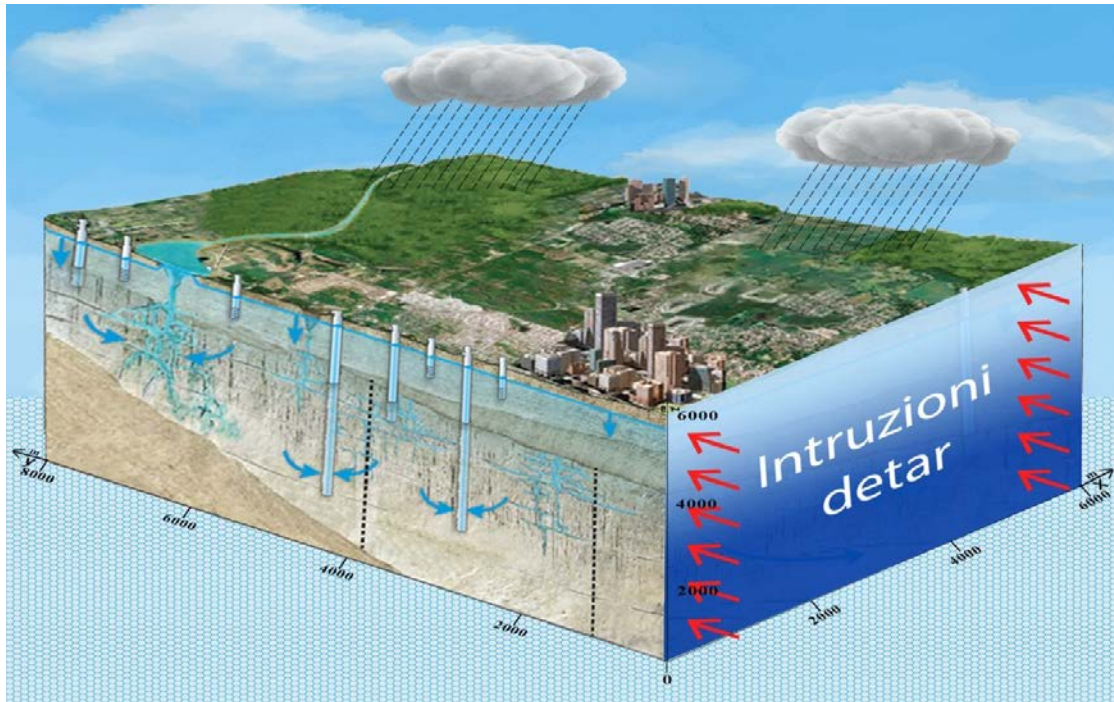


Figura 1.1 Paraqitje skematike 3D e një akuiferi bregdetar hipotetik nën ndikimin e ujit të detit

1.2 Diskretizimi zonës me elemente të fundëm

Figura e mëposhtme paraqet diskretizimin e akuiferit në elementë të fundëm trekëndor

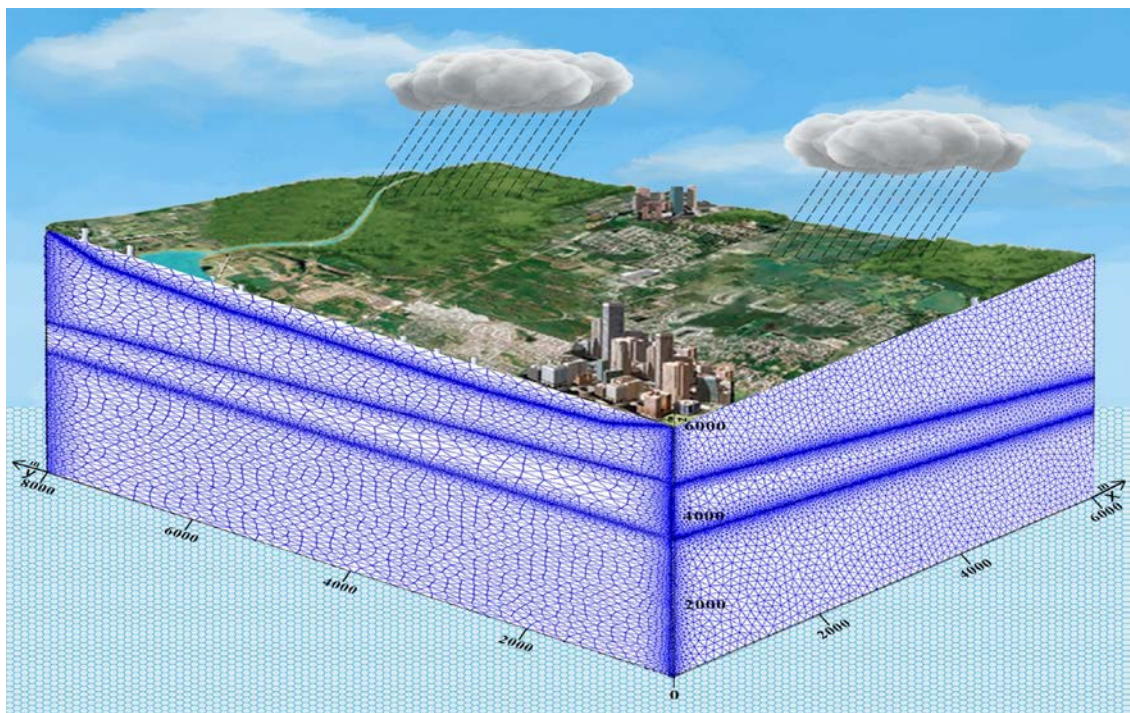


Figura 1.2 Diskretizimi i zonës me elementë të fundëm trekëndor i akuiferit bregdetar.

Zgjedhja e madhësisë dhe numrit të elementëve në modelimin e një akuiferi të dhënë varet nga faktorët e mëposhtem

a-) Përdorimi i modelit. Në qoftë se modeli është ndërtuar për marrjen e vendimeve menaxheriale (le të themi për ritmet e shfrytëzimit të puseve në akuifer), qelizat elementare duhet të jenë konform me natyrën e marrjes së vendimeve (për shembull administrative). E njëjta konsiderate qëndron edhe për zgjedhjen e intervalit kohor elementar Δt . Në zonat ku vendimet duhet të jenë më të specifikuara në detaje, qelizat elementare duhet të jenë më të vogla.

b-) Njohja e informacionit për parametrat e akuiferit në kohë dhe hapësirë. Në rajone me ndryshim të madh, mund të merren informacione më të detajuara dhe të sakta në qoftë se përdorim qeliza elementare me madhësi më të vogël.

c-) Duke patur parasysh se cdo model nuk duhet të përdoret pa e kalibruar atë, vlefshmëria e informacionit në të shkuarën për një parametër të caktuar, për shembull për tavanin e ujërave në akuifer na con në përfundimin e zgjedhjes së madhësisë së numrit të elementëve. Pra kuptohet se në zonën ku nuk kemi patur informacion, numri i elementëve duhet të jetë më i madh në procesin e kalibrimin dhe më pas të modelimit.

P.B. Bochev¹ dhe M.D. Gunzburger¹ analizuan gabimet në skemat e ndryshme të diskretizimit dhe arritën në përfundimin se metoda e elementëve të fundme është metoda më e saktë (duke iu referuar metodës së diferencave të fundme)

1.3- Modeli matematik i intruzionit të ujit detar në akuiferet bregdetar

Në trajtë më të shtjelluar sistemi i ekuacioneve të mësipërme, që paraqet modelin tonë numerik, do të jetë si më poshtë

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(1 + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) K_x^{up} \frac{\partial H_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(1 + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) K_z^{up} \left(\frac{\partial H_f}{\partial z} + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) \right) = S \frac{\partial H_f}{\partial t} + \phi \frac{E}{\rho_{up}} \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\rho_{bu}}{\rho_{up}} q_{bu} \\ x, z \in \Omega \quad 0 \leq t \leq T \\ D_{xx} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{zz} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K_x^{up}}{\phi} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_z^{up}}{\phi} \left(\frac{\partial H}{\partial z} + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) \right) \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{q_{burim}}{\phi} C_{u...kripur} \\ x, z \in \Omega \quad 0 \leq t \leq T \end{array} \right.$$

1.4-Diskretizimi i ekuacionit të transportit të fluidit me densitet të ndryshueshëm në hapësirë dhe kohë

Forma variacionale e ekuacionit të transportit për një zonë D 2 dimensionale është si më poshtë:

$$\iint_D \left[D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right) + \left(\frac{K_{fx}}{\phi} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \left(\frac{K_{fz}}{\phi} \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial z} + \eta \bar{C} \right) \right) \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} - \frac{q_s}{\phi} (\bar{C} - C_s) - \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} \right] N_i dx dz = 0 \quad (1.40)$$

Duke përdorur integrimin me pjesë dhe teoremën e Green-it do të merrnim:

$$= \iint_D \left[\left(\frac{K_{fx}}{\phi} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \left(\frac{K_{fz}}{\phi} \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial z} + \eta \bar{C} \right) \right) \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} + \frac{q_s}{\phi} (\bar{C} - C_s) + \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} \right] N_i dx dz \quad (1.41)$$

$$\iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} N_i \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} N_i \right) \right] dx dz - \iint_D \left[D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] dx dz$$

$$\begin{aligned} & \iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} N_i \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} N_i \right) \right] dx dz = \\ & \int_s \left[\left(D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) n_x + \left(D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right) n_z \right] N_i ds = \int_s f(x, z, t) N_i ds \end{aligned} \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} & \int_D f(x, z, t) N_i ds - \iint_D \left[D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] dx dz = \\ & = \iint_D \left[\left(\frac{K_{fx}}{\phi} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \left(\frac{K_{fz}}{\phi} \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial z} + \eta \bar{C} \right) \right) \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} + \frac{q_s}{\phi} (\bar{C} - C_s) + \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} \right] N_i dx dz \end{aligned} \quad (1.43)$$

$$\begin{aligned} & \iint_D \left[D_{xx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + D_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} + \bar{C} N_i \frac{q_s}{\phi} \right] dx dz + \\ & + \iint_D \left[\frac{K_{fx}}{\phi} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} N_i + \frac{K_{fz}}{\phi} \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} N_i + \eta \bar{C} \frac{K_{fz}}{\phi} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} N_i \right] dx dz + \\ & + \iint_D \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} N_i dx dz = \int_s f N_i ds + \iint_D \frac{q_s}{\phi} C_s N_i dx dz \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$\bar{H} = \sum_j^N H_j N_j \quad \bar{C} = \sum_j^N C_j N_j \quad (1.45)$$

$$\begin{aligned} & \iint_D \sum_j^N \left[D_{xx} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + D_{zz} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} + \frac{q_s}{\phi} N_i N_j \right] C_j dx dz + \\ & + \iint_D \sum_j^N \left[\frac{K_{fx}}{\phi} \sum_j^N \frac{\partial N_j}{\partial x} H_j \frac{\partial N_j}{\partial x} N_i + \frac{K_{fz}}{\phi} \sum_j^N \frac{\partial N_j}{\partial z} H_j \frac{\partial N_j}{\partial z} N_i + \eta \frac{K_{fz}}{\phi} \sum_j^N c_j N_j \frac{\partial N_j}{\partial z} N_i \right] C_j dx dz + \\ & + \iint_D \sum_j^N N_i N_j \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} dx dz = \int_s \frac{q_s}{\phi} C_j N_i dx dz \end{aligned}$$

Duke integruar për të gjithë elementët do të merrnim

$$\sum_n^N \sum_j^3 \iint_n \left[D_{xx} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + D_{zz} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} + \frac{q_s}{\phi} N_i N_j \right] C_j dx dz +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=1}^N \sum_j^3 \iint_n \left[\frac{K_{fx}}{\phi} \sum_j^3 \frac{\partial N_j}{\partial x} H_j \frac{\partial N_j}{\partial x} N_i + \frac{K_{fz}}{\phi} \sum_j^3 \frac{\partial N_j}{\partial z} H_j \frac{\partial N_j}{\partial z} N_i + \eta \frac{K_{fz}}{\phi} \sum_j^3 C_j N_j \frac{\partial N_j}{\partial z} N_i \right] C_j dx dz + \\
& + \sum_n^N \sum_j^N N_i N_j \frac{dC_j}{dt} dx dz = \sum_n^N \int_s f N_i ds + \sum_n^N \iint_n \frac{q_s}{\phi} C_s N_i dx dz
\end{aligned}$$

Formulat e integritetit, elementët matricor. Për cdo nyje të elementit trekëndor me sipërfaqe S do të kishim formulat e mëposhtme.

$$\iint_D N_1^a N_2^b N_3^c = \frac{a! * b! * c!}{(a + b + c + 2)!}, i = 1, 2, 3; \iint_n dS = S \quad (1.46)$$

$$\begin{aligned}
\iint_n N_i dS &= \frac{S}{3} \\
\iint_n \frac{\partial N_i}{\partial x} dS &= \frac{b_i}{2S} \iint_n dS = \frac{b_i}{2}
\end{aligned} \quad (1.47)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_i}{\partial z} dS = \frac{c_i}{2 * S} \iint_n dS = \frac{c_i}{2}$$

Duke shënuar me $i, j, k = 1, 2, 3$ respektivisht nyjet e një elementi trekëndor do të kishim:

$$\iint_n N_i N_j dS = \frac{S}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial x} N_i dS = \iint_n \frac{b_j}{2S} N_i dS = \frac{b_j}{2S} \frac{S}{3} = \frac{b_j}{6}$$

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial x} N_i dS = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} b_1 & b_1 & b_1 \\ b_2 & b_2 & b_2 \\ b_3 & b_3 & b_3 \end{pmatrix}$$

Në të njëjtën mënyrë për vlerën e c-së do të marrim:

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial z} N_i dS = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} c_1 & c_1 & c_1 \\ c_2 & c_2 & c_2 \\ c_3 & c_3 & c_3 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dS = \frac{b_i}{2S} \frac{b_j}{2S} \iint_n dS = \frac{b_i b_j}{4S}$$

Ose në trajtë matricore si më poshtë

$$\iint_n \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} = \frac{1}{4S} \begin{bmatrix} b_1 b_1 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ b_2 b_1 & b_2 b_2 & b_2 b_3 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & b_3 b_3 \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} dS = \frac{c_i}{2S} \frac{c_j}{2S} \iint_n dS = \frac{c_i c_j}{4S} \quad (1.51)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} = \frac{1}{4S} \begin{bmatrix} c_1 c_1 & c_1 c_2 & c_1 c_3 \\ c_2 c_1 & c_2 c_2 & c_2 c_3 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3 c_3 \end{bmatrix} \quad (1.52)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial x} (C_k N_k) \frac{\partial N_i}{\partial x} dS = \iint_n (C_k N_k) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dS = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{12S} \begin{bmatrix} b_1 b_1 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ b_2 b_1 & b_2 b_2 & b_2 b_3 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & b_3 b_3 \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

Në mënyrë të njëjtën për ngarkesën në nyjet e një elementi trekëndor do të kishim:

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial x} (H_k N_k) \frac{\partial N_i}{\partial x} dS = \iint_n (H_k N_k) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dS = \frac{H_1 + H_2 + H_3}{12S} \begin{bmatrix} c_1 c_1 & c_1 c_2 & c_1 c_3 \\ c_2 c_1 & c_2 c_2 & c_2 c_3 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3 c_3 \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial x} (C_k N_k) N_i dS = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} (2C_1 + C_2 + C_3)b_1 & (2C_1 + C_2 + C_3)b_1 & (2C_1 + C_2 + C_3)b_1 \\ (C_1 + 2C_2 + C_3)b_2 & (C_1 + 2C_2 + C_3)b_2 & (C_1 + 2C_2 + C_3)b_2 \\ (C_1 + C_2 + 2C_3)b_3 & (C_1 + C_2 + 2C_3)b_3 & (C_1 + C_2 + 2C_3)b_3 \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

ose

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial z} (C_k N_k) N_i dS = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} (2C_1 + C_2 + C_3)c_1 & (2C_1 + C_2 + C_3)c_1 & (2C_1 + C_2 + C_3)c_1 \\ (C_1 + 2C_2 + C_3)c_2 & (C_1 + 2C_2 + C_3)c_2 & (C_1 + 2C_2 + C_3)c_2 \\ (C_1 + C_2 + 2C_3)c_3 & (C_1 + C_2 + 2C_3)c_3 & (C_1 + C_2 + 2C_3)c_3 \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

Në të njëjtën mënyrë për ngarkesën do të kishim shprehjet e mëposhtme:

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial x} (H_k N_k) N_i dS = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} (2H_1 + H_2 + H_3)b_1 & (2H_1 + H_2 + H_3)b_1 & (2H_1 + H_2 + H_3)b_1 \\ (H_1 + 2H_2 + H_3)b_2 & (H_1 + 2H_2 + H_3)b_2 & (H_1 + 2H_2 + H_3)b_2 \\ (H_1 + H_2 + 2H_3)b_3 & (H_1 + H_2 + 2H_3)b_3 & (H_1 + H_2 + 2H_3)b_3 \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

$$\iint_n \frac{\partial N_j}{\partial z} (H_k N_k) N_i ds = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} (2H_1 + H_2 + H_3)c_1 & (2H_1 + H_2 + H_3)c_1 & (2H_1 + H_2 + H_3)c_1 \\ (H_1 + 2H_2 + H_3)c_2 & (H_1 + 2H_2 + H_3)c_2 & (H_1 + 2H_2 + H_3)c_2 \\ (H_1 + H_2 + 2H_3)c_3 & (H_1 + H_2 + 2H_3)c_3 & (H_1 + H_2 + 2H_3)c_3 \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

$$\begin{aligned} \iint_n N_j \left(C_k \frac{\partial N_k}{\partial x} \right) \frac{\partial N_i}{\partial x} ds = \\ = \frac{1}{12 * S} \begin{bmatrix} (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_1 & (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_2 & (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_3 \\ (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_2 & (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_2 & (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_2 \\ (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_3 & (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_3 & (b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3)b_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.59)$$

Ose

$$\begin{aligned} \iint_n N_j \left(H_k \frac{\partial N_k}{\partial x} \right) \frac{\partial N_i}{\partial x} ds = \\ = \frac{1}{12 * S} \begin{bmatrix} (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_1 & (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_2 & (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_3 \\ (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_2 & (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_2 & (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_2 \\ (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_3 & (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_3 & (b_1 H_1 + b_2 H_2 + b_3 H_3)b_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.60)$$

Ose

$$\begin{aligned} \iint_n N_j \left(C_k \frac{\partial N_k}{\partial z} \right) \frac{\partial N_i}{\partial z} ds = \\ = \frac{1}{12 * S} \begin{bmatrix} (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_1 & (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_2 & (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_3 \\ (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_2 & (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_2 & (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_2 \\ (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_3 & (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_3 & (c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3)b_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.61)$$

Funksionet e formës janë zgjedhur të tillë që:

$$H_f \approx \sum_{n=1}^3 H_n(t) N_n(x, z) = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = H_1 N_1 + H_2 N_2 + H_3 N_3 \quad (1.62)$$

$$C_f \approx \sum_{n=1}^3 C_n(t) N_n(x, z) = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = C_1 N_1 + C_2 N_2 + C_3 N_3$$

1.5 Trajta përfundimtare e diskretizimit të ekuacionit të rrjedhjes

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(1 + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) K_x^{up} \frac{\partial H_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(1 + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) K_z^{up} \left(\frac{\partial H_f}{\partial z} + \frac{E}{\rho_{up}} C \right) \right) &= S \frac{\partial H_f}{\partial t} + \phi \frac{E}{\rho_{up}} \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\rho_{bu}}{\rho_{up}} q_{bu} \\ x, z \in \Omega \quad 0 \leq t \leq T \end{aligned} \right. \quad (1.63)$$

$$\frac{1}{4 * S_{elem}} \left[K_{fx}^{elem} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{bmatrix} + K_{fz}^{elem} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} H_i^{n+1} \\ H_j^{n+1} \\ H_k^{n+1} \end{bmatrix} + \quad (1.64)$$

$$\left(K_{fx}^{elem} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{bmatrix} + K_{fz}^{elem} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} H_i^{n+1} \\ H_j^{n+1} \\ H_k^{n+1} \end{bmatrix} (C_i^{n+1} + C_j^{n+1} + C_k^{n+1}) \frac{\eta}{4 * S_{elem}} + \quad (1.65)$$

$$+ K_{fz}^{elem} \frac{\eta^2}{24} \begin{bmatrix} (2C_i + C_j + C_k) c_1 & (2C_i + C_j + C_k) c_1 & (2C_i + C_j + C_k) c_1 \\ (C_i + 2C_j + C_k) c_2 & (C_i + 2C_j + C_k) c_2 & (C_i + 2C_j + C_k) c_2 \\ (C_i + C_j + 2C_k) c_3 & (C_i + C_j + 2C_k) c_3 & (C_i + C_j + 2C_k) c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} +$$

$$\frac{\eta \phi S_{elem}}{12dt} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} - \frac{\eta \phi S_{elem}}{12dt} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^n \\ C_j^n \\ C_k^n \end{bmatrix} + \frac{K_{fz}^{elem} \eta}{6} \begin{bmatrix} c_i & c_i & c_i \\ c_j & c_j & c_j \\ c_k & c_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} + \\ + \frac{S * S_{elem}}{12dt} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_i^{n+1} \\ H_j^{n+1} \\ H_k^{n+1} \end{bmatrix} - \frac{S * S_{elem}}{12dt} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_i^n \\ H_j^n \\ H_k^n \end{bmatrix} = \frac{S_{elem} * \rho_s * q_s}{3 * \rho_0} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

1.6 Trajta përfundimtare e diskretizimit të ekuacionit të transportit të masës në hapësirë dhe kohë për mjediset poroze është si më poshte:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{Transporti} : D_{xx} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{zz} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \left(\frac{K_x^{up}}{\phi} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \frac{\partial C}{\partial x} - \left(\frac{K_z^{up}}{\phi} \left(\frac{\partial H}{\partial z} + \frac{E}{\rho_{up}} \right) \right) \frac{\partial C}{\partial z} &= \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{q_{bu}}{\phi} C_{u..krip} \\ x, z \in \Omega \quad 0 \leq t \leq T \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{4 * \phi * S_{elem}} \left[D_{xx} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{bmatrix} + D_{zz} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} - \quad (1.67)$$

$$- \frac{K_x^{up.elem}}{12 * S_{elem} * \phi} \begin{bmatrix} (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_i & (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_j & (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_k \\ (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_i & (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_j & (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_k \\ (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_i & (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_j & (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} - \quad (1.68)$$

$$- \frac{K_z^{up.elem}}{12 * S_{elem} * \phi} \begin{bmatrix} (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_i & (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_j & (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_k \\ (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_i & (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_j & (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_k \\ (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_i & (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_j & (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} - \quad (1.69)$$

$$+ K_z^{up.elem} \frac{\eta}{24 * \phi} \begin{bmatrix} (2C_i + C_j + C_k) c_1 & (2C_i + C_j + C_k) c_1 & (2C_i + C_j + C_k) c_1 \\ (C_i + 2C_j + C_k) c_2 & (C_i + 2C_j + C_k) c_2 & (C_i + 2C_j + C_k) c_2 \\ (C_i + C_j + 2C_k) c_3 & (C_i + C_j + 2C_k) c_3 & (C_i + C_j + 2C_k) c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{S_{elem}}{12dt} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^{n+1} \\ C_j^{n+1} \\ C_k^{n+1} \end{bmatrix} + \frac{S_{elem}}{12dt} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^n \\ C_j^n \\ C_k^n \end{bmatrix} = \frac{S_{elem} * q_{bu} * C}{12 * dt} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^n \\ C_j^n \\ C_k^n \end{bmatrix} + \frac{S_{elem} * \rho_{up} * q_{bu}}{3 * \phi} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.70)$$

Pjesë nga algoritmi i zgjidhjes së sistemit të ekuacioneve diferencial të modelit të intruzionit. Algoritmi i plotë së bashku me programin gjendet me kërkesë në adresën e autorit të disertacionit: d_zeqiraj@hotmail.com

$$\left\{ \begin{array}{l}
t_{n-1} \rightarrow t_n \\
\rho = \rho_{n-1} = \rho_f + EC \\
\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_{n-1} - C_{n-2}}{t_n - t_{n-1}} \\
\text{Per } i = 1:nc \\
\\
\text{Zgjidhim ekuacionin e rrjedhjes : } h_n = F\left(\rho, h_{n-1} C_{n-1} \frac{\partial C}{\partial t}\right), v_n = F(h_n) \\
\text{Zgjidhim ekuacionin e transportit duke u nisur nga hapi i mesiperm : } C_n = F(v_n), \\
\rho_n = \rho_f + EC \\
\text{N.q.s } \rho_n - \rho_{n-1} \leq \text{kriteri i konvergjences} \\
\text{fund} \\
\text{N.q.s jo do të kemi } \rho = \rho_n, \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_n - C_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \\
\text{vazhdojme veprimet si hapin e pare} \\
n-1 \rightarrow \text{hapi i meparshem, } n \rightarrow \text{hapi aktual}
\end{array} \right.$$

1.7 Kushtet fillestare.

Baticat dhe zbaticat shpesh kontrollojnë dinamikën e ujërave nëntokësor. Sistemi i ujërave nëntokësor në kontakt me ujin e detit është vazhdimisht në ndryshim dhe varet nga oshilimet baticë zbaticë dhe ndryshimet në tavanin e ujërave nëntokësor (akuiferit), kështu që të përcaktosh një kusht fillestar për një simulim tranzitor është një detyrë mjaft e vështirë dhe sfiduese, përveçse rastit me anë të puseve të observimit për të bërë të mundur kalibrimin e duhur.

1.8 Kushtet kufitare përgjate kontaktit ujë i kripur - ujë i pastër

Në rastin e simulimit tonë kemi përdorur një kusht jo linear **Cauchy** në kufirin ujë i pastër – ujë i kripur sipas sugjerimit në literature. Në zonën që ndodhet nën efektin e oshilacioneve baticë zbaticë, parametrat e kushtit kufitar variojnë në bazë të këtyre oshilacioneve. Në një kohë të dhënë, sasia e fluidit q_i që kalon në një nyje i të rrjetit të diskretizuar llogaritet sipas:

$$\begin{aligned}
q_i(h_i) &= \beta_0 L_i (H_{dalje} - h_i) H_{dalje} > z, \\
q_i(h_i) &= \beta_0 L_i (z - h_i) H_{dalje} < z < h_i, \\
q_i(h_i) &= 0 \quad h_i < z
\end{aligned} \tag{1.71}$$

$$(qc|_{x=l} - (D + \phi D_m I) \bullet \nabla c|_{x=l}) n = \begin{cases} q_x c|_{x=l} & \text{ne qofte se } q_x > 0 \\ q_x c_s & \text{ne qofte se } q_x < 0 \end{cases}$$

ku β_0 është koeficienti i rrjedhjes; L_i është gjatësia në nyjen korresponduese (distanca nga nyja me e afërt me nyjen i); z është kuota e nyjes i ; H_{dalje} është ngarkesa e dhënë hidraulike në dalje, e cila korrespondon me kuotën maksimale të matur të baticës; h_i është ngarkesa hidraulike në nyjen i . Duhet theksuar se kushti kufitar varet si nga ngarkesa hidraulike në çdo nyje të segmentit kufitar nën efektin e kësaj ngarkese ashtu edhe nga kuota e baticës. Nga kushti i mësipërm vetëkuptohet se fluidi hyn në akuifer me përqëndrimin e ujit të kripur të detit dhe del prej tij me përqëndrimin e ujit që ndodhet në akuifer. Në kufirin ujë i kripur – ujë i pastër, përzierja e shkaktuar nga difuzioni dhe dispersioni krijon një zonë konvektive në të cilin uji i kripur që rrjedh më në thellësi për shkak të dendësisë përzihet me ujin e pastër në drejtim të akuiferit dhe më pas del nga akuiferi nën ndikimin e tavanit të ujërave të tij në formë shkarkimi duke krijuar kështu edhe dukurinë e kundërt me intruzionin. Si rrjedhim do të kishim dy flukse, atë të infiltrimit dhe shkarkimit të ujit të detit. Në gjendjen e qëndrueshme këto flukse janë të barabartë dhe vlera numerike varet kryesisht nga dispersioni tërthor. Për më tepër, oshilimet baticë - zbaticë mund ti rrisin këto flukse (rritet përzierja e ujit të kripur me ujin e pastër)

1.9 Paketa e lumit, kushtet kufitare:

Skematikisht, modeli fizik i ushqimit të akuiferit nga lumi jepet si më poshtë.

h_{lum}	Ngarkesa hidraulike e lumit $[m]$
$h_{i,j}$	Ngarkesa hidraulike në qelizën elementare të modelit $[m]$
h_{e-lum}	Ngarkesa hidraulike ekuivalente e lumit $[m]$
$h_{e,i,j}$	Ngarkesa hidraulike ekuivalente në qelizën elementare të modelit $[m]$
b	Trashësia mesatare e sedimenteve $[m]$
$Z_{i,j}$	Lartësia nga qendra e secilës qelizë elementare të modelit $[m]$
ρ_{lum}	Dendësia e ujit të lumit $[kg * m^{-3}]$
$\rho_{i,j}$	Dendësia e ujit në qelizën elementare të modelit $[kg * m^{-3}]$
Q_{lum}	Fluksi i ujit nga lumi në akuifer $[m^3 t^{-1}]$
$dfun$	Lartësia e fundit të ngritjes së sedimenteve nga qendra e qelizës elementare $[m]$
$kond_{lumi}$	Përcjellshmëria hidraulike e shtratit të lumit $[m^2 t^{-1}]$
L	Gjatësia e segmentit të lumit në qelizën e modelit $[m]$
d	Gjerësia e lumit $[m]$
K_{sed}	Përcjellshmëria hidraulike e sedimenteve në fund të lumit $[m^2 t^{-1}]$

Kur ngarkesa hidraulike në qelizën e modelit është sipër bazës së sedimenteve atëherë drenimi i ujit të lumit në akuifer nga ana sasiore shprehet me anë të fluksit si më poshtë:

$$Q_{lum} = kond_{lum} (h_{lum} - h_{i,j}) = \frac{L d K_{sed}}{b_{sed}} (h_{lum} - h_{i,j}) \quad (1.72)$$

Modeli konceptual i rrjedhjes së ujit me densitet të ndryshueshëm bazohet në rrjedhjen vertikale të ujit të lumit përgjatë sedimenteve drejt akuiferit. Forma e përgjithshme bazuar edhe në ligjin Darsi e ekuacionit të rrjedhjes vertikale jepet si më poshtë:

$$Q_z = AK_f \frac{\mu_f}{\mu} \left[\frac{dh_f}{dz} + \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} \right] \quad (1.73)$$

Sipas figurës së mësipërme shihet se midis ngarkesës hidraulike të ujit të lumit në fundin e sedimenteve dhe ngarkesës në qendrën e qelizës elementare ekziston marrdhënia e mëposhtme:

$$h_{f,dfun} = h_{f,i,j} + \frac{\rho_{i,j} - \rho_f}{\rho_f} (Z_{i,j} - dfun) \quad (1.74)$$

Dhe ekuacioni për drenimin e ujit të lumit për në akuifer është

$$Q_{lum} = -\frac{AK_{f,sed}}{b_{sed}} \left[h_{f,lum} - h_{f,dfun} + \frac{\bar{\rho} - \rho_f}{\rho_f} b_{sed} \right] \quad (1.75)$$

Ku $\bar{\rho}$ është densiteti mesatar midis ujit të lumit dhe atij në qelizën elementare të modelit.

Duke shënuar me

$$kond_{lum} = \frac{AK_{f,sed}}{b_{sed}} \quad (1.76)$$

Ekuacioni i mësipërm do të shëndërrohej në

$$Q_{lum \rightarrow akuifer} = kond_{f,lum} h_{f,i,j} + kond_{f,lum} \left[h_{f,lum} - \frac{\rho_{i,j} - \rho_f}{\rho_f} (Z_{i,j} - dfun) + \frac{\bar{\rho} - \rho_f}{\rho_f} b_{sed} \right] \quad (1.77)$$

Kapitulli II

Dispersioni hidrodinamik dhe vleresimi i tij

2-1 Dispersioni hidrodinamik

- 1- Dispersioni hidrodinamik është parametri më i vështirë dhe njëkohësisht më sinjifikativ që ndeshet në modelimin numerik të ndotjes në mjediset poroze dhe atë të intruzionit detar.
- 2- Në llogaritjen e dispersionit hidrodinamik nuk kemi marr parasysh:
 - Efektet baticë-zbaticë
 - Tredimensionlatitetin
 - Ndryshimet në kontaktin ujë i pastër -ujë deti
 - Efektin e Ngopshmërise

2.2 Modeli konceptual dispersionit hidrodinamik

Filimisht do të fillojmë duke konsideruar transportin e ndotësit në një fazë fluide të vetme që zë të tërë hapsirën boshe. Më vonë do ta zgjerojmë konceptin për fazat multiple.

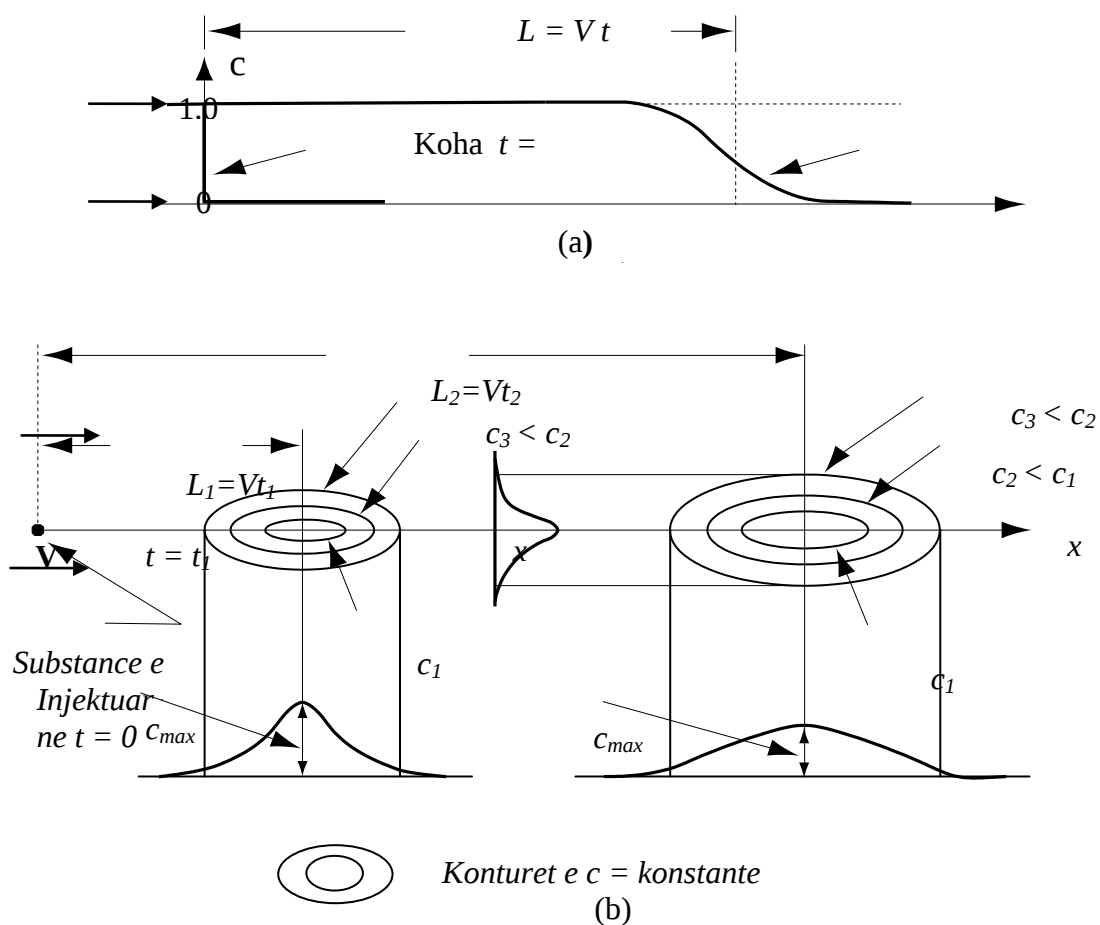


Figura 2.1 Shpërndarja gjatësore dhe tërthore e fazës që përmban ndotësin. (a) Shpërndarja gjatësore sipas boshtit x e frontit, (b) Shpërndarja e fazës kur injektohet një ndotës.

Le të konsiderojmë lëvizjen e një faze fluide, për shembull uji në një mjedis poroz i cili përmban brenda një substancë ndotëse. Le të fillojmë me një model konceptual, siç ilustron në figurën e mëposhtme. Figura 1.a tregon rrjedhjen uniforme të fluidit me një shpejtësi mesatare V në drejtimin x në një mjedis poroz. Në një kohë fillestare $t = 0$ fronti lëvizës ndan zonën në dy pjesë: njëra, $x < 0$ e zënë nga uji me substancën ndotëse në përqëndrimin $c = 1$, dhe tjetra $x \geq 0$ me përqëndrim $c = 0$. Duke përdorur ligjin Darcy për të llogaritur $V = -\left(\frac{K}{\phi}\right) \cdot \nabla h$ ne mund të përftojme pozicionin e frontit, në

$x = L$ në cdo kohë të mëvonshme t me anë të $L = Vt$. Vetëm në bazë të ligjit Darcy, të dy fluidet do të vazhdojnë të zënë nënzona të vecuara dhe të ndara nga njëra tjetra. Sidoqoftë, në "eksperimentin" tonë po të masim përqëndrimet në një numër pusesh observimi do të vëmë re se një front i tillë nuk ekziston. Ne mund të vëmë re një **zonë transistore** në të cilën përqëndrimet variojnë nga $c = 1$ në $c = 0$ dhe ekzistenca e kësaj zone siç e thamë nuk mund të shpjegohet vetëm me ligjin Darcy.

Si një **eksperiment konceptual** të dytë (figura 1b), le të konsiderojmë futjen në sistem të një sasi gjurmuesi në pikën $x = 0, y = 0$ në kohën $t = 0$. Përsëri observimet tregojnë të kundërtën e asaj që do të pritej vetëm në saj të lëvizjes së frontit në bazë të ligjit Darcy si në rastin e parë. Ne vëmë re jo vetëm lëvizjen e fluidit në drejtimin e rrjedhjes por shpërndarjen e tij edhe në drejtimin transversal ose normal me të. Shpërndarja e fluidit do të ketë pamjen e një **elipsi** dhe do të vazhdojë të zgjerohet në drejtim të të dy akseve të tij me një shpejtësi që varet nga shkalla e heterogjenitetit të mjedisit poroz. Kjo dukuri që u vu re në një mjedis poroz quhet **dispersion hidrodinamik**. Ky është një proces i paqëndrueshëm dhe i pakthyeshëm në kuptimin që përqëndrimi fillestar nuk mund të përftohet po të ndryshohet kahu i lëvizjes së rrjedhjes së fluidit. Figura e mëposhtme tregon në mënyrë demonstrative dispersionin hidrodinamik në saj të shpërndarjes mekanike dhe difuzionit molekular.

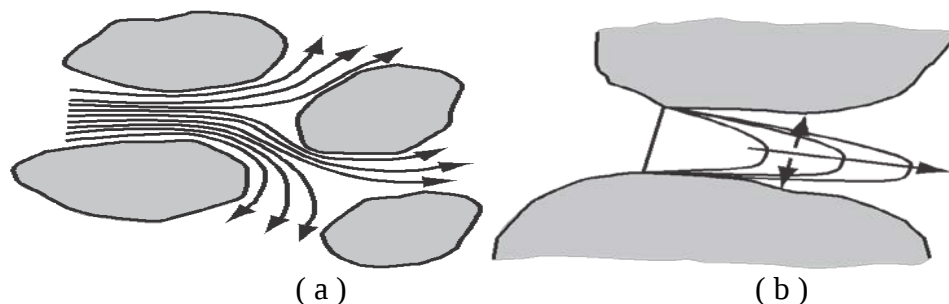


Figura 2.2 Dispersioni hidrodinamik në saj të dispersionit mekanik dhe difuzionit molekular

$$D_{\text{hidrodinamik}} = \text{Difuzion}^{\text{molekular}} + \text{Dispersion}^{\text{mekanik}} \quad (2.20)$$

Dispersioni $D^{\text{hidrodinamik}}$ është një madhësi tensoriale.

$D^{\text{molekular}}$ është lëvizja brouniane që varet nga gradienti përqëndrim

Ne përdorim terminë dispersion hidrodinamik për të përshkruar transportin e masës në nivelin makroskopik, i cili konsiston në dispersionin mekanik dhe difuzionin molekular, të cilat janë dy procese të pandashme, me përjashtim të rastit kur nuk kemi lëvizje por

vetëm difuzion molekular. Duhet patur parasysh që ndryshimet në përqëndrime sjellin ndryshime në densitetin dhe viskozitetin e fluidit.

$$D^{mek} = \begin{vmatrix} D_{xx}^{mek} & D_{xy}^{mek} & D_{xz}^{mek} \\ D_{yx}^{mek} & D_{yy}^{mek} & D_{yz}^{mek} \\ D_{zx}^{mek} & D_{zy}^{mek} & D_{zz}^{mek} \end{vmatrix} \Rightarrow D^{mek} = \begin{vmatrix} D_{xx}^{mek} & O & O \\ O & D_{yy}^{mek} & O \\ O & O & D_{zz}^{mek} \end{vmatrix} \quad (2.21)$$

2.3 Koeficienti i dispersionit dhe dispersiviteti

Si fillim po përmendim faktin se ajo cka do të paraqitet më poshtë për mjedisin poroz izotrop dhe atë anizotrop është një teori e komplikuar dhe në zhvillimë e sipër. Objektivi është të shprehim fluksin dispersiv në terma të mesatarizuara (dhe të matshme). Studimet e tre dekadave të fundit kanë arritur në përfundimin se fluksi dispersiv i një komponenteje (për njësi sipërfaqe të fluidit) në një mjedis poroz mund të shprehet si një ligj i ngjashëm me të Fick-ut (ligji i Fick + difuzioni molekular) në formën;

$$J^* \equiv \overset{0}{C} \overset{0}{V} \overset{f}{f} = -D \bullet \nabla C^f \quad \text{ose në formën} \quad (2.22)$$

$$J^* \equiv \overset{0}{C} \overset{0}{V} \overset{f}{f} = -D_{ij} \frac{\partial C^f}{\partial x_j} \quad (2.23)$$

Ku D_{ij} janë komponentet e një koeficienti, D , i quajtur koeficienti i dispersionit ose adveksionit mekanik, ose koeficienti i dispersionit. Ky koeficient është një madhësi tensoriale e rendit të dytë. Ekuacioni (22) është i vlefshëm për rastin e përgjithshëm të një mjedisi poroz anizotropik.

Matrica D_{ij} është një matricë pozitivisht e përcaktuar simetrike, (rrjedhimë i termodinamikës)

$$D_{ij} = D_{ji} \quad (2.24)$$

Disa autor (**Bear² and Bachmat², 1987, 1990**) kanë nxjerrë shprehjen e mëposhtme për komponentet D_{ij} .

$$D_{ij} = a_{ijkl} \frac{\overline{V_k^f V_l^f}}{\overline{V^f}} f(Pe, r) \quad (2.25)$$

Ku $\overline{V^f} (\equiv |\overline{V^f}|)$ është magnituda e shpejtësisë mesatare, r përfaqëson raportin e gjatësisë karakteristike në drejtim të rrjedhjes dhe normal me të, Pe është numri i njohur Peclet, por tashmë në formën:

$$Pe \equiv \frac{\overline{V}^f \Delta_f}{D_f} \quad (2.26)$$

ku Δ_f është rrezja hidraulike e fluidit që ka zënë pjesë të hapësirës boshe. Bear dhe Bachmant (1990) dhanë idenë për $f(Pe, r)$. Sidoqoftë për qëllime praktike ne do të pranojmë $f(Pe, r) \approx 1$ kështu që koeficienti i dispersionit shprehet në formën:

$$D_{ij} = a_{ijkl} \frac{V_k V_l}{V} \quad (2.27)$$

në të cilën $V_k \equiv \overline{V}_k^f$. Koeficientët a_{ijkl} të shfaqur në (2.2.4) janë komponentët e një madhësie tensoriale të rangut të katërt, **a**, e quajtur **dispersiviteti** i mjedisit poroz. Ai përfaqëson efektin, mbi rrjedhjen, në nivelin mikroskopik, të bashkëveprimit midis fazës fluide dhe të të gjithë fazave të tjera që ndodhen në volumn elementar, në rastin për të cilin interesohemi midis fazës fluide dhe matriksit. Kur një fluid zë një pjesë të hapësirës boshe, secila nga komponentët a_{ijkl} është një funksion i fraksionit volumetrik të fluidit. Në një hapësirë 3D, tensori i dispersivitetit, komponentë. Sidoqoftë, për shkak të supozimeve të ndryshme që bëhen për shkak të simetrive, numri i komponentëve të pavarur është më i vogël. Vecanërisht:

- (a) Nga shprehja e produktit entropik, S^* , dhe duke patur parasysh edhe supozime të tjera do të kishim;

$$S^* = \lambda \left(-D_{ij} \frac{\partial \overline{C}^f}{\partial x_i} \right) * \lambda \left(-\frac{\partial \overline{C}^f}{\partial x_j} \right) = \lambda^2 a_{ijkl} \frac{\partial \overline{C}^f}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{C}^f}{\partial x_j} \frac{V_k V_l}{V} \geq 0 \quad (2.28)$$

Nga del se a_{ijkl} është pozitivisht e përcaktuar. Pra dhe një herë kjo nënkupton që edhe të gjithë minorët e saj kryesor janë pozitivë.

- (b) Vlerat e a_{ijkl} janë të pandryshueshme për permutacionet e indekseve, domethënë që;

$$a_{ijkl} = a_{ijlk} \text{ ose } a_{ijkl} = a_{jikl} \quad (2.29)$$

Nga sa pamë më sipër vetëm 36 nga 81 komponentë janë të pavarura nga njëra tjetra. Sa më "simetrik" të jenë materialet në vetitë e tyre, numri koeficientëve të pavarur zvogëlohet, derisa kur materiali është izotropik, ky numër reduktohet në dy.

2.4 Mjedisi poroz izotrop

Në një mjedis poroz izotropik, është demonstruar (**Bear.J**³, **Cheng.A**³), ashtu sic u tha më parë se ky numër i komponentëve të pavarura reduktohet në dy. Të dy këta koeficientë emërtohen a_L dhe a_T pra gjatësor dhe tërthor ose normal. Parametri a_L është një gjatësi që karakterizon konfigurimin mikroskopik të fazës brënda volumnit elementar, kështu që për një fazë që mbush të gjithë hapësirën boshe në mjedisin poroz, a_L duhet të jetë e rendit të madhësisë së një pori.

Në varësi të dy komponentëve të mësipërm, komponentët e tensorit të dispersivitetit jepen nga

$$a_{ijkl} = a_T \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{a_L - a_T}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.30)$$

ku madhësia δ_{ij} është delta e **Kronecker**. Si rrjedhojë koeficienti i dispersionit, me $f(Pe, r) \approx 1$ jepet nga:

$$D_{ij} = \left[a_T \delta_{ij} + (a_L - a_T) \frac{V_i V_j}{V^2} \right] V \quad (2.31)$$

Ku V_i përcakton komponenten e i-t të shpejtësisë mesatare të vektorit V

Në kordinata karteziane, me shpejtësitë V_x, V_y, V_z të mesatarizuara sipas boshteve ox, oy, oz , do të kishim shprehjen e mëposhtme:

$$\begin{aligned} D_{xx} &= \left[a_T + (a_L - a_T) \frac{V_x^2}{V^2} \right] V = \frac{1}{V} (a_L V_x^2 + a_T V_y^2 + a_T V_z^2) \\ D_{xx} &= \left[a_T + (a_L - a_T) \frac{V_x^2}{V^2} \right] V = \frac{1}{V} (a_L V_x^2 + a_T V_y^2 + a_T V_z^2) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$D_{zz} = \left[a_T + (a_L - a_T) \frac{V_z^2}{V^2} \right] V = \frac{1}{V} (a_T V_x^2 + a_T V_y^2 + a_L V_z^2)$$

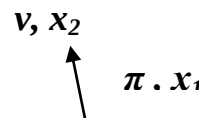
$$D_{xy} = \left[(a_L - a_T) \frac{V_x V_y}{V^2} \right] V = D_{yx}$$

$$D_{xz} = \left[(a_L - a_T) \frac{V_x V_z}{V^2} \right] V = D_{zx} \quad (2.33)$$

$$D_{yz} = \left[(a_L - a_T) \frac{V_y V_z}{V^2} \right] V = D_{zy}$$

Si cdo tensor i rendit të dytë, **D** ka tre drejtime kryesore. Duke përdorur kordinatat karteziane për këto drejtime me boshte x_1, x_2, x_3 mund të shkruajmë **D** në trajtë matricore;

Në rastin e rrjedhjes uniforme për shembull me $V_x = V, V_y = V_z = 0$ ekuacioni (32) thjeshtohet në $D_{xx} = a_L V, D_{yy} = a_T V, D_{zz} = a_T V, D_{xy} = D_{xz} = D_{yz} = 0$ ose në trajtë matricore:



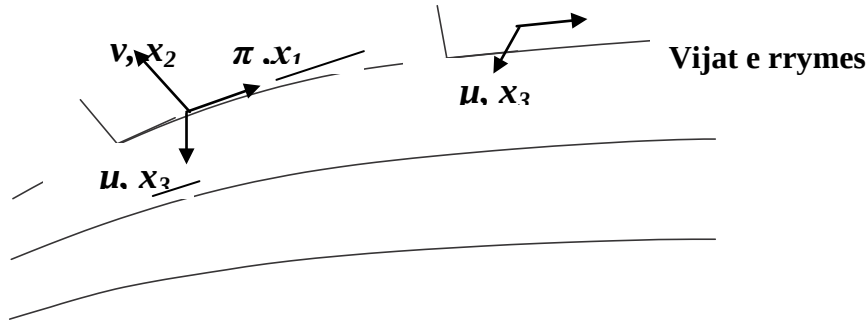


Figura 2.3 Drejtimet kryesore të koeficientit të dispersionit në një mjedis poroz izotrop

ku D_L , D_T janë respektivisht koeficientët e dispersionit gjatësor dhe tërthor të mjedisit poroz izotrop.

2.5 Mjedis poroz anizotrop

Në një mjedis anizotrop poroz, numri koeficientëve të dispersivitetit është më i madh dhe varet nga "simetria" që shfaq mjedis anizotrop, për shembull mund të konsiderojmë një mjedis poroz që shfaq një izotropi transversale me një aks simetrie, pra që për çdo plan normal me aksin, materiali ose mjedis është izotrop, në drejtimet e tjera është anizotrop. Në një situatë të tillë, me vektorin e (komponentet e_i) që tregon simetrinë aksiale, ekzistojnë 6 koeficientë të pavarur a_{ijkl} . Sipas Bear e të tjerë (2009) kemi:

$$a_{ijkl} = a_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{a_2}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + a_3 e_i e_j \delta_{kl} + a_4 e_k e_l \delta_{ij} + \frac{a_5}{2} (e_i e_k \delta_{jl} + e_j e_k \delta_{il} + e_i e_l \delta_{jk} + e_j e_l \delta_{ki}) + a_6 e_i e_j e_k e_l \quad (2.24)$$

Fel.G⁴ dhe Bear.J⁴ përcaktuan kushtet që të gjashtë komponentët duhet të përmbushin si rrjedhojë e pozitivitetit të produktit entropik të shprehur në ekuacionin. Vëmë re se po të heqim termat që përmbajnë e_i jemi në kushtet e mjedisit poroz izotrop. **Këta gjashtë koeficient janë vecori vetëm e mjedisit poroz që do të thotë se janë të pavarur nga fluidi që mbush hapsirën poroze apo nga sistemi i koordinatave të zgjedhura.** Duke u bazuar tek (3.3) do të merrnim:

$$D_{ij} = \left[a_1 \delta_{ij} + a_2 \frac{V_i V_j}{V^2} + a_3 e_i e_j + a_4 \delta_{ij} \frac{(V_k e_k)^2}{V^2} + a_5 \frac{V_k e_k}{V} \frac{V_i e_j + V_j e_i}{V^2} + a_6 e_i e_j \frac{(V_k e_k)^2}{V^2} \right] V \quad (2.25)$$

Vëmë re se koeficienti i dispersivitetit , i cili përdoret për të përcaktuar fluksin dispersiv varet jo vetëm nga koeficientët e dispersivitetit të mjedisit poroz, por gjithashtu edhe nga shpejtësia.

Për të përcaktuar këta gjashtë koeficientë (apo edhe më shumë) duhen bërë teste në terren, të përpunohen rezultatet (me anë të gjurmuesve të injektuar në një pus observimi) dhe duke krahasuar pastaj përqëndrimet e ndotësit me zgjidhjet e mundshme analitike ose numerike. Zakonisht përcaktimi i këtyre parametrave bëhet me anë të procedures inverse, me anë të së cilës zgjidhja optimale përftohet

duke minimizuar gabimet (shumën e katrorëve) midis vlerave të matura dhe atyre të përfutuara teorikisht, qoftë numerikisht apo analitikisht.

Me të përfunduar gjetja e këtyre 6 komponentëve D_{ij} , hapi tjetër është zgjidhja e sistemit të mëposhtëm, bazuar ne (36) për a_1 - a_6

$$[EV] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ D_{33} \\ D_{12} \\ D_{13} \\ D_{23} \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

në të cilën $[EV]$ është matricë 6 x 6 dhe që përmban shprehjet e e_i dhe V_i . Megjithatë një analizë e kësaj matrice tregon se vetëm 4 nga 6 ekuacionet janë linearisht të pavarur (r-4), pra që (37) mund të na japë maksimumi 4 vlera të a_i , dhe kjo është provuar për cdo sistem orientimi kordinatash.

Përfundimet e rëndësishme për analizën e mësipërme janë:

- ❖ Në një eksperiment në terren , në të cilin kushtet e rrjedhjes mbeten të pandryshshme, është e mundur të përcaktojmë vetëm 4 koeficient dispersioni
- ❖ Nuk është e mundur të përcaktohen të gjashtë koeficientët për shkak të çka thamë më sipër.
- ❖ Sidoqoftë sipas **Fel.G⁴ dhe Bear.J⁴** është i mundur gjetja e të gjashtë koeficientëve n.qs do të kryhen dy eksperimente.

Të tjera përfundime të rëndësishme janë

Rrjedhja uniforme normale me shtresat

Kjo nënkupton rrjedhjen në drejtim të boshtit oz, të tillë që $V_3 = V$ dhe $V_1 = V_2 = 0$. Duke përdorur këto kushte ne (36), përftojme:

$$D^V = \begin{bmatrix} a_{TH}^V & 0 & 0 \\ 0 & a_{TH}^V & 0 \\ 0 & 0 & a_{TH}^V \end{bmatrix} V, \quad \begin{aligned} a_{TH}^V &= a_1 + a_4 \\ a_{LV}^V &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2a_5 + a_6 \end{aligned} \quad (2.27)$$

ku simboli v do të thotë që rrjedhja është vertikale, a_{TH}^V është dispersiviteti tërthor në drejtimin horizontal (vetëm një vlerë për shkak të izotropisë në planin horizontal), a_{LV}^V është dispersiviteti gjatësor në drejtimin vertikal

Rrjedhja uniforme paralele me shtresat

Kjo nënkupton rrjedhjen në drejtim të boshtit ox, të tillë që $V_1 = V$ dhe $V_2 = V_3 = 0$. Duke përdorur këto kushte në (36) , përftojme:

$$D^H = \begin{bmatrix} a_{LH}^H & 0 & 0 \\ 0 & a_{TH}^H & 0 \\ 0 & 0 & a_{TV}^H \end{bmatrix} V, \quad \begin{aligned} a_{LH}^H &= a_1 + a_2 \\ a_{TH}^H &= a_1 \\ a_{TV}^H &= a_1 + a_3 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Më sipër ne kemi pranuar që drejtimi i akseve të simetrisë është i njohur apriori, për shembull ne njohim të tre vlerat e_1, e_2, e_3 që shfaqen tek (36). N.q. s ky drejtim njihet, ne duhet të përdorim të dhënat eksperimentale për të zgjidhur problemin invers për dy nga tre komponentet e e^{se} (sepse $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1$) për një total prej 8 vlerash të panjohura. Në këtë rast dy teste në dy drejtime të inklinuara të ndryshme (në lidhje me akset e simetrisë së matriksit) janë të mjaftueshme për përcaktimin e këtyre 8 të panjohurave.

2.6 Anizotropia me simetri tetragonale

Si një shembull i tillë mund të konsiderohet një sistem i përbërë prej pakove solide poroze me përmasa $a \times a \times c$ me hapësira të barabarta midis tyre. Për këtë rast të **36 komponentët** a_{ijkl} mund të shprehen me anë të 7 parametrave në kushte të caktuara. Është për tu theksuar se në këtë rast na duhet informacion se si janë të pozicionuar në hapësirë këto blloqe me përmasa $a \times a \times c$.

Disa autorë, në bazë të observimeve kanteriale, kanë arritur në përfundimin që për rrjedhjen paralele me shtratimin, dispersioni normal me shtratimin është shumë më i vogël se ai gjatësor, $a_{TH}^H \gg a_{TV}^H$ (Gelhar⁵ et al., 1992). Komponentët e tensorit të dispersionit në 3 D, për aksin oz si aksë simetrie, janë si më poshtë:

$$\begin{aligned} D_{xx} &= \frac{1}{V} (a_L V_x^2 + a_{TH} V_y^2 + a_{TV} V_z^2) \\ D_{yy} &= \frac{1}{V} (a_{TV} V_x^2 + a_L V_y^2 + a_{TV} V_z^2) \\ D_{zz} &= \frac{1}{V} (a_{TV} V_x^2 + a_{TV} V_y^2 + a_L V_z^2) \\ D_{xy} &= D_{yx} = \frac{1}{V} (a_L - a_{TH}) V_x V_y \\ D_{xz} &= D_{zx} = \frac{1}{V} (a_L - a_{TV}) V_x V_z \\ D_{zy} &= D_{yz} = \frac{1}{V} (a_L - a_{TV}) V_y V_z \end{aligned} \quad (2.29)$$

Është për tu theksuar se softet më të fundit dhe më të përhapura komerciale (Phast 2012, Modflow 2014, i Shërbimit Gjeologjik Amerikan) përdorin pikërisht formulimet e mësipërme.

Lichtner.P⁶ dhe të tjerë (2002) propozuan futjen e një madhësie $\cos(\theta)$ si një faktor kostituiv të modelit, ku θ është këndi midis drejtimit të rrjedhjes dhe aksit të simetrisë së matriksit. Si përfundim do të kishim shprehjet e mëposhtme:

$$D_{xx} = \left[a_L \frac{V_x^2}{V^2} + a_{TH} \frac{V_y^2}{V_x^2 + V_y^2} + a_T \frac{V_x^2 V_z^2}{V^2 (V_x^2 + V_y^2)} \right] V$$

$$\begin{aligned}
D_{yy} &= \left[a_L \frac{V_y^2}{V^2} + a_{TH} \frac{V_x^2}{V_x^2 + V_y^2} + a_T \frac{V_y^2 V_z^2}{V^2 (V_x^2 + V_y^2)} \right] V \\
D_{zz} &= \left[a_L \frac{V_z^2}{V^2} + a_T \frac{V_x^2 + V_y^2}{V^2} \right] V
\end{aligned} \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned}
D_{xy} = D_{yx} &= \left[a_L \frac{V_x V_y}{V} + a_{TH} \frac{V_x V_y}{V_x^2 + V_y^2} + a_T \frac{V_x V_y V_z^2}{V^2 (V_x^2 + V_y^2)} \right] V \\
D_{xz} = D_{zx} &= \left[(a_L - a_T) \frac{V_x V_z}{V^2} \right] V \\
D_{yz} = D_{zy} &= \left[(a_L - a_T) \frac{V_y V_z}{V^2} \right] V
\end{aligned}$$

ku

$$\begin{aligned}
a_L &= \beta_1 + \beta_2 - \beta_3 \cos^2 \theta \\
a_T &= \beta_1 + \beta_3 (1 - \cos^2 \theta) \\
a_{TH} &= \beta_1
\end{aligned} \tag{2.24}$$

me a_1, a_2, a_3 , koeficient karakteristik të materialit të matritsës
Shprehjet (40) tregojnë se vetëm tre nga koeficientët e dispersivitetit mund të jenë të pavarur (në cdo pozicion të rrjedhjes). Për rrjedhjen vertikale ($\theta = 0$) kemi formën e reduktuar:

$$D_{ij}^V = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 + \beta_2 - \beta_3 \end{bmatrix} V = \begin{bmatrix} a_{TH}^V & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{TH}^V & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{LV}^V \end{bmatrix} V \tag{2.31}$$

dhe për rrjedhjen horizontale ($\theta = 90^\circ$) kemi:

$$D_{ij}^H = \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 + \beta_3 \end{bmatrix} V = \begin{bmatrix} a_{LH}^H & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{TH}^H & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{TV}^H \end{bmatrix} V \tag{2.32}$$

Vëmë re se koeficientët $\alpha_{LV}^V, \alpha_{LH}^H$ etj të përcaktuar më sipër nuk janë njësoj me ata të përcaktuar nga (37). Gjithashtu vihet re rëndësia e faktit se $D_{TH}^H = D_{TH}^V$ etj sjell që koeficienti i dispersionit normal në rrjedhjen horizontale është e barabartë me atë të rrjedhjes vertikale. Me fjalë të tjera, n.q.s kryejmë një testim në një rrjedhje vertikale dhe horizontale, koeficientët e dispersionit janë të lidhur me njëri tjetrin.

Kjo shpjegon faktin që dispersiviteti i matur në kushtet reale është disa herë më i madh se dispersiviteti i matur eksperimentalisht në laborator, pra varet nga shkalla e matjes.

Si përfundim levizja e ndotësit dhe përqëndrimi i tij në një akuifer me presion do të ishin pasojë, sipas këtij modeli, e dukurisë së konveksionit dhe makrodispersionit (ku kemi neglizhuar dispersionin hidrodinamik të mesatarizuar) dhe që analitikisht do të shpreheshin me anë të ekuacionit të mëposhtëm:

$$\frac{\partial}{\partial t} B \tilde{n} \tilde{c}' + \nabla' \bullet B \{ \tilde{c} \tilde{q}' - \tilde{D} \bullet \nabla' \tilde{c} \} - B \tilde{\tau}_c^* = 0 \quad (2.33)$$

Kapitulli III

Modeli konceptual i furnizimit me ujë të akuiferit nga rreshjet atmosferike

Ky model përdor lidhjen direkte që ekziston midis dy rezervuarve, atë të akuiferit dhe zonës vadoze. Modeli bazohet në proceset fizike që ndodhin në zonën vadoze dhe atë kapilare që ndodhet mbi tavanin e ujrave në akuifer dhe që janë:

- 1-) evapotranspirimi nga zona vadoze (bimesia + avullimi)
- 2-) infiltrimi i ujit në akuifer
- 3-) ngritja kapilare mbi tavanin e ujrave të akuiferit
- 4-) largimi i ujit përtej zonës vadoze në studim (në det për shembull)

Modeli përdor të dhënat meteorologjike për të kuantifikuar këto procese.

Më poshtë në figurën (4) dhe në atë (5) jepen paraqitjet skematike të proceseve kryesore të ciklit hidrologjik në tokë dhe ajër si dhe të furnizimit të akuiferit me ujë

Të dhënat e rreshjeve dhe temperaturës së ambjentit për modelimin e ciklit hidrologjik janë marrë nga *Shërbimi Gjeologjik Amerikan* për basenin e *Ruther Bay* gjatë viteve **1982-2012**

3.1 Modelet hidrologjike

Modelet hidrologjike ekzistuese klasifikohen në tre tipe të cilët janë:

- **Modelet empirike**
- **Modelet konceptuale**
- **Modelet fizike**

Me poshtë do të trajtojmë të dy modelet më të përdorshëm, atë konceptual dhe atë fizik.

3.2 Modeli konceptual hidrologjik

Objektivi kryesor është modelimi i lëvizjes së ujrave drejt akuiferit dhe jashtë tij. Gjatë modelimit janë bërë këto supozime:

Rreshjet në formë shiu që bien mbi zonën në studim nuk qëndrojnë në mënyrë statike mbi sipërfaqen e tokës. Nga rreshjet e shiut që bien në zonën në studim, një pjesë avullon pa arritur në tokë, një pjesë thithet nga bimësia, një pjesë infiltron në akuifer, një pjesë filtron në thellësi, një pjesë që ndodhet në sipërfaqe gjithashtu përbën rrjedhjen sipërfaqësore ose eksfiltrim një pjesë mbetet në formën e lagështirës dhe një pjesë largohet nga zona në studim (derdhet në det nëpërmjet lumit ose diku tjetër). Pranohet gjithashtu se kur temperatura në mjedisin poroz në sipërfaqe është -3°C uji gjendet në formë të ngurtë (akull) dhe se kur temperatura në ajër është -6°C rreshjet janë në formë bore. Gjithashtu matjet eksperimentale kanë treguar se infiltrimi i ujit në akuifer mund të përfaqësohet vetëm me anë të komponenteje vertikale gjë që e cila do ta lehtësonte punën për llogaritjen e fluksit në zbatimin e kushteve kufitare. Një tjetër fakt që duhet përmendur është edhe zona kapilare që gjendet mbi akuifer e cila është një shtrese nëntokësore mbi të cilën ujerat nëntokësore ngrihen lart sipër tavanit të ujërave të

akuiferit nga forcat kapilare. Në figurën (6) jepet paraqitja grafike e modelit të kalibruar të rreshjeve në ciklin hidrologjik

Në këtë kapitull gjithashtu do të analizojmë kohën e pritjes, të udhëtimit dhe evapotranspirimin me anë të një serie simulimesh Monte Karlo të modelit stokastik të lagështisë së tokës ku dinamika e lëvizjes së ujrave nëntokësor varet nga precipitimet diskrete. Simulimet janë bazuar në lëvizjen gjeomorfologjike të ujrave. Kjo lëvizje gjeomorfologjike e ujrave është përshkruar nga **Rodriguez⁷-Iturbe⁷ në vitin 2004**. Vetitë fizike të zonës së sipërme vadoze, për shembull ato të zonës së rrënjëve të bimëve, përshkruhen me anë të parametrave konstante ku vlen të theksohet për shembull se gjatësia e rrënjëve në tokë merret konstante për të gjithë zonën në studim, ashtu si dhe poroziteti i saj. Termat e ndryshme që përshkruajë evolimin në kohë të volumit të ujit në zonën vadoze të zënë nga rrënjët e bimëve janë të modeluar si më poshtë. Termi $J(t)$, që është sasia e precipitimeve, është modeluar në kohë ditore për çdo interval prej 5 minutash kuse frekuenca mesatare e ditëve me shi është shënuar $\lambda [s^{-1}]$. Sasia e evapotranspirimit $ET(s(t))$ pranohet që ka varësi lineare perkundrejt lagështisë së tokës $s(t) = S_u / (nZ_r A)$. Lëvizje e një grimce uji në zonën vadoze konsiderohet si variabël i rastit. Gjithashtu edhe koha e qëndrimit T_u të ujit në zonën vadoze që është gjithashtu një variabël i rastit merret e barabartë me kohën e evapotranspirimit në qoftë se e gjithë sasia e ujit është transpiruar. Që këtë rrjedh se probabiliteti kumulativ i kohës së qëndrimit të ujit në pjesën e sipërme të zonës vadoze në një pikë të dhënë, në një çast kohe t_i (për shembull $P_u(t|t_i) = 1 - \int_0^t p_u(x|t_i)dx$) mund të shprehet me anë të ekuacionit të mëposhtëm:

$$p_u(t) = \theta(t_i)p_w(t|t_i) - [1 - \theta(t_i)]p_{et}(t|t_i). \quad (3.1)$$

Duke patur parasysh që $dP_u(t|t_i)/dt = -p_u(t|t_i)$ si dhe ekuacionin e mësipërm, mund të shkruajmë:

$$\frac{dP_u(t|t_i)}{dt} = -\theta(t_i)p_w(t|t_i) - [1 - \theta(t_i)]p_{et}(t|t_i) \quad (3.2)$$

Nga ana tjetër kemi që:

$$p_w(t - t_i|t_i) = \frac{J_e(t)P_u(t - t_i|t_i)}{\theta(t_i)S_u(t)} \quad (3.3)$$

$$p_{et}(t - t_i|t_i) = \frac{ET(t)P_u[t - t_i|t_i]}{[1 - \theta(t_i)]S_u(t)} \quad (3.4)$$

Ekuacioni i mësipërm mund të integrohet midis t dhe t_i duke vënë si kusht fillestar $P_u(0|t_i = 1)$. Pas kesaj do të merrnim:

$$P_u(t - t_i|t_i) = \exp\left(-\int_0^t \frac{J_e(x) + ET(x)}{S_u(x)} dx\right) \quad (3.5)$$

Prej këtej duke zëvendësuar ekuacionin 6 në 3 marrim

$$p_w(t-t_i|t_i) = \frac{J_e(t)}{S_u(t)\theta(t)} \exp\left(-\int_{t_i}^t \frac{J_e(x)+ET(x)}{S_u(x)} dx\right) \quad (3.6)$$

Sasia e ujit në forme precipitimi hyn në zonën vadose (me ngopshmëri të ndryshueshme), ku një pjesë e saj thithet nga bimët dhe pjesa tjetër depërton në akuifer ose avullon (evaporotranspirimi). Sasia efektive e ujit që depërton në akuifer në saj të gravitetit do të varet nga lagështia e tokës dhe është në përpjestim të drejtë me përmbajtjen e ujit në zonën vadose. Koeficienti i përpjestimit është një parameter që varet nga konduktiviteti hidraulik. Zgjidhja numerike ekuacionit të bilancit të masës gjatë një periudhe relativisht të gjatë tregon lidhjen që ekziston midis kohës së qëndrimit të ujit në zonën vadose dhe lagështisë së tokës.

Një pjesë e ujit të rënë në forme shiu që është duke arritur sipërfaqen e tokës supozohet se riavullon gjatë së njëjtës kohë por e limituar nga evaporimi potencial $E_{pot}(t)$:

$$E_i(t) = \min\|E_{pot}(t), I_c(t)\| \quad (3.7)$$

Ku $E_i(t)$ është fluksi i evaporimit të ujit që ka rënë në tokë por që pranohet se ky uje që avullon nuk do të jetë me pjesë e procesit të mëvonshme gjatë së cilit mund të kemi rreshje shiu. Si rrjedhojë sasia e shiut neto që do të bjerë pas procesit të avullimit do të jetë:

$$P_n(t) = P(t) - E_i(t) \quad (3.8)$$

Në këtë mënyrë edhe E_{pot} është reduktuar nga transpirimi potencial $E_{t,pot}[ms^{-1}]$ me sasinë E_i ose e thënë ndryshe:

$$E_{t,pot}(t) = E_{pot}(t) - E_i(t)$$

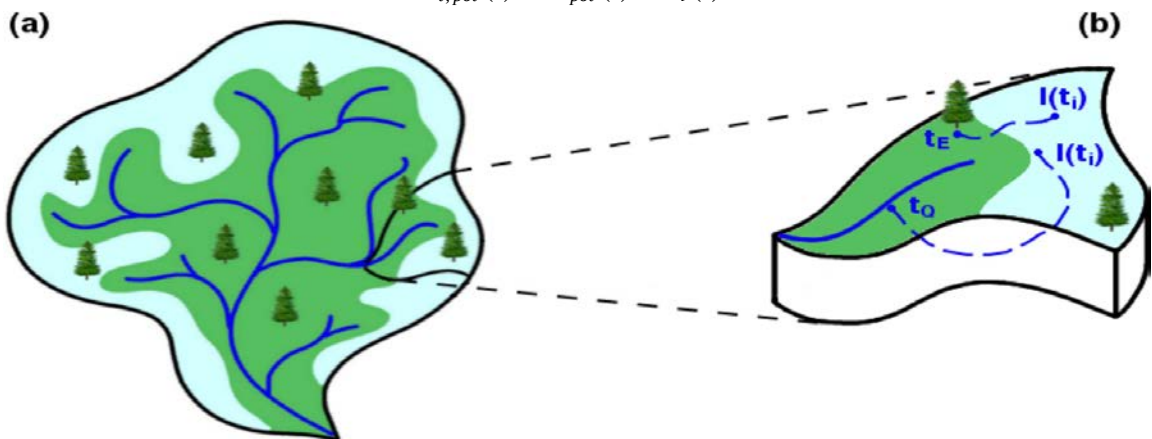


Figura 3.1. a-) Paraqitje skematike hipotetike e thjeshtuar e ndarjes së basenit ujembajtës në nënzona. b-) largimi ujit nga nënzona e basenit, pasojë e infiltrimit ose evaporotranspirimit.

Le të shënojmë me $S(t)$ kapacitetin magazinues të një nënzona të ushqyer nga sasia e rreshjeve atmosferike $I(t)$ (ms^{-1}) të ekspozuar ndaj evaporotranspirimit $E(t)$ (ms^{-1}) dhe ndaj infiltrimit nëntoksor $I(t)$ (ms^{-1}). Gjatë intervalit kohor dt , sasia volumore e rreshjeve që infiltron në akuifer do të jetë $I(t) dt_i$. Koha që i duhet këtij volumni të infiltrojë në akuifer do të varet në shkallë të gjere nga lagështia e tokës. Çdo transport i këtij volumni ujqor do të ndjekë trajektore të ndryshme nga njera tjetra ne kohë dhe hapsirë. Koha që i duhet kësaj mase që nga momenti i interceptimit nga toka deri në infiltrimin në akuifer quhet **koha e udhëtimit**. Është për tu theksuar se kjo kohë udhëtimi mund të përkufizohet si një realizim i pavarur i një procesi stokastik ergodik me funksion probabiliteti ndodhjeje $P(t - t_i | t_i)$ ku $t - t_i$ është koha e udhëtimit e marrë si diferencë e kohës $t > t_i$ në të cilën masa e ujit është larguar nga baseni dhe kohës t_i të interceptimit nga toka. Kapaciteti magazinues $S(t)$ në keto kushte do të jepej si shume e të gjithë volumeve të ujit që infiltrojnë gjatë kohës t_i , kohët e udhëtimit të të cilave janë më të vogla se sa $t - t_i$. Në mënyre analitike kapaciteti magazinues do të jepej si më poshtë:

$$S(t) = \int_{-\infty}^t I(t_i) P(t - t_i | t_i) dt_i \quad (3.9)$$

Duke diferencuar shprehjen ë mësipërme në lidhje me kohën (rregulla Leibniz) do të përftonim:

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - \int_{-\infty}^t I(t_i) p(t - t_i | t_i) dt_i \quad (3.10)$$

Ku $p(t - t_i | t_i)$ (s^{-1}) është funksioni i densitetit probabilitar të përftuar nga diferencimi i $P(t - t_i | t_i)$ në lidhje me kohën t . Ekuacioni i mësipërm mund të shihet si ekuacion i bilancit te masës, ku ana e djathtë është shuma algjebrike e të gjithë flukseve në dalje. Rrjedhimisht mund të shkruajmë:

$$Q(t) + E(t) = \int_{-\infty}^t I(t_i) p(t - t_i | t_i) dt_i \quad (3.11)$$

Për të vlerësuar kontributet e termave në anën e majtë në ekuacionin e mësipërm ($Q(t), E(t)$) duhet bërë i qartë dallimi midis proceseve të ujit që drenon në sipërfaqe dhe ujit që evaporotranspiron. Duke shënuar me $\theta(t_i) \in [0, 1]$ fraksionin relativ të drenimit në nëntokë të masës ujore gjatë kohës t_i , **Bertuzzo⁸ e tjerë , 2013**, nxorën shprehjen e mëposhtme që jep lidhjen që ekziston midis proceseve të drenimit në nëntokë dhe evaporotranspirimit.

$$p(t - t_i | t_i) = \theta(t_i) p_Q(t - t_i | t_i) + [1 - \theta(t_i)] p_E(t - t_i | t_i) \quad (3.12)$$

Ku kontributet e secilit proces të përmendur me sipër do të ishin përkatësisht

$$Q(t) = \int_{-\infty}^t I(t_i) \theta(t_i) p_Q(t - t_i | t_i) dt_i \quad (3.13)$$

$$E(t) = \int_{-\infty}^t I(t_i) [1 - \theta(t_i)] p_E(t - t_i | t_i) dt_i \quad (3.14)$$

Për të përfutur zgjidhjet analitike për $p_Q(t - t_i | t_i)$ dhe $p_E(t - t_i | t_i)$ duhet të nisemi nga ekuacioni i ruajtjes së masës të vëllimit të ujit të transportuar si një proces rasti, të dhënë si më poshtë:

$$\frac{d[I(t_i) dt_i P(t - t_i | t_i)]}{dt} = -[Q(t) + E(t)] \frac{I(t_i) dt_i P(t - t_i | t_i)}{S(t)} \quad (3.15)$$

Ekuacioni i mësipërm mund të derivohet me tej dhe të përftohet forma e mëposhtme diferenciale:

$$\frac{dP(t - t_i | t_i)}{dt} + \frac{Q(t) + E(t)}{S(t)} P(t - t_i | t_i) = 0 \quad (3.16)$$

Zgjidhja e të cilit, pas implementimit të kushteve fillestare ($P(0 | t_i) = 1$) do të jetë:

$$P(t - t_i | t_i) = \exp\left(\int_{t_i}^t \frac{Q(x) + E(x)}{S(x)} dx\right) \quad (3.17)$$

Duke zëvendësuar ekuacionin 4 në ekuacionin 8 dhe duke përdorur rezultatet e ekuacionit 9, do të merrnim përfundimisht shprehjet e mëposhtme:

$$P_Q(t - t_i | t_i) = \frac{Q(t)}{S(t) \theta(t_i)} \exp\left(\int_{t_i}^t \frac{Q(x) + E(x)}{S(x)} dx\right) \quad (3.18)$$

$$P_E(t - t_i | t_i) = \frac{Q(t)}{S(t) [1 - \theta(t_i)]} \exp\left(\int_{t_i}^t \frac{Q(x) + E(x)}{S(x)} dx\right) \quad (3.19)$$

Ekuacionet 10 dhe 11 japin shpërndarjet e kohës së udhëtimit të masës së dhënë që largohet nga sipërfaqja e basenit ujqor si pasojë e infiltrimit në akuifer ose evaporotranspirimit.

Një pjesë e ujit në formë rreshesh atmosferike që bien mbi basen pranohet se avullon gjatë të njëjtës periudhë kohore të rënies së rreshjeve dhe që kufizohet nga avullimi potencial $E_{pot}(t)$ $[LT^{-1}]$:

$$E_i(t) = \min[E_{pot}(t), I_C(t)] \quad (3.20)$$

Ku $E_i(t) [LT^{-1}]$ është fluksi i avullimit të ujit të rënë ne tokë. Ky ujë në gjendje avulli bën që sasia në total e ujit që do të bjerë mbi basen të reduktohet pikërisht në madhësinë e precipitimit faktik $P_n(t)$ e shprehur si më poshtë:

$$P_n(t) = P(t) - E_i(t) \quad (3.21)$$

Persa i përket avullimit potencial, do të kishim shprehjen e mëposhtme algjebrike:

$$E_{t,pot}(t) = E_{pot}(t) - E_i(t) \quad (3.22)$$

Uji që mbërrin në sipërfaqen e tokës mund të ngrijë në të dhe sipas **Formetta⁹ e etje 2013** është vartesi lineare e temperatures së ajrit dhe të mjedisit ku ndodhet.

$$F_s(t) = \begin{cases} a_f a_s (T_m - T(t)) & \text{ne qofte se } T(t) < T_m, \quad h_s(t) > 0 \\ 0 & \text{perndryshe} \end{cases} \quad (3.23)$$

ku $a_s, a_f \in [0, 1]$ janë faktorët gradë - ditë $[LT^{-1} C^{-1}]$ për ngrirjen dhe shkrirjen e ujit, $T_m [^{\circ}C]$ është temperaturë e shkrirjes së ujit në gjëndje të ngurtë dhe që merret e barabartë me zero. Uji në gjëndje të ngrirë në siperfaqe pranohet se ka aftësinë e ruajtjes mbi të një sasi të caktuar uji në gjëndje të lëngët. Kjo aftësi ruajtse jepet nga produkti $\theta \cdot h_s [mm]$. Ekuacioni i bilancit të përmbajtjes së ujit, $h_u [m]$ mbi sipërfaqen e ngurtë jepet sipas shprehjes se mëposhtme:

$$\frac{dh_u}{dt} = P_r(t) + M_s(t) - F_s(t) - M_u(t) \quad (3.24)$$

ku M_s është moduli i borës se shkrirë, qe jepet si me poshte :

$$M_s(t) = \begin{cases} a_s (T(t) - T_m) & \text{ne qofte se } T(t) > T_m, \quad h_s > 0 \\ 0 & \text{perndryshe} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$M_u = \begin{cases} P_r(t) + M_s(t) - F_s(t) & \text{ne qofte se } h_u = \theta h_s \\ 0 & \text{ne qofte se } h_u < \theta h_s \end{cases} \quad (3.26)$$

Flukset ujore të kombinuara P_r, G_s, M_u përbëjnë sasinë totale ekuivalente P_{ek} të ujit në gjëndje të lirë që merr pjesë në transformimin precipitim - largim i ujit . Konkretisht do të kishim:

$$P_{ek}(t) = \begin{cases} P_r(t) & \text{ne qofte se } h_s = 0 \\ G_s(t) + M_u(t) & \text{ne qofte se } h_s > 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Sipas Laio e tjerë 2001, Rodriguez-Iturbe 2004, një rol të rëndësishëm në proceset e mësipërme luan edhe dinamika e lagështisë së tokës sipas ekuacionit të mëposhtëm:

$$\eta Z_r \frac{ds(t)}{dt} = F_i(t) - E_t(t) - L(t), \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (3.28)$$

ku η është poroziteti i tokës, $Z_r(t)$ [m] është thellësia e shtresës aktive gjatë proceseve të mësipërme, s është lagështia relative e tokës, F_i [ms^{-1}] është shpejtësia e infiltrimit, E_t [ms^{-1}] është shpejtësia e transpirimit të ujit nga zona me bimësi dhe L [ms^{-1}] është fluksi i ujit që depërton nga zona me bimësi si rrjedhje nëntokësore. Fluksi i ujit L është një funksion jo linear i lagështisë së tokës dhe shprehet me anë të ekuacionit të mëposhtëm.

$$L(t) = K_{ngp} s(t)^c \quad (3.29)$$

ku K_{ngp} [ms^{-1}] është përcjellshmëria hidraulike e ngopur dhe c është eksponenti i Clapp-Hornberger-it. Shpejtësia e thithjes së ujit nga bimët është një funksion linear i lagështisë relative të tokës. Uji që infiltron në akuifer korrespondon me sasinë e rreshjeve që bien minus sasinë e rreshjeve që largohen direkt nga sipërfaqja dhe jepet me anë të ekuacionit të mëposhtëm.

$$F_i(t) = P_{ek}(t) - R_{hort}(t) - R_{dun}(t) \quad (3.30)$$

ku $R_{hort}(t)$ [ms^{-1}] është rrjedhja sipërfaqesore që ndodh kur tejkalohet kapaciteti i infiltrimit dhe $R_{dun}(t)$ [ms^{-1}] është rrjedhja sipërfaqesore që ndodh kur zona në fjalë është e ngopur. Të dy këta mekanizma shprehen me anë të ekuacioneve të mëposhtme:

$$R_{hort}(t) = \begin{cases} \max[P_{ek}(t) - \phi, 0] & \text{ne qofte se } s(t) < 1 \\ 0 & \text{ne qofte se } s(t) = 1 \end{cases} \quad (3.31)$$

$$R_{hort}(t) = \begin{cases} P_{ek}(t) & \text{ne qofte se } s(t) = 1 \\ 0 & \text{ne qofte se } s(t) < 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

Uji që vihet në lëvizje nga shtresa aktive L transformohet në rrjedhjen nëntokesore në zonën midis dy rezervuarve linear që simulojnë një fluks linear të shpejtë dhe të ngadaltë, R_{sh} [ms^{-1}] dhe R_{ng} [ms^{-1}]. Ketu e në vazhdim me indeksin – sh – kemi shënuar lëvizjen e shpejtë dhe me – ng – lëvizjen e ngadaltë. Ekuacionet linear të rezervuarit për rrjedhjen e shpejtë dhe të ngadaltë nëntokesore jepen si më poshtë:

$$\frac{dS_{sh}}{dt} = L(t) - L_{ng}(t) - R_{sh}(t) \quad (3.33)$$

$$\frac{dS_{ng}}{dt} = L_{ng}(t) - R_{ng}(t)$$

ku S_{sh} [m] dhe S_{ng} [m] janë kapacitetet magazinuese të ujit në rezervuarët e shpejtë dhe të ngadaltë, R_{sh} [ms^{-1}] dhe R_{ng} [ms^{-1}] janë rrjedhjet në po këta rezervuar të cilët janë

linearisht të varur nga kapaciteti magazinues , për shembull $R_{sh} = k_{sh} S_{sh}$ dhe $R_{ng} = k_{ng} S_{ng}$ ku $k_{sh}^{-1}[s]$, $k_{ng}^{-1}[s]$ janë kohët mestare të qëndresës.

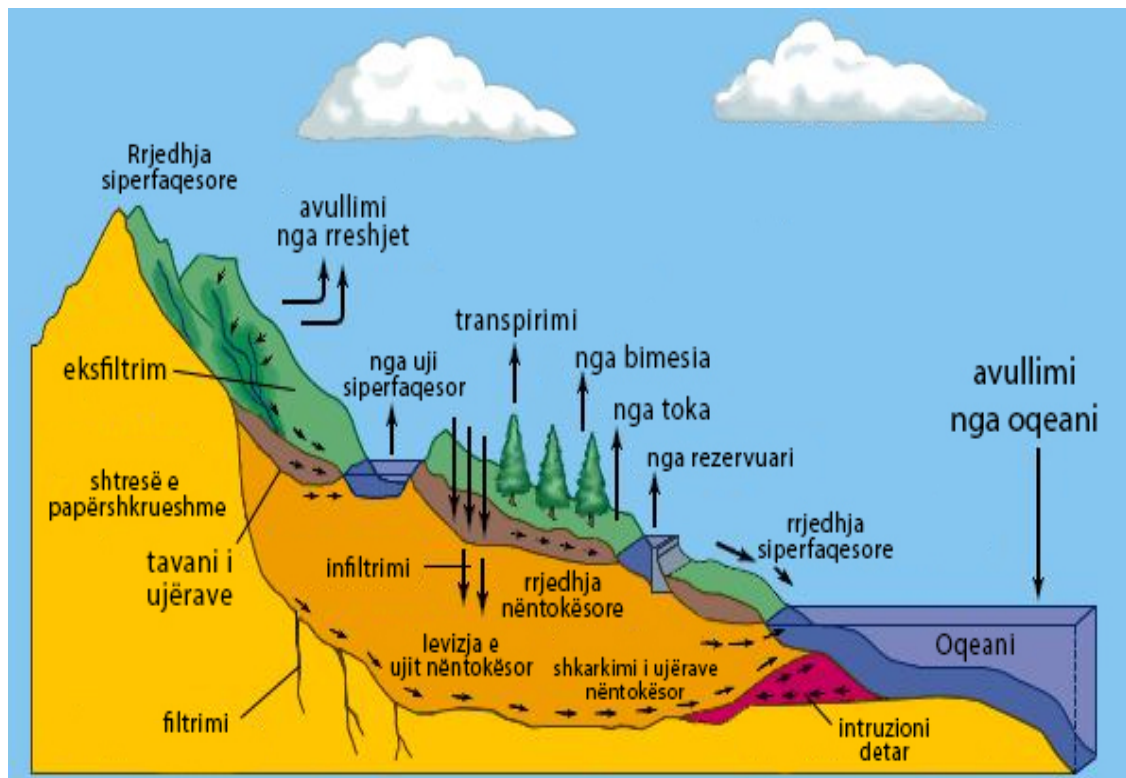


Figura 3.2 Paraqitje skematike e proceseve kryesore të ciklit hidrologjik në tokë dhe ajër.



Figura 3.3 Paraqitje skematike e furnizimit me ujë të akuiferit nga lumi dhe rreshjet atmosferike.

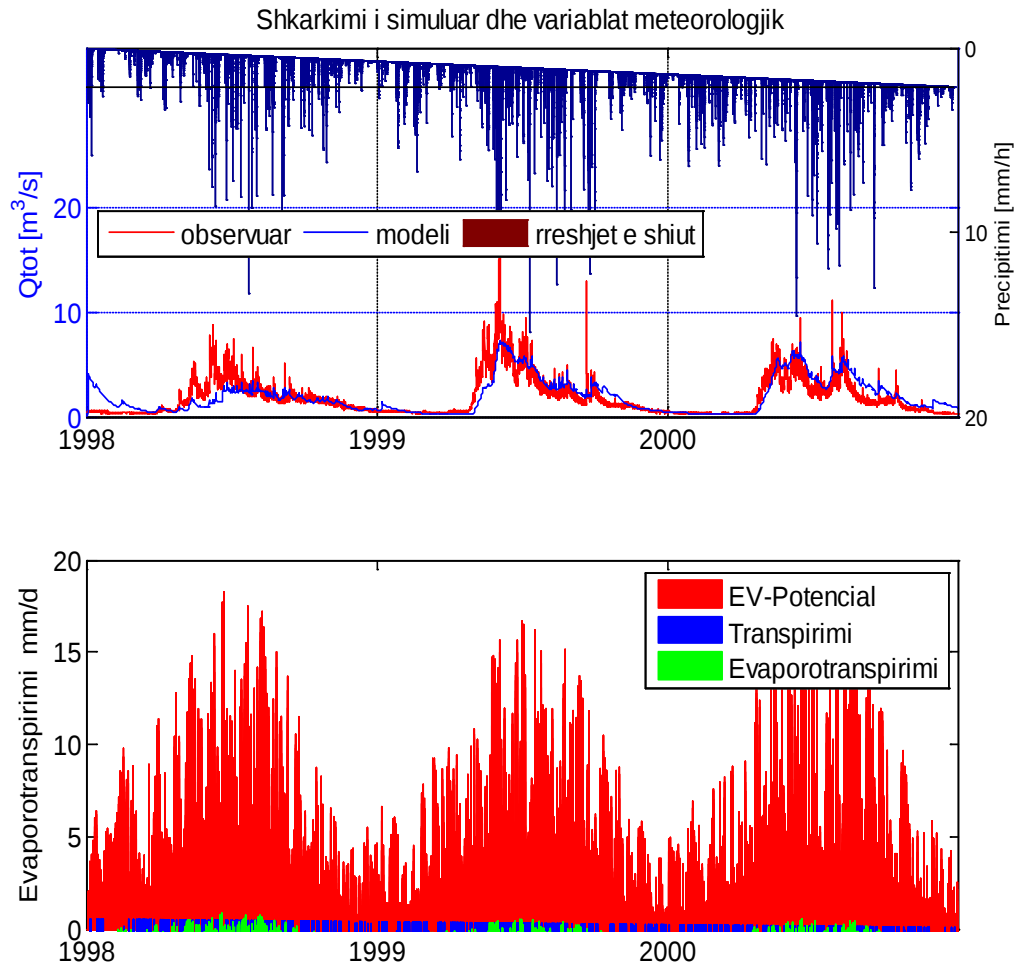


Figura3.4. Modeli i kalibruar, optimizuar i rreshjeve të shiut në ciklin hidrologjik për vlerat e observuara dhe të matura.

3.4 Zona me ngopshmëri te ndryshueshme. Rrjedhja në të

Ekuacioni që përshkruan rrjedhjen e ujit në në këtë zonë (vadoze) e cila ndodhet mbi akuifer jepet si më poshtë:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + k_{iz}^A \right) \right] - S \quad (3.34)$$

θ -është permbajtja volumore e ujit në zonën vadoze.

h -është ngarkesa hidraulike

S -është termi burim

x_i $i = (1,2)$ -kordinata karteziante

K_{ij}^A - janë komponentet e tensorit të përshkueshmërisë

k -përcjellshmeria hidraulike e zonës së pangur mbi akuifer e cila jepet si më poshtë

$$k(h, x, z) = k_s(x, z)k_r(h, x, z) \quad (3.35)$$

k_s – është përcjellshmeria hidraulike relative

k_r – është përcjellshmeëia hidraulike totale

Në rastin e porozitetit të dyfishtë

$$\theta = \theta_m + \theta_{im} \quad (3.36)$$

dhe ekuacioni 1 do të merrte formën e mëposhtme:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + k_{iz}^A \right) \right] - S_m - F_u \\ \frac{\partial \theta_{im}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + k_{iz}^A \right) \right] - S_m - F_u \end{cases} \quad (3.37)$$

Termi burim S në ekuacionin 1 përfaqëson vëllimin e ujit të infiltruar në njësinë e kohës të mjedisit poroz të zonës vadoze dhe jepet si më poshtë:

$$S(h) = \alpha(h)S_p \quad (3.38)$$

$\alpha(h)$ – është fuksion pa permasa ($0 \leq \alpha \leq 1$)

S_p – është vëllimi potencial i përthithjes së ujit nga bimësia dhe jepet si më poshtë:

Për një zonë të çfardoshme vëllimi potencial i përthithjes së ujit nga bimësia jepet si më poshte:

$$S_p = \frac{1}{L_x L_z} S_t T_p \quad (3.39)$$

T_p – është transpirimi nga bimësia

L_x – është gjerësia mesatare e zonës së zënë nga bimësia

L_z – është thellesia mesatare e zones se zene nga bimesia

S_t – është sipërfaqja e zonës së zënë nga bimësia

Në formën më të përgjithshme të shpërndarjes jo uniforme, shprehja e mësipërme do të kishte trajtën e mëposhtme:

$$b(x, z) = \frac{b^i(x, z)}{\int_{\Omega} b^i(x, z) d_{\Omega}} \quad (3.47)$$

$$\text{dhe } b^i(x, z) = \left(1 - \frac{z}{z_m}\right) \left(1 - \frac{x}{x_m}\right) \exp\left(-\frac{p_z}{z_m} |z^* - z| + \frac{p_r}{x_m} |x^* - x|\right) \quad (3.40)$$

x_m, z_m janë gjatësitë maksimale të rrënjeve në drejtimet x, z

p_x, p_z, x^*, z^* janë parametra empirike të përcaktuar.

3.5 Vetitë hidraulike të mjedisit poroz të pangopur.

Funksionet $\theta(h), k(h)$ janë në përgjithësi funksione jo lineare të gradës së lartë. Përmbajtja e ujit në mjedisin poroz me ngopshmëri të ndryshueshme është dhënë nga Van.Genuchten (1980).

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + |\alpha h|^n]^m} & h < 0 \\ \theta_s & h \geq 0 \end{cases} \quad \text{Ku } m = 1 - 1/n \quad \& \quad n > 1 \quad (3.41)$$

$$k(h) = k_s S_e (1 - S_e^{1/m})^2$$

Ekuacionet e mësipërme përmbajnë gjashtë parametra të pavarur, $\theta_r, \theta_s, \alpha, n, k_s, L$

3.6 Kushtet fillestare dhe kufitare

Kushti fillestar: $h(x, z, t) = h_0(x, z)$ për $t = 0$

Kushtet kufitare të pavarura nga sistemi

1-) Dirichlet: $h(x, z, t) = \psi(x, z, t) \quad , \quad (x, z) \in \Gamma_D \quad (3.42)$

2-) Neumann: $- \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \right] n_i = \sigma_1(x, z, t) \quad , \quad (x, z) \in \Gamma_F \quad (3.43)$

3-) Gradient: $\left[\left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right] n_i = \sigma_2(x, z, t) \quad , \quad (x, z) \in \Gamma_G \quad (3.44)$

Për kushtin e trete (gradient) mund të themi se zbatohet në rastin e rrjedhjes së lirë vertikale kur kemi një profil relativisht të thellë të mjedisit dhe kjo dukuri është vënë re praktikisht në zbatime.

3.7 Kushtet kufitare të varura nga sistemi:

Kushtet kufitare atmosferike

Ky kusht kufitar përfshin bashkveprimin mjedis poroz-ajër të ekspozuar ndaj njëritjetrit. Fluksi potencial i fluidit në ndërfaqën mjedis poroz-ajër varet nga kushtet e jashtme atmosferike si dhe nga lagështia e mjedisit poroz. Kushtet kufitare në sipërfaqen e ndërmjetme mund të ndryshojnë nga **Neumann** në **Dirichlet** ose edhe anasjelltas. Në trajtë matematikore do të kishim shprehjen e mëposhteme:

$$\left| K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right| n_i \leq E \quad (3.45)$$

$$h_A \leq h \leq h_s$$

Ku E është filtrimi maksimal potencial në kushtet atmosferike, h është ngarkesa hidraulike në sipërfaqe, h_A dhe h_S janë respektivisht maksimumi dhe minimumi i ngarkesës së lejuar në sipërfaqe. Vlera h_A varet nga kushtet e ekuilibrit midis ujit në sipërfaqe dhe atij në gjëndje të avullt, kurse h_S zakonisht merret e barabartë me zero. Gjatë hartimit të programit do të pranojmë se sipërfaqja e mjedisit poroz nuk mban ujë në gjëndje të lirë, e thënë me fjalë të tjera uji ose infiltron ose thithet nga bimët ose avullon.

Një tjetër kusht kufitar në vartësi të sistemit vihet re rastin kur uji largohet nga zona e ngopur me ujë. Në këtë rast kjo zonë kontakti nuk njihet apriori dhe supozohet se ngarkesa e shpërndarë uniformisht në këtë zonë është zero.

Persa i perket kushteve të **drenimit** do të pranojmë se persa kohë sipërfaqja e mjedisit poroz është e ngopur me ujë, ngarkesa në të do të merret e barabartë me zero. Vetekuptohet se në qoftë se mjedisi poroz është i ngopur kanalet e drenimit do të sillen si nyje burimi në hyrje gjatë dikretizimit të zonës.

3.8 Zgjidhja numerike e ekuacionit të Richard-it.

Për zgjidhjen e ekuacionit bazë të mëposhtëm do të përdorim metodën Galerkin. Le të tregojmë shkurtimisht etapat:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + k_{iz}^A \right) \right] - S \quad (3.46)$$

Përafrojmë funksionin $h(x, z, t)$ me $h^*(x, z, t)$ si më poshtë:

$$h^*(x, z, t) \approx \sum_{n=1}^N \phi_n(x, z) h_n(t) \quad (3.47)$$

Ku ϕ_n janë funksionet bazë lineare të tillë. Sipas metodës **Galerkin** kemi:

$$\int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right] + S \right\} \phi_n d\Omega = 0 \quad (3.48)$$

Zbatojmë lemen e **Green-it** në ekuacionin e mësipërm në ekuacionin e mësipërm dhe marrim:

$$\begin{aligned} \sum_e \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \phi_n + K K_{ij}^A \frac{\partial h^*}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_n}{\partial x_i} \right) d\Omega = \\ \sum_e \int_{\Gamma_e} K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h^*}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) n_i \phi_n d\Gamma + \sum_e \int_{\Omega_e} \left(-K K_{iz}^A \frac{\partial \phi_n}{\partial x_i} - S \phi_n \right) d\Omega \end{aligned} \quad (3.49)$$

Ku Ω_e përfaqëson zonën e zënë nga elementi e dhe Γ_e është segmenti kufitar i elementit e. Kushtet kufitare Dirichlet, Neumann mund të përfshihen direkt në skemën numerike duke specifikuar integralet vijë në të. Duke bërë disa supozime që do të shpjegojmë më vonë dhe duke integruar përftojmë një sistem ekuacionesh diferenciale me koeficient jo linear. Në formë matricore këto ekuacione jepen nga shprehja e mëposhtme.

$$[F] \frac{d\{\theta\}}{dt} + [A]\{h\} = \{Q\} - \{B\} - \{D\} \quad (3.50)$$

$$A_{nm} = \sum_e K_l K_{ij}^A \int_{\Omega} \phi_l \frac{\partial \phi_n}{\partial x_i} = \sum_e K_l K_{ij}^A \int_{\Omega_e} \phi_l \frac{\partial \phi_n}{\partial x_i} \frac{\partial \phi_m}{\partial x_j} d\Omega =$$

$$\sum_e \frac{k}{4A_e} \bar{K} [K_{xx}^A b_m b_n + K_{xz}^A (c_m b_n + b_m c_n) + K_{zz}^A c_m c_n] \quad (3.51)$$

$$B_n = \sum_e K_l K_{iz}^A \int_{\Omega_e} \phi_l \frac{\partial \phi_n}{\partial x_i} d\Omega = \sum_e \frac{k}{2} \bar{K} (K_{xz}^A b_n + K_{zz}^A c_n) \quad (3.52)$$

$$F_{nm} = \delta_{nm} \sum_e \int_{\Omega_e} \phi_n d\Omega = \delta_{nm} \sum_e \frac{k}{3} A_e \quad (3.53)$$

$$Q_n = -\sum_e \sigma_{1l} \int_{\Omega_e} \phi_l \phi_n d\Omega = -\sum_e \sigma_{1l} L_n \quad (3.54)$$

$$D_n = \sum_e S_l \int_{\Omega_e} \phi_l \phi_n d\Omega = \sum_e \frac{k}{12} A_e (3\bar{S} + S_n) \quad (3.55)$$

$$l=1,2,\dots,N; \quad m=1,2,\dots,N; \quad n=1,2,\dots,N \quad (3.56)$$

$$\begin{cases} b_i = z_j - z_k; & c_i = x_k - x_j \\ b_j = z_k - z_i; & c_j = x_i - x_k \\ b_k = z_i - z_j; & c_k = x_j - x_i \end{cases} \quad (3.57)$$

$$k = 2\pi \frac{x_i + x_j + x_k}{3}; \quad \chi_n = L_n \pi \frac{x_n^* + 2x_n}{3} \quad (3.58)$$

$$A_e = \frac{c_k b_j - c_j b_k}{2}; \quad \bar{K} = \frac{K_i + K_j + K_k}{3}; \quad \bar{S} = \frac{S_i + S_j + S_k}{3} \quad (3.59)$$

Ekuacioni 16 është i vlefshëm për kushte kufitare te tipi fluks. Për kushtin kufitar gradient, variabli σ_1

në ekuacionin 16 duhet zëvendësuar me produktin $k\sigma_2 (=1)$

A_e është sipërfaqja elementare e një elementi çfardo

$\bar{K}$ është përcjellshmëria hidraulike e mesatarizuar

$\bar{S}$ është sasia e ujit të thithet nga bimët në elementin e çfardoshëm

L_n është gjatësia e segmentit të lidhur me nyjen n

x_n^* është kordinata e nyjes kufitare prane nyjes n ne sensin orar

Simboli σ_n në ekuacionin 16 tregon fluksin pranë kufirit në afërsi të nyjes kufitare. Ky fluks kufitar supozohet të jetë uniform për çdo segment kufitar F_e të një elementi çfardo.

Vektori Q_n merr vlerën zero në të gjitha nyjet e brendshme të cilat veprojnë si burim në hyrje apo në dalje. Duke iu referuar ekuacionit 13 dhe 1 pranohet që:

$$\frac{d\phi_n}{dt} = \frac{\sum_e \int_{\Omega} \frac{\partial \theta}{\partial t} \phi_n d\Omega}{\sum_e \int_{\Omega_e} \phi_n d\Omega} \quad (3.59)$$

Siç dihet tensori i anizotropise merret konstant brënda çdo elementi çfardo. Nga sa më sipër, përmbajtja volumetrike e ujit θ , përçellshmëria hidraulike K , kapaciteti i përmbajtjes së ujit në mjedis poroz C dhe sasia e ujit S që konsumohet nga bimët pranohet që variojnë linearisht brenda çdo elementi çfardo.

Për shembull për përmbajtjen e ujit do të kishim shprehjen e mëposhtme:

$$\theta(x, z) = \sum_{n=1}^3 \theta(x_n, z_n) \phi_n(x, z) \quad (3.60)$$

Avantazhi i këtij pranimi është se nuk kemi nevojë të bëjmë integrimin numerik që duhet për të llogaritur koeficientet në ekuacionin 13.

3.9 Diskretizimi në kohë

Duke bërë integrimin e ekuacionit 13 në kohë sipas skemës implicite me diferenca të fundme do të merrim:

$$[F] \frac{\{\theta\}_{j+1} - \{\theta\}_j}{\Delta t_j} + [A]_{j+1} \{h\}_{j+1} = \{Q\}_j - \{B\}_{j+1} - \{D\}_j \quad (3.61)$$

Kjo është forma përfundimtare e një sistemi ekuacionesh jo linear

Kushtet kufitare fluks dhe gradient për ekuacionin 20

Vlerat e flukseve Q_n që duhen zbatuar në nyjet kufitare të zonës së ndarë në elemente të fundëm janë llogaritur sipas ekuacionit të mëposhtëm

$$Q_n = -\sum_e \sigma_{1l} \int_e \phi_l \phi_n d\Omega = -\sum_e \sigma_{1l} L_n \quad (3.62)$$

3.10 Kushtet kufitare atmosferike

Keto kushte simulohen herë si Dirichlet herë si Neumann dhe varen nga mosbarazimet e mëposhtme

$$\left| K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) n_i \right| \leq E$$

$$h_A \leq h \leq h_s \quad (3.63)$$

Duke kujtuar që E është filtrimi maksimal potencial në kushtet atmosferike, h është ngarkesa hidraulike në sipërfaqe, h_A dhe h_s janë respektivisht maksimumi dhe minimumi i ngarkesës së lejuar në sipërfaqe. Vlera h_A varet nga kushtet e ekuilibrit midis ujit në sipërfaqe dhe atij në gjëndje të avullt, kurse h_s zakonisht merret e barabartë me zero. Gjatë hartimit të programit do të pranojmë se sipërfaqja e mjedisit poroz nuk mban ujë në gjëndje të lirë, e thënë me fjalë të tjera uji ose infiltron ose thithet nga bimët ose avullon.

Përsa i përket flukseve në nyje të zonës së diskretizuar do të kishim shprehjet e mëposhtme:

$$q_x = -\frac{K_n}{N_e} \sum_e \left[\frac{\gamma_i^x h_i + \gamma_j^x h_j + \gamma_k^x h_k}{2A_e} \right] + K_{xz}^A$$

$$q_z = -\frac{K_n}{N_e} \sum_e \left[\frac{\gamma_i^z h_i + \gamma_j^z h_j + \gamma_k^z h_k}{2A_e} \right] + K_{zz}^A \quad (3.64)$$

$$\gamma_n^x = K_{xx}^A b_n + K_{xz}^A C_n$$

$$\gamma_n^z = K_{xz}^A b_n + K_{zz}^A C_n \quad (3.65)$$

Fluksi total I transpirimit për njësi sipërfaqe jepet nga shprehja e mëposhtme

$$T_a = \frac{1}{S_t} \sum_e k A_e \bar{S}_e \quad (3.66)$$

Përmbledhje e kushteve kufitare:

	Lloji i kushteve kufitare	Të dhënat (ngarkese , fluks)
Të pandryshueshme në kohë	Te papershkueshme	$h(n) = 0; Q(n) = 0$
Të pandryshueshme në kohë	Ngarkese konstante	$h(n)$ e dhënë; $Q(n) = 0$
Të pandryshueshme në kohë	Fluks konstant	$h(n)$ fillestare, $Q(n)$ konstante
Të pandryshueshme në kohë	Dirichlet	$h(n)$ e dhënë , $Q(n) = 0$
Të pandryshueshme në kohë	Neumann	$h(n)$ fillestare, $Q(n)$ e dhënë
Të pandryshueshme në kohë	Drenimi (ngopur)	$h(n) = 0; Q(n) = 0$
Të pandryshueshme në kohë	Drenimi (pangopur)	$h(n)$ fillestare, $Q(n) = 0$
Të ndryshueshme në kohë	Ndryshim ngarkese	$h(t)$, $h(n)$ fillestare, $Q(n) = 0$
Të ndryshueshme në kohë	Ndryshim fluksi	$q(t)$, $h(n)$ fillestare, $Q(n) = 0$
Të ndryshueshme në kohë	Kushtet atmosferike	$h(n)$ fillestare, $Q(n) = 0$
Të ndryshueshme në kohë	Zona e bimësisë	$-h(n)$ fillestare , $Q(n) = 0$
Të ndryshueshme në kohë	Drenazhim në thellësi	$h(n)$ fillestare, $Q(n) = 0$
Të ndryshueshme në kohë	Drenazhim i lire (sipërfaqe)	$h(n) = 0$, $Q(n)$ e dhënë

Tabela 3.1 Përmbledhje e kushteve kufitare per modelin tone

Kapitulli IV

Modeli numerik i programuar ne MATLAB dhe FORTRAN me paraqitjet e tij grafike

4-1 Problemi i Henry-it. Zgjidhja analitike e thjeshtuar. Kalibrimi i modelit

Formulimi i Henry-it (1964) bashkërendon rrjedhjen nëntokësore me densitet të ndryshueshëm me ekuacionin e transportit të masës (në rastin tonë atë të konveksion-difuzionit) për të analizuar problemin e intruzionit të ujit të detit në akuifer. Le të marrim në shqyrtim rrjedhjen nëntokësore dhe transportin e ndotësit në rastin dy dimensional në një akuifer bregdetar si në figurën 1. Akuiferi konsiderohet homogjen dhe izotrop me ujëpërcjellshmëri dhe porozitet konstant. Formulimi sipas Henry-it i problemit korrespondues të rrjedhjes dy dimensionale bazohet në ekuacionin e bilancit të masës dhe në ekuacionin Darcy të modifikuar të shkruajtur në termat e ngarkesës

$$\text{hidraulike. } \nabla \bullet q = 0, \quad q = -K \nabla \left(h + y \varepsilon \frac{C}{C_s} \right), \quad \varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \quad (4.1)$$

Ku q është fluksi i fluidit, K është ujëpërcjellshmëria, c dhe c_s janë përqëndrimet e kripës të ujit të pastër dhe ujit të kripur. ρ_s dhe ρ_f janë densitetet përkatëse.

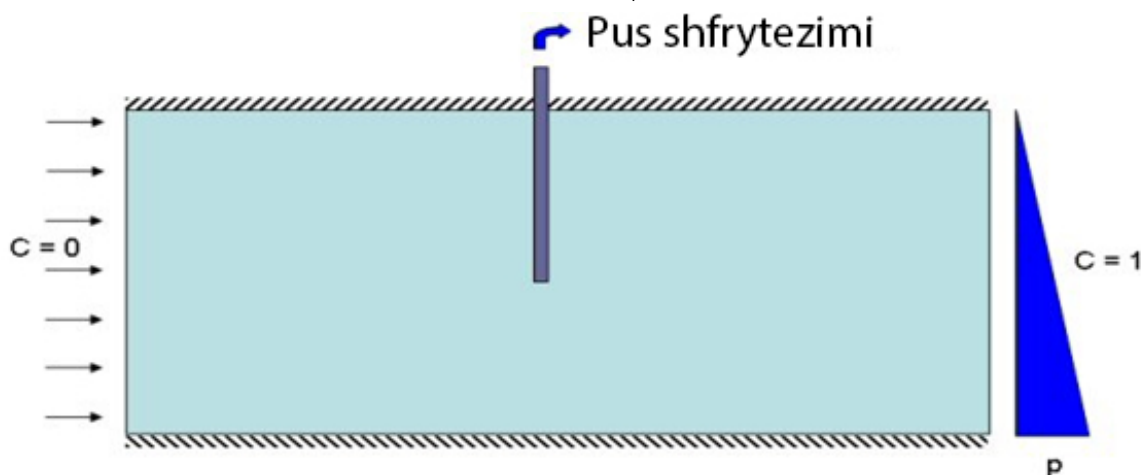


Figura 4.1 Paraqitje skematike e problemit të Henry-it që shërbën për krahasimin e zgjidhjes analitike të thjeshtuar me atë numerike, për kalibrimin e modelit të intruzionit detar në akuifere

Të dhënat për problemin e Henry-it:

Poroziteti $\phi = 0.35$

Përqëndrimi i ujit të kripur, $C_k = 35 \text{ kg} / \text{m}^3$

Densitetit i ujit të kripur, $\rho_k = 1025 \text{ kg} / \text{m}^3$

Densiteti i ujit të pastër $\rho_p = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$

Burimi në hyrje $Q_b = 5702 \text{ m}^3 / \text{dite} / \text{m}$

Përqëndrimi i ujit të burimit $C_b = 35 \text{ kg} / \text{m}^3$

Ujëpërcjellshmëria ekuivalente $K_u = 864 \text{ m} / \text{dite}$

Dispersiviteti gjatësor dhe tërthor $\alpha_l = \alpha_t = 0 \text{ m}$

Difuzioni molekular $D_m = 1.62925 \text{ m}^2 / \text{dite}$

Ngarkesa hidraulike ekuivalente e ujit të pastër, h jepet si më poshtë:

$h = \frac{p}{\rho_f g} + y$ ku p është presioni i fluidit, g është nxitimi gravitacional (konstant) dhe

y është kordinata vertikale. Këto ekuacione janë subjekt i kushteve kufitare të mëposhtme:

$$h(x=0, y) = h_0, \quad h(x=l, y) = d + \varepsilon(d - y) \quad \frac{\partial h}{\partial y}(x, y=0) = -\varepsilon \frac{c(x, y=0)}{c_s}$$

$$\frac{\partial h}{\partial y}(x, y=d) = -\varepsilon \frac{c(x, y=d)}{c_s} \quad (4.2)$$

Më poshtë konkretizohen në mënyrë figurative rezultatet nga kodi në Matlab i modelit teorik të thjeshtuar dhe atij numerik përkatës për intruzionin detar. Ky krahasim shërben për të kalibruar modelin, por jo parametrat e tij sic do të shohim më vonë

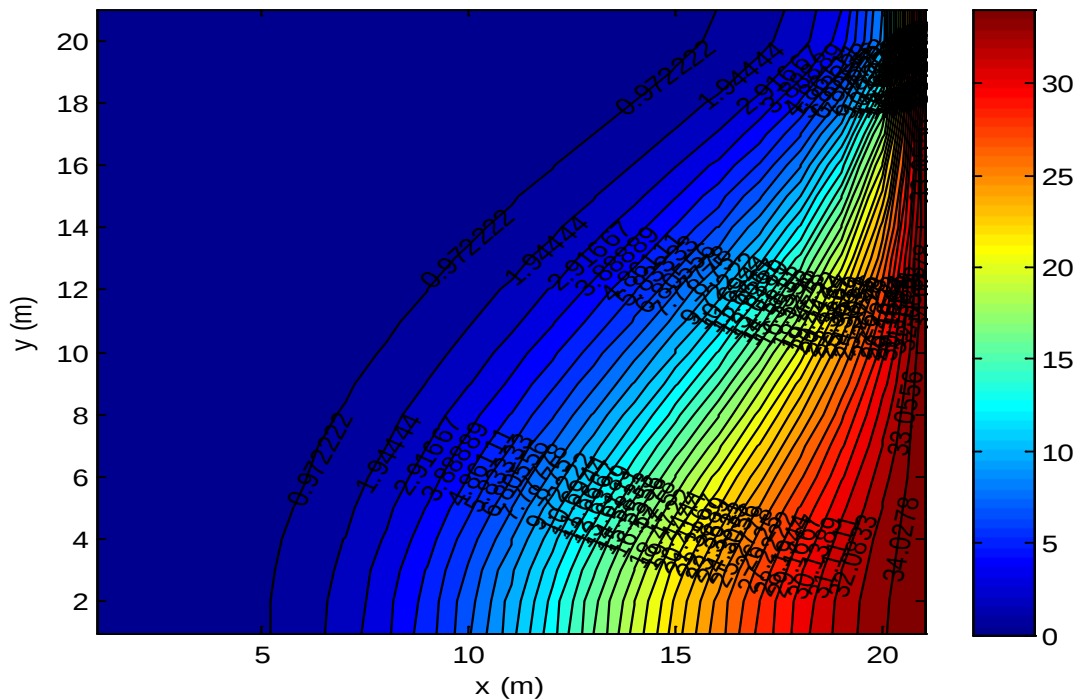


Figura 4.2 .Paraqitja grafike e problemit të Henry-it për intruzionin detar me anë të kodit në Matlab. Izolinjat tregojnë kripshmërinë që varion në mënyrë relative nga 0 – 35, pas një kohe të caktuar “t”.

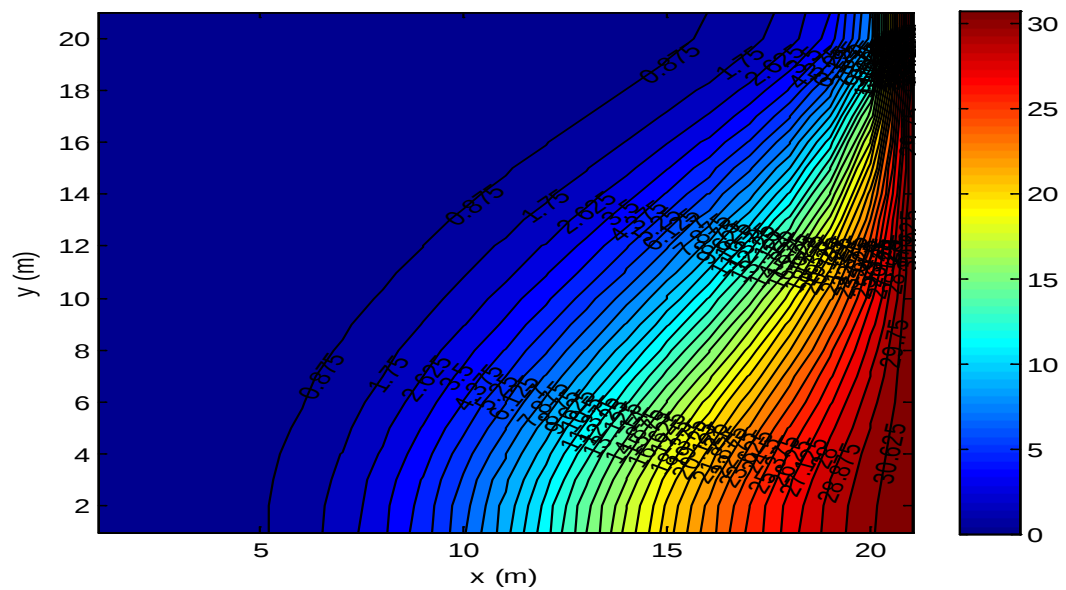


Figura 4.3 .Paraqitje grafike e modelimit numerik për intruzionin detar me anë të kodit në Matlab

4.3 Paraqitja grafike e algoritmit te implementuar ne MATLAB

Me poshtë jepen ne mënyrë grafike rezultatet e programit të algoritmit të mësipërm të programuar në **MATLAB** të intruzionit të ujit detar ne akuifrët bregdetar

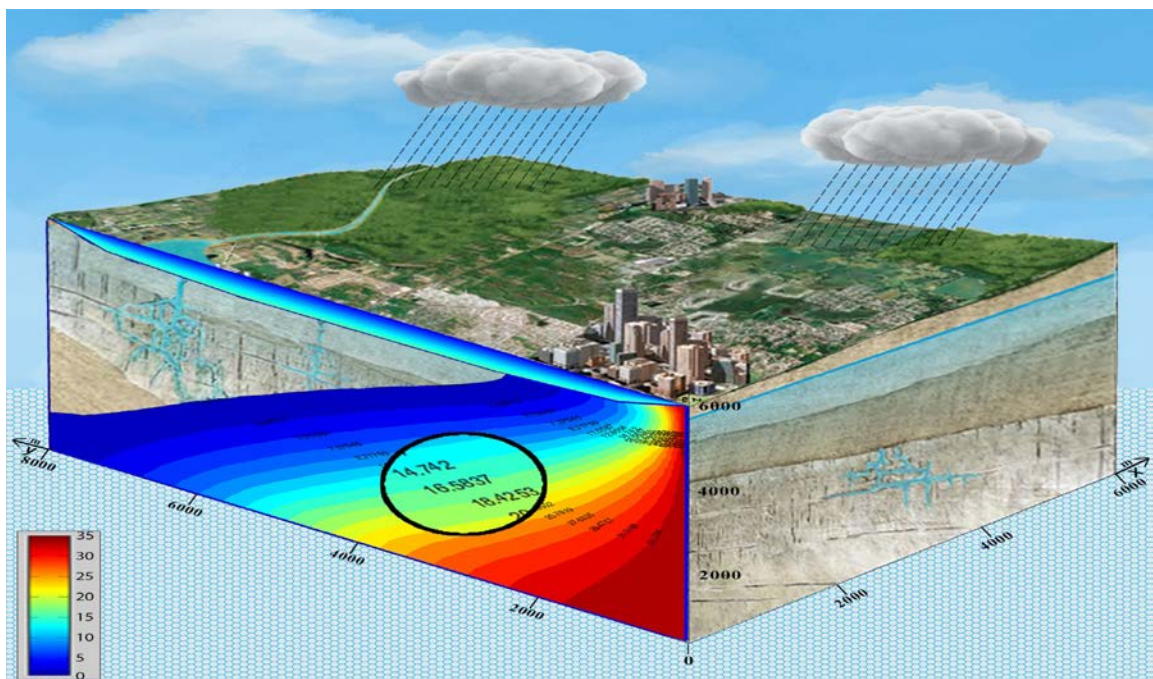


Figura 4.4 .Fronti i intruzionit të ujit të detit në akuiferin bregdetar, pas shfrytëzimit pa kriter të tij. Vlerat në izolinjat për kripshmërine relative janë midis 0-35.

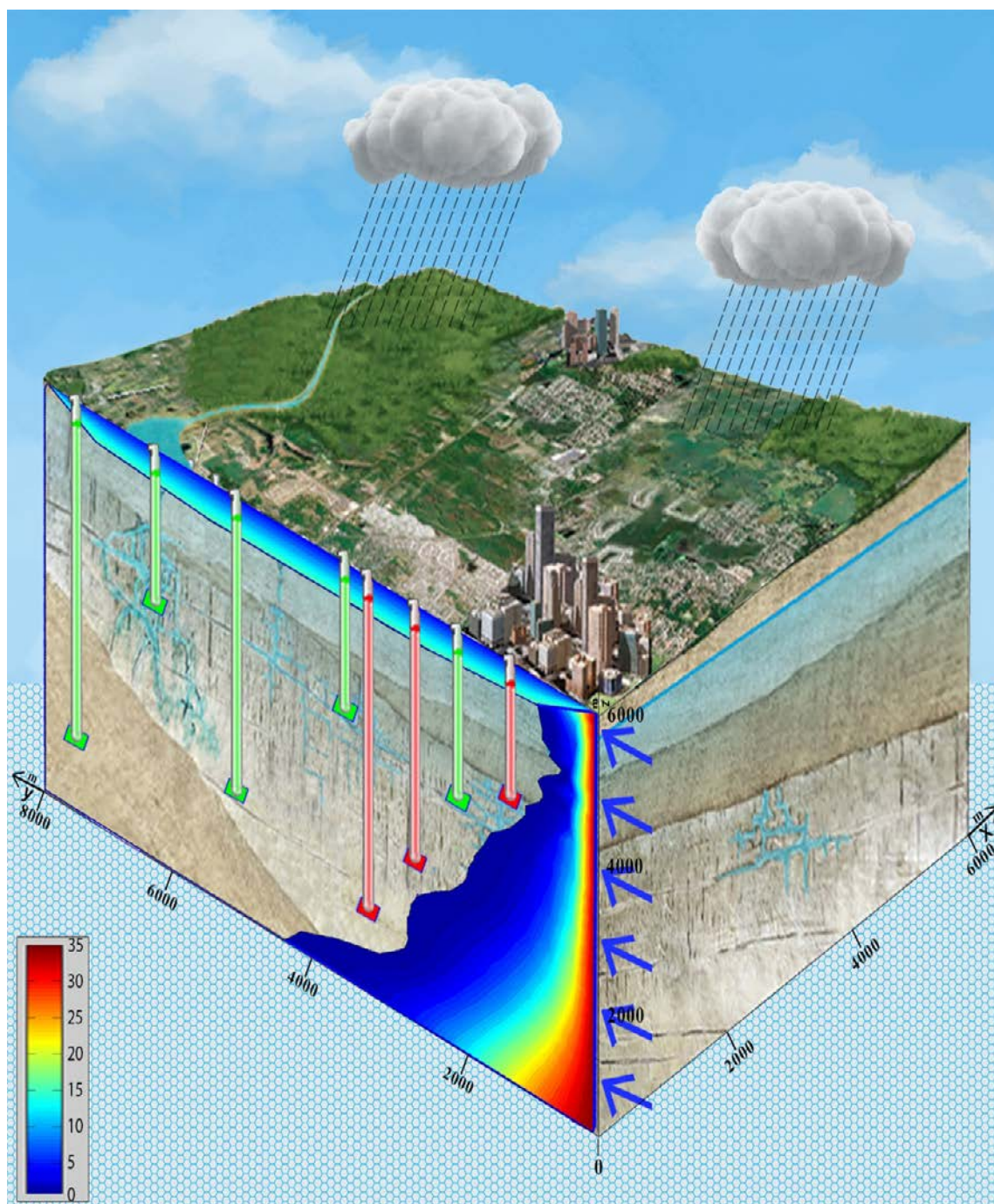


Figura 4.5 Fronti i intruzionit të ujit të detit në akuifer që ndodhet në kushtet e shfrytëzimit dhe njëkohësisht të injektimit në shtrese të ujit për të shmangur avancimin e intruzionit në brendësi të akuiferit. Puset me ngjyrë jeshile janë puset e shfrytëzimit me debitet e caktuara dhe ato me ngjyrë të kuqe janë puset e injektimit me ujë të trajtuar po me debite të caktuara pas procesit të optimizimit.

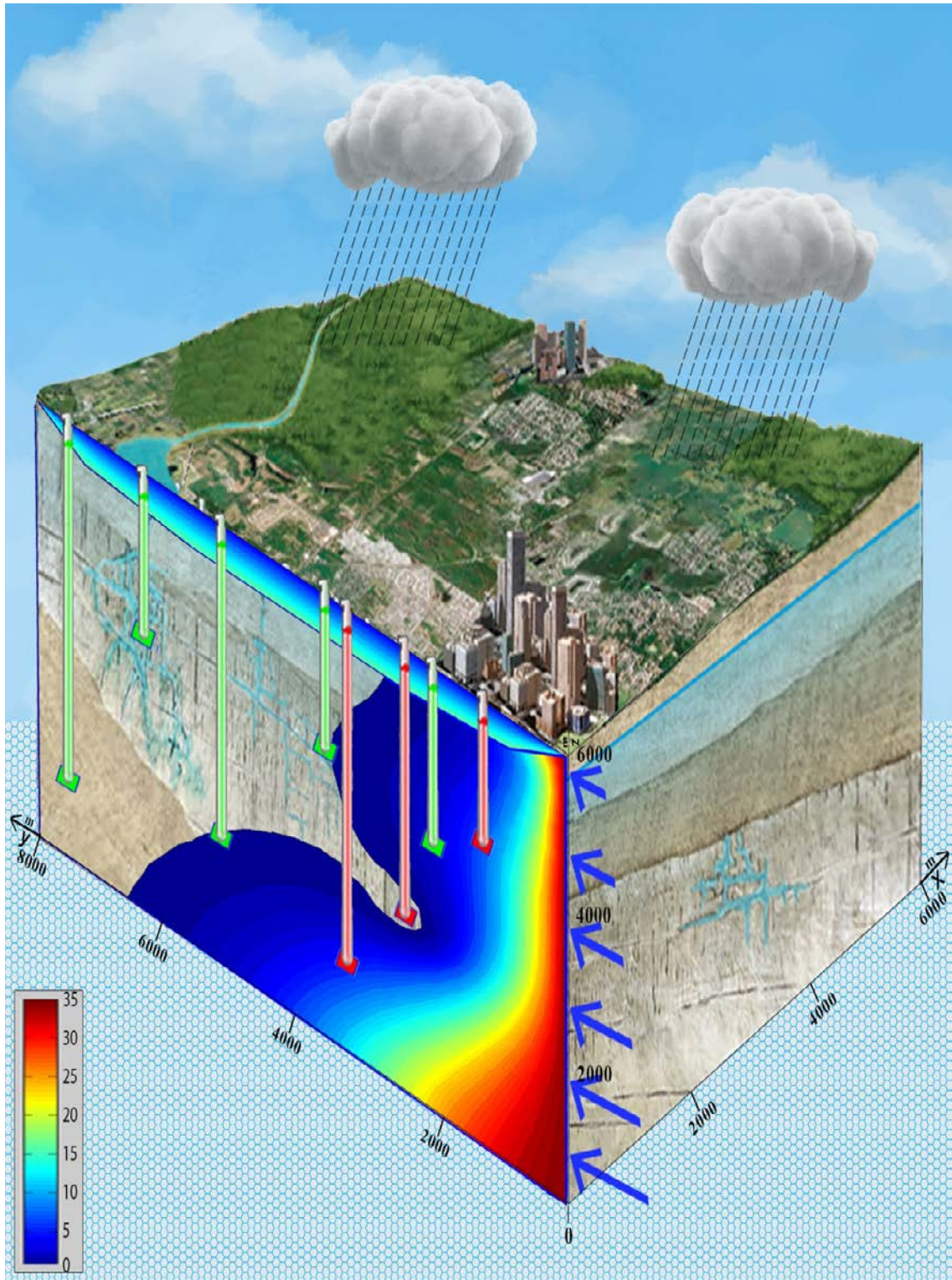


Figura 4.6 Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop në kushtet e shfrytëzimit me debite të përcaktuar, pusët me ngjyrë jeshile dhe kushtet e injektimit, pusët me ngjyrë të kuqe ndër të cilët vetëm në njërin prej tyre bëhet injektimi, në atë të mesit.

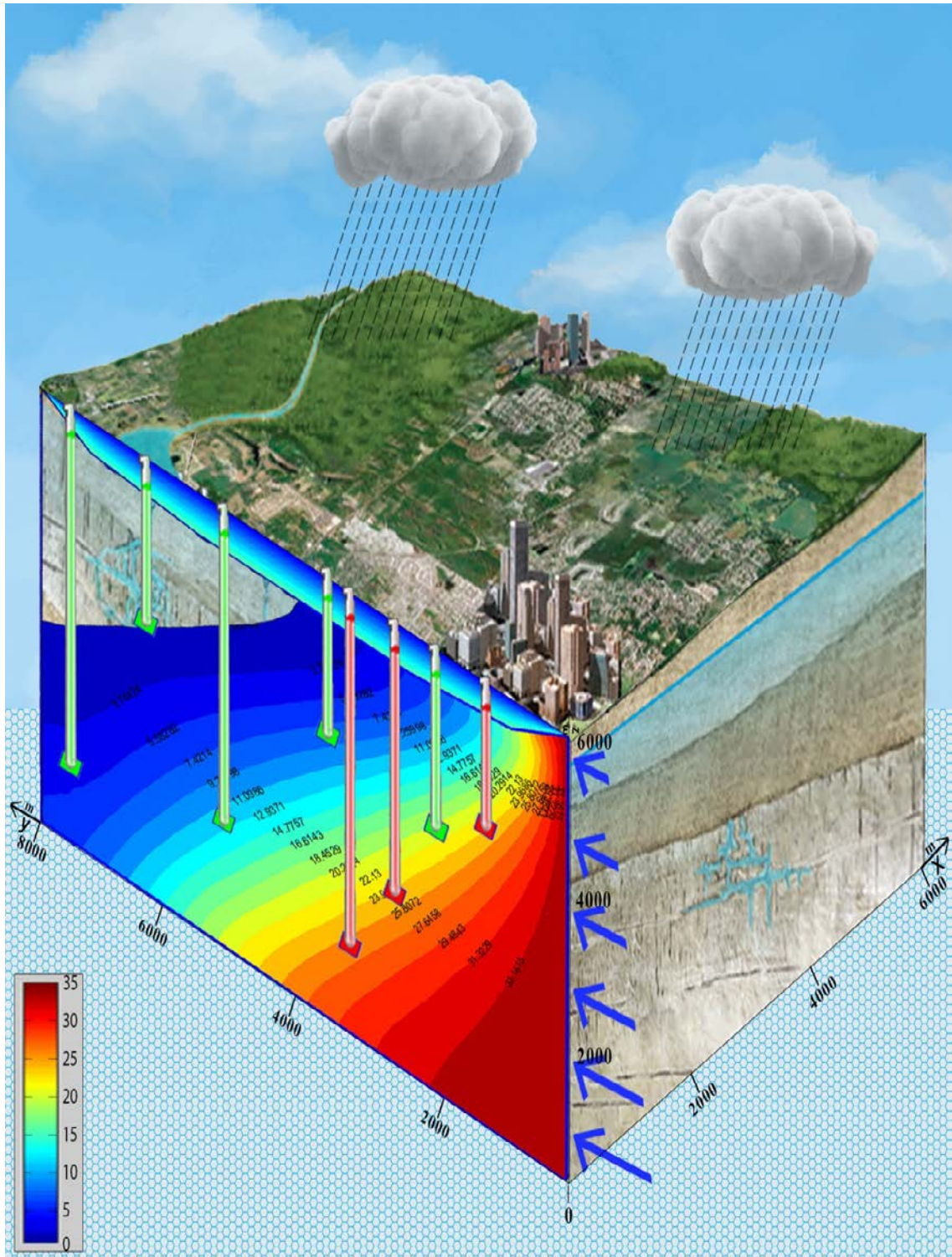


Figura 4.7. Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop nen ndikimin e intruzionit te detit pas shfrytezimit pa kriter te tij dhe me puset e injektimit, me ngjyre te kuqe, ne gjendje te ndalur.

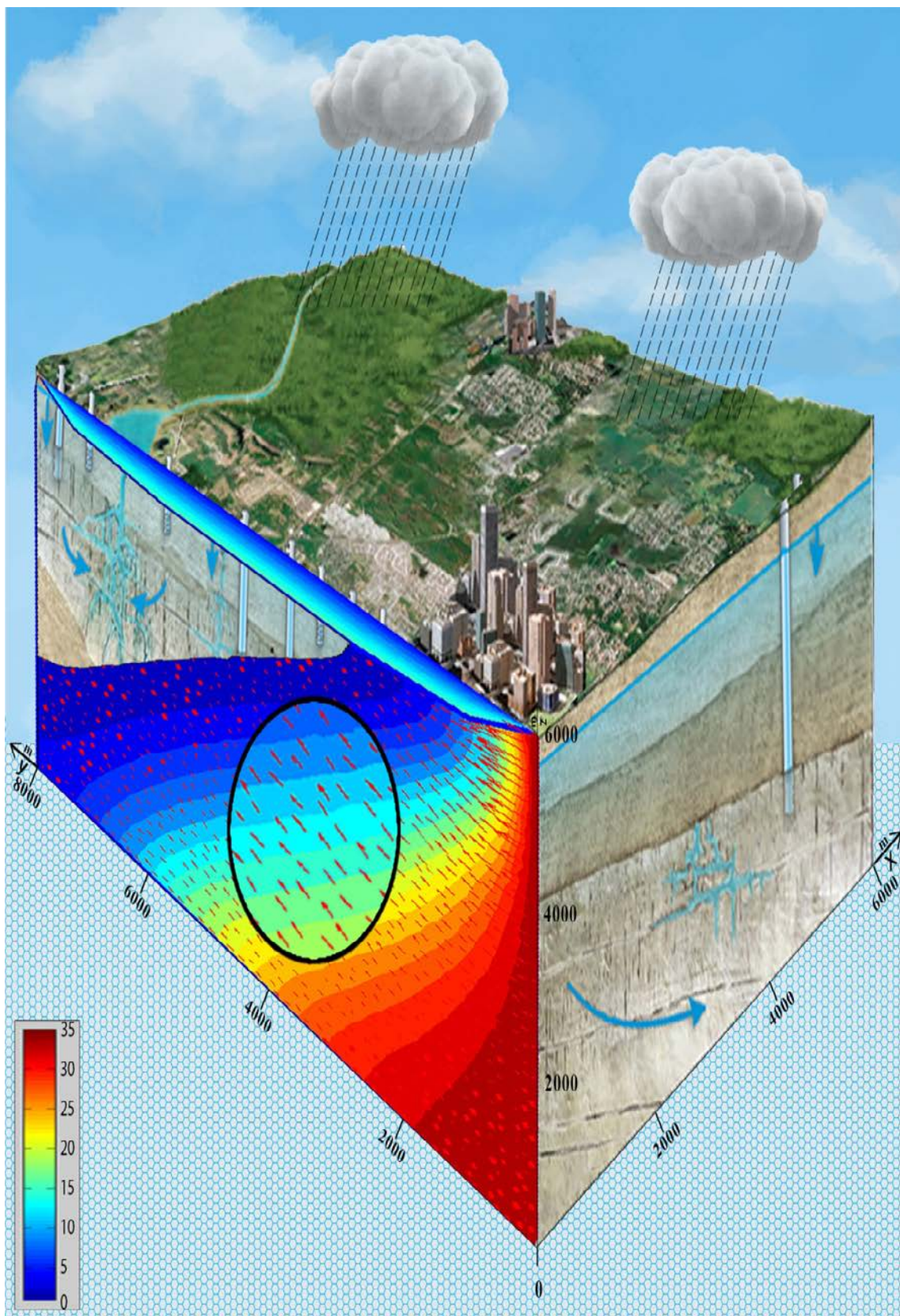


Figura 4.8 Akuifer bregdetar, nën ndikimin e intruzionit detar. Zona rrethore e zmadhuar tregon paraqitjen vektoriale të fushës së shpejtësive në mjedisin heterogjen anizotrop të akuiferit.

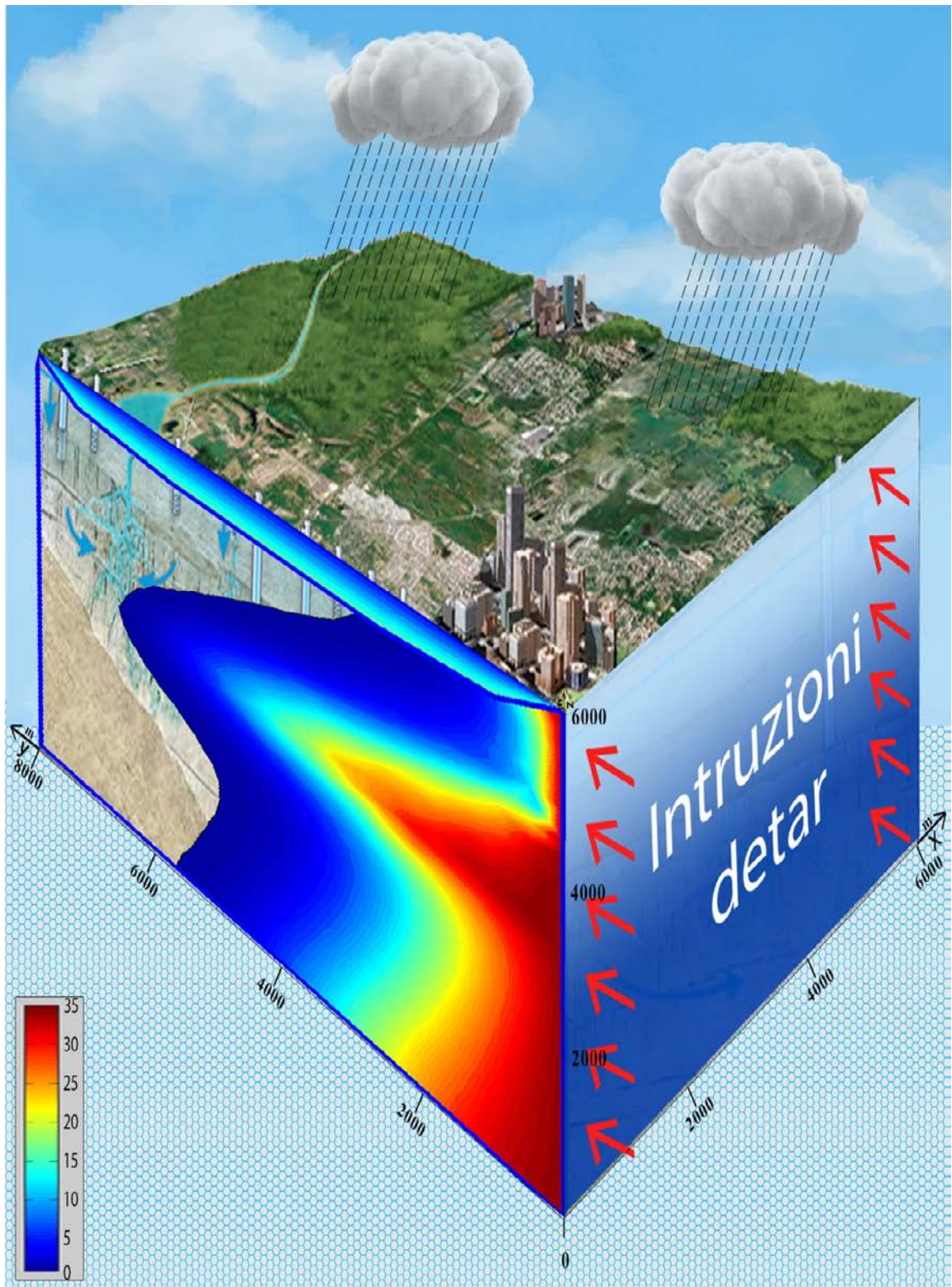


Figura 4.9. Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop në kushtet e intruzionit detar gjatë shfrytëzimit pa kriter të tij. Pjesa me ngjyrë të kuqe në blu në mes të zonës tregon avancim më të madh të frontit të intruzionit për shkak se ajo zonë ka përshkueshmëri më të madhe se pjesa e mbetur.

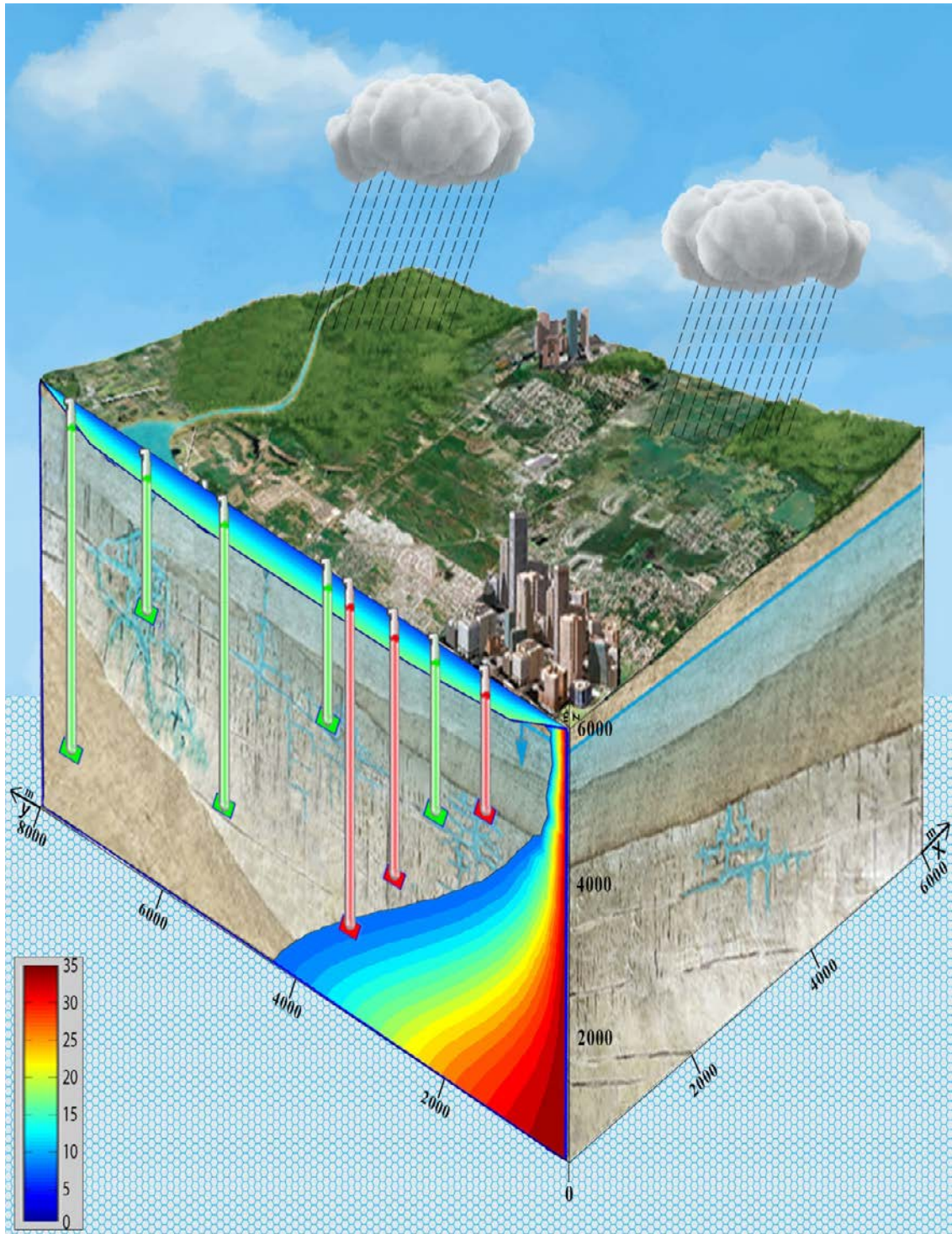


Figure 4.10 Akuifer bregdetar heterogjen anizotrop gjatë shfrytëzimit të tij me regjim të përcaktuar (puset me ngjyrë jeshile) dhe me puset e injektimit të ujit (puset me ngjyrë të kuqe) nga të cilët pusi në pjesën e sipërme injekton me një debit të tillë që fillon të shtyjë frontin e intruzionit në drejtim të kundërt drejt detit në atë zone.

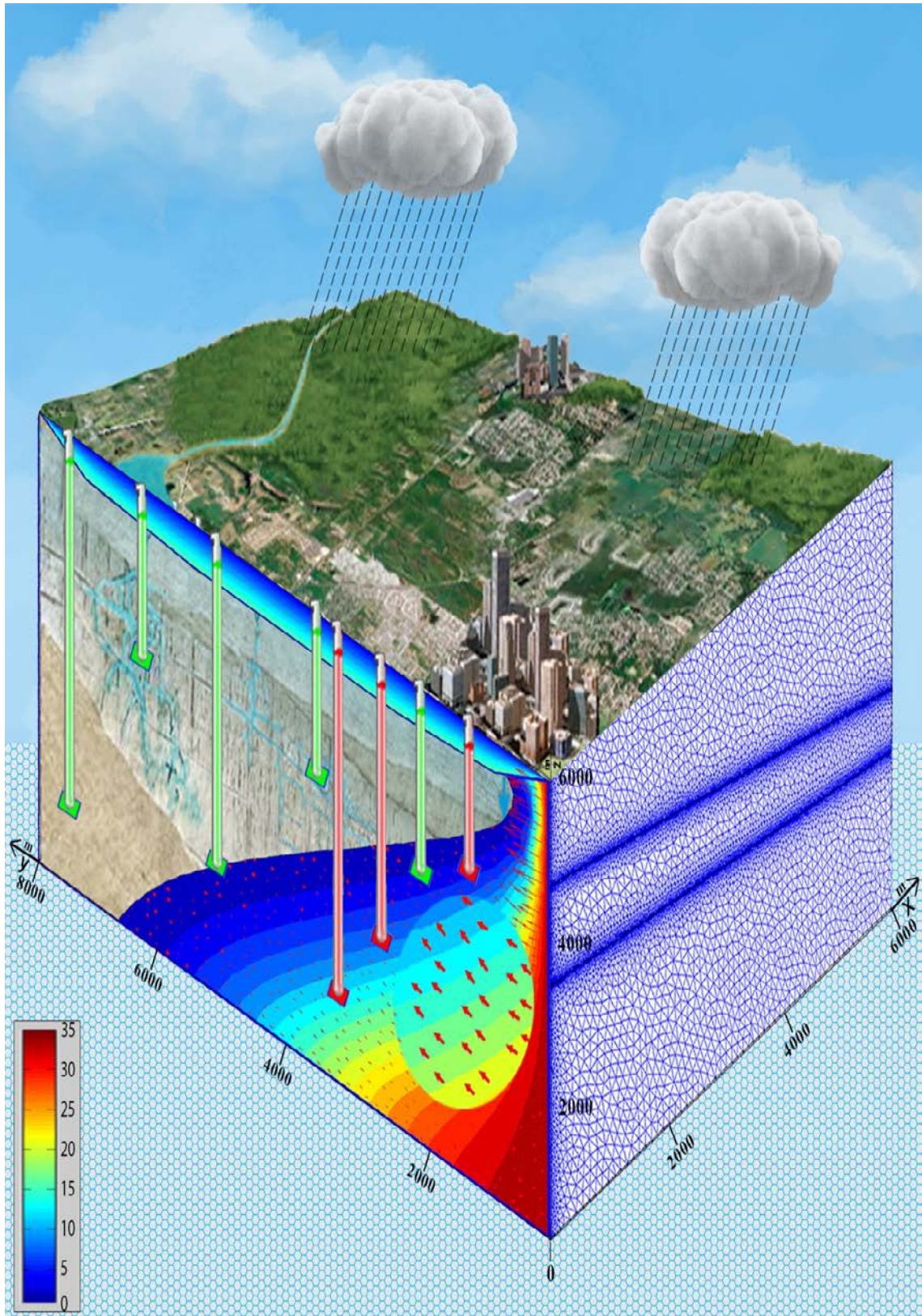


Figura 4.11 Akuifer bregdetar gjatë shfrytëzimit të tij. Zona e sipërme me ngjyrë blu është zona e ushqimit të akuiferit. Zona rrethore e zmadhuar tregon fushën vektoriale të shpejtësisë në mjedisin heterogjen anizotrop në një çast të dhënë kohe

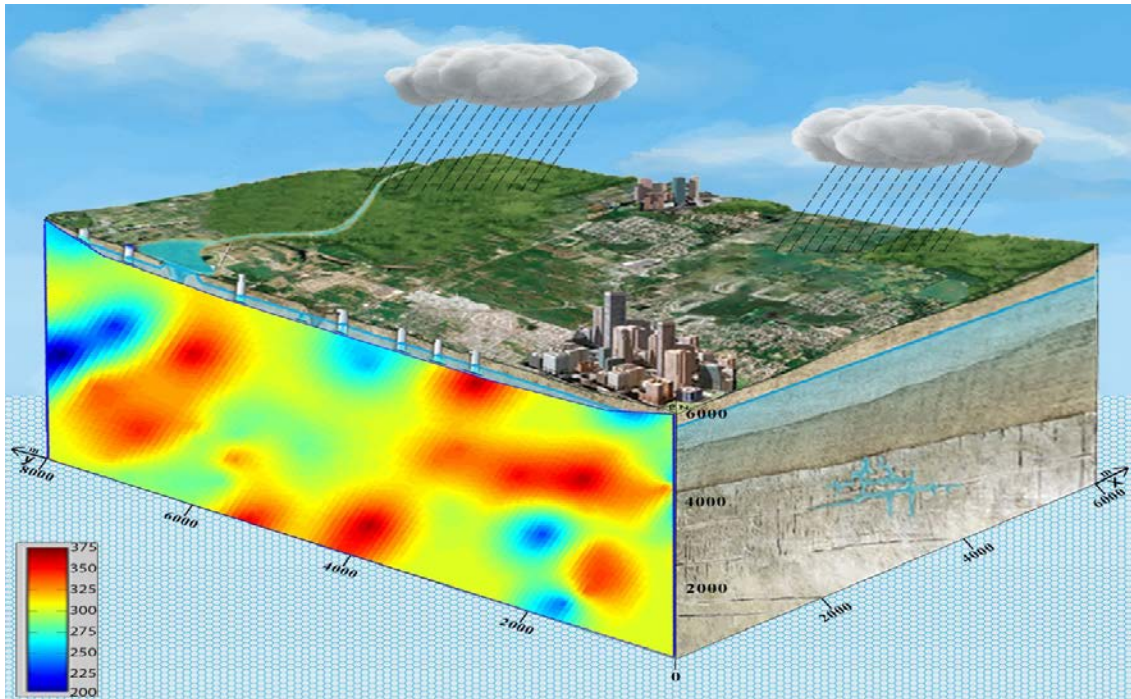


Figura 4.12 Pamje dy dimensionale e fushës së përshkueshmërisë së akuiferit. Mjedisi është heterogjen anizotrop. Ngjyra e kuqe tregon përshkueshmëri më të madhe dhe ajo blu më të vogël

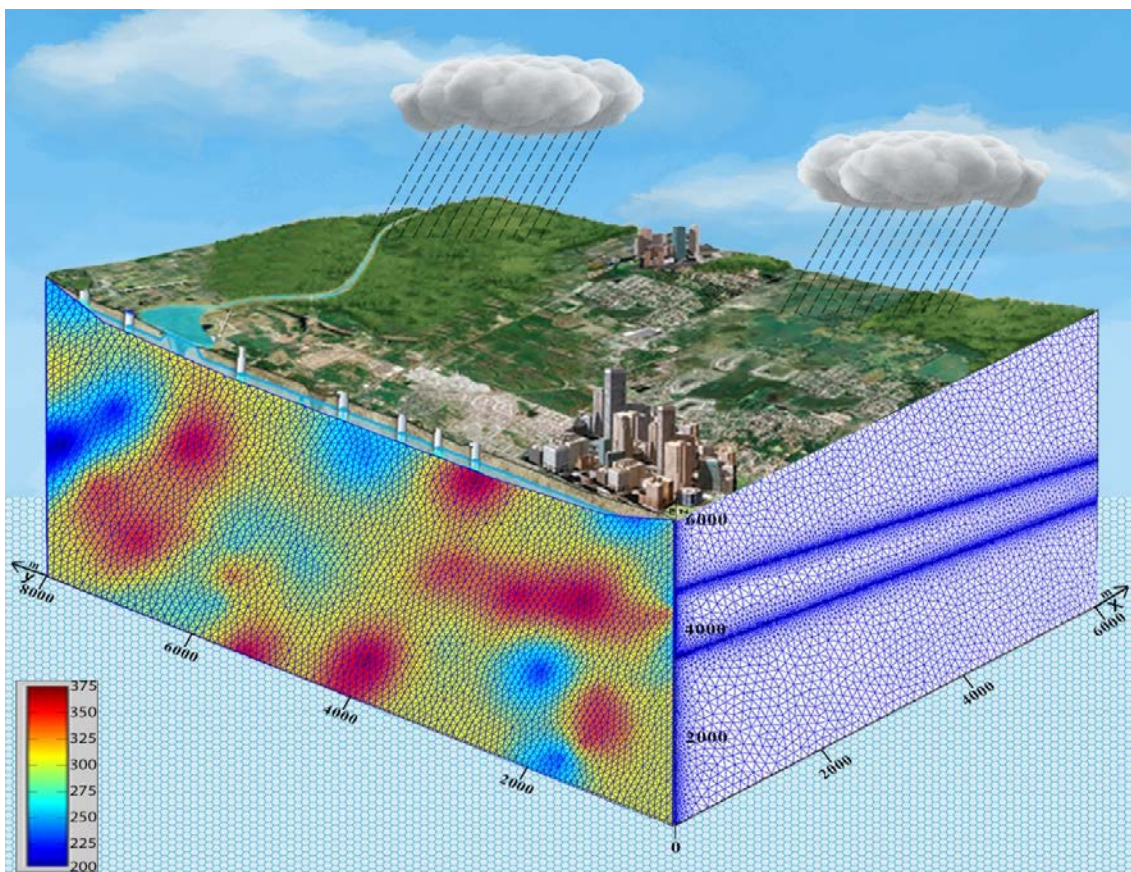


Figura 4.13 Pamje dy dimensionale e fushës së përshkueshmërisë së akuiferit me elementë të fundëm trekëndor. Mjedisi është heterogjen anizotrop. Ngjyra e kuqe tregon përshkueshmëri më të madhe dhe ajo blu më të vogël

Kapitulli V Optimizimi - kalibrimi i parametrave nëpërmjet modelimit invers

Zgjidhja e saktë e modelimit kërkon që vetë modeli dhe parametrat e tij të jenë kalibruar. Përcaktimi i vlerave reale të parametrave të modelit quhet **kalibrim i modelit**, që në rastin tonë e kemi realizuar me anë të **modelit invers**.

Kur modelet për akuiferet janë ndertuar mbi bazën e konsideratave fizike atëherë parametrat që janë në ekuacionet e modelit kanë interpretim fizik, për shembull ata përfaqësojnë veti fizike të akuiferit. Megjithatë duhet patur parasysh që keto janë parametra të modelit.

Problemi i identifikimit të parametrave të akuiferit megjithëse ka kohë që studiohet, **nuk është akoma i zgjidhur plotësisht** me përjashtim të testeve të pompimit për përcaktimin e vlerave të kapacitetit magazinues S dhe transmisivitetit dhe T, por jo për koficienetin e dispersionit.

Lëvizja e ujërave nëntokësore dhe transporti i ndotësit në akuifere ndikohen dukshëm nga heterogjeniteti i mjedisit poroz në shkallë të ndryshme. Natyra e çrregullt e parametrave hidrogeologjik dhe informacioni i pamjaftueshëm për shpërndarjen hapësinore na sugjeron për një përshkrim të këtyre parametrave në një kontekst më tepër probabilistik se sa deterministik. Teoritë e bazuara në supozime homogjene mund të çojë në gabime të rënda

Mënyra më e mirë për optimizimin-kalibrimin e parametrave të modelit të rrjedhjes në zonën vadoze është **modelimi invers**. Modelimi invers në rastin tonë konsiston në minimizimin e një funksioni objektiv të përshtatshëm I cili shpreh mospërputhjen midis vlerave të observuara dhe atyre të llogaritura nga simulimi i sistemit. Funksioni objektiv (standart) që do të minimizohet është si më poshtë :

$$\min(\phi(b, q, p)) = \sum_{j=1}^m \nu_j \sum_{i=1}^n w_{ij} [g_j^*(x, t_i) - g_j(x, t_i, b)]^2 + \sum_{j=1}^m \bar{\nu}_j \sum_{i=1}^n \bar{w}_{ij} [p_j^*(\theta_i) - p_j(\theta_i, b)]^2 + \sum_{j=1}^n \bar{\nu}_j [b_j^* - b_j]^2 \quad (5.1)$$

ose

$$\begin{aligned} \min(\phi(b, p, q)) = & \sum_{j=1}^m \nu_j \sum_{i=1}^n w_{ij} [g_j^*(x, t_i) - g_j(x, t_i, b)]^2 + \\ & + \sum_{j=1}^m \bar{\nu}_j \sum_{i=1}^n \bar{w}_{ij} [p_j^*(\theta_i) - p_j(\theta_i, b)]^2 + \\ & + \sum_{i=1}^n \bar{\nu}_i [b_i^* - b_i]^2 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ku termat e përfshirë në dy shumatat e para shprehin devijimet midis variablave të matur dhe atyre të llogaritura (për shembull ngarkesa hidraulike, përmbajtja e ujit etj) e kështu me radhë:

5.1 Statistika e modelimit invers

Si një statistikë të tillë do të marrim matricën e korrelacionit e cila kuantifikon ndryshimet në parashikimin e modelit të shkaktuara nga "ndryshimet e vogla" në vlerësimin final të një parametri të caktuar në lidhje me ndryshime të "ngjashme" si rezultat i ndryshimeve të parametrave të tjerë. Statistika që duhet të perdoret jepet si më poshtë:

$$r^2 = \frac{\left[\sum w_i \hat{y}_i y_i - \frac{\sum \hat{y}_i \sum y_i}{\sum w_i} \right]^2}{\left[\sum w_i \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum \hat{y}_i)^2}{\sum w_i} \right] \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{\sum w_i} \right]} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

Një vlerë e kësaj statistike afër 1 shpreh një korrelacion linear perfekt, kurse 0 tregon se nuk ka korrelacion.

5.2 Algoritmi i kërkimit dimensional dinamik

Ky është algoritmi i hartuar nga **Duan.Q**¹⁰ [1992] dhe i programuar nga autori i disertacionit

Vlerat e observuara që do të përdoren në procesin e kalibrimit janë marrë nga Shërbimi Gjeologjik Amerikan

Hapi 1. Të dhënat e algoritmit

parametri i ndryshimeve fqinje, $r = 0.2$ (i rekomanduar)

numri maksimal i iteracioneve

vektori i kufinjve të poshtëm, $x^{\min}$ dhe të sipërm, $x^{\max}$ për të gjithë variablat.

zgjidhja fillestare , $x^0 = [x_1, \dots, x_D]$

Hapi 2 Vlerësimi i funksionit objektiv F për zgjidhjen fillestare , $F(x^0)$:

$F_{opt} = F(x^0)$ dhe $x^{opt} = x^0$

Hapi 3 Zgjedhja e rastësishme J ne bashkësinë e variablave D .

llogaritet probabiliteti i secilit variabël të përfshirë në $\{N\}$ për iteracionin

aktual $P(i) = 1 - \ln(i)/\ln(m)$

Për $d = 1, \dots, D$ (numri i variablave), shtojmë d tek $\{N\}$ me probabilitet P

Në qoftë se $\{N\}$ është bashkësi boshe, zgjedhim një vlerë të rastit d për $\{N\}$

Hapi 4 **Për** $j = 1, \dots, J$ variabla në $\{N\}$ llogarisim x_j^{opt} duke përdorur një variabël të

rastit me shpërndarje normale, $N(0,1)$, duke vënë kufijtë e variablave ku

duhet

$x_j^{i-ri} = x_j^{opt} + \sigma_j N(0,1)$, ku $\sigma_j = r (x_j^{\max} - x_j^{\min})$

Në qoftë se $x_j^{i-ri} < x_j^{\min}$, **atëherë**

$x_j^{i-ri} = x_j^{\min} + (x_j^{\min} - x_j^{i-ri})$

Në qoftë se $x_j^{i-ri} > x_j^{\max}$, **atëherë** $x_j^{i-ri} = x_j^{\max}$

Në qoftë se $x_j^{i-ri} > x_j^{\max}$ **atëherë**

$x_j^{i-ri} = x_j^{\max} - (x_j^{i-ri} - x_j^{\max})$

Në qoftë se $x_j^{i-ri} < x_j^{\min}$, **atëherë** $x_j^{i-ri} = x_j^{\max}$

Hapi 5. Llogarisim $F(x^{i-ri})$ dhe shikojmë se cila është zgjidhja më e mirë për F -në

Në qoftë se $F(x^{i-ri}) \leq F^{opt}$ **atëherë**

$F^{opt} = F(x^{i-ri})$ dhe $x^{opt} = x^{i-ri}$

Hapi 6 Indeksi (i) bëhet: $i = i + 1$ dhe kontrollohet kriteri i konvergjencës

Në qoftë se $i = m$, atëherë F^{opt} dhe x^{opt} janë zgjidhjet e duhura
Përndryshe shkohet tek hapi 3.

5.3 Parametrat që janë kalibruar

Parametrat që janë kalibruar jepen si me poshte :

- 1-) Niveli maksimal në zonën freatike
- 2-) Niveli maksimal në zonën vadoze
- 3-) Sasia e ujit që hyn në akuifer për çdo interval kohe (ne rastin tonë, çdo 10 minuta)
- 4-) Sasia e ujit që rrjedh në zonën hipodermike
- 5-) Sasia e ujit që vetelargohet nga sipërfaqja e zonës në studim
- 6-) Evaporotranspirimi potencial
- 7-) Evaporotranspirimi real
- 8-) Parametrat e formës për modelin e shpërndarjes stokastike statistikore të rreshjeve
- 9-) Kapaciteti magazinues i ujit në formën e lagështirës
- 10-) Sasia (fraksion) e ujit të rreshjeve që mund të “mbajë” mjedisi poroz
- 11-) Sasia e ujit që fillon të infiltrojë në akuifer pasi ka arritur gjëndjen e “ngopshmërisë ”
- 12-) Shkarkimi i ujit nga pertej zonës në studim nga shkrirja e deborës
- 13-) Lartësia e dëborës në mm ujë ekuivalent
- 14-) Rreshjet e shiut që arrijnë sipërfaqen toksore
- 15-) Largimi sipërfaqesor i ujrave nga zona në studim e akuiferit

Optimizimi i vendodhjes dhe debiteve të puseve aktual dhe atyre të rinjë që do te shpohen per minimizimin e kostos së shfrytëzimit dhe parandalimit te intruzioni detar

5.4 Formulimi i problemit të optimizimit te vendosje se puseve ne akuifer

Qëllimi kryesor i zgjidhjes së problemit të minizimit të kostos së shfrytëzimit dhe parandalimin e intruzionit në akuiferet bregdetar është lokalizimi i puseve të cilët duhet të kënaqin kërkesën për ujë të pijshëm. Për problemin e menaxhimit funksioni objektiv do të përfshinte:

- 1-) Moslejimin e intruzionit të ujit të detit gjatë shfrytëzimit të akuiferit
- 2-) Realizimi i nevojave për ujë të pishëm brenda standarteve me një sasi të përcaktuar.
- 3-) Vendodhjen optimale të puseve të shfrytëzimit dhe injektimit
- 4-) Ruajtja e një distance të caktuar te puseve nga objekte të ndryshme
- 5-) Kosto minimale të shpimit dhe operimit të puseve

Në formë matematikore funksioni objektiv do të percaktohej si më poshtë:

$$Z = \min \left\{ \sum_{i=2}^N [c_1(L_i) + c_2(Q_i)(L_i - \eta)] + \sum_{i=1}^N [c_3(Q_i)(L_i - \eta) + \beta_1 F_{-P_1}(Q)] + \sum_{i=1}^N \beta_2 F_{-P_2}(h) + \sum_{k=1}^{N_{OBSERVIM}} \beta_3 F_{-P_3}(\bar{H}) + \sum_{i=2}^N [\beta_4 F_{-P_4}(\bar{X}, \bar{Y}) + \beta_5 F_{-P_5}(\eta)] \right\} \quad (5.4)$$

Me kushtet:

$$\bar{X}_{i,p} \leq \bar{X}_i \leq \bar{X}_{i,s}$$

$$\bar{Y}_{i,p} \leq \bar{Y}_i \leq \bar{Y}_{i,s}$$

$$Q_{i,p} \leq Q_i \leq Q_{i,s}$$

$$F_{-P_1}(Q) = \begin{cases} 0 & n.q.s \quad \sum Q \geq \bar{Q} \\ \bar{Q} - \sum Q & n.q.s \quad \sum Q \leq \bar{Q} \end{cases} \quad \text{për } m=1,2,3,4,5$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \sum Q$$

$$F_{-P_3}(\bar{X}, \bar{Y}) = \begin{cases} M & n.q.s \quad (\bar{X}, \bar{Y}) \text{ ndodhet brenda zonës së përcaktuar të akuiferit} \\ 0 & n.q.s \quad (\bar{X}, \bar{Y}) \text{ ndodhet jashtë zonës së përcaktuar të akuiferit} \end{cases}$$

$$F_{-P_5}(\bar{H}) = \begin{cases} 0 & n.q.s \quad \bar{H}_j \geq 0 \\ abs(\bar{H}) & n.q.s \quad \bar{H}_j < 0 \end{cases}$$

$$F_{-P_2}(H) = \begin{cases} 0 & n.q.s \quad H_i \geq KS(\bar{X}, \bar{Y}) \\ KP(\bar{X}, \bar{Y}) - H_i & n.q.s \quad H_i < KS(\bar{X}, \bar{Y}) \end{cases}$$

$$L_i = (KS(\bar{X}, \bar{Y}) - H_i) + \Delta h$$

$$F_{-P_4}(\Delta h) = \begin{cases} 0 & n.q.s \quad (KS(\bar{X}, \bar{Y}) - H_i) \leq \Delta h \\ (KS(\bar{X}, \bar{Y}) - H_i) - \Delta h & n.q.s \quad (KS(\bar{X}, \bar{Y}) - H_i) > \Delta h \end{cases}$$

(5.5)

Ku:

$Q = [Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N]$ vektor i cili jep debitet e puseve ekzistuese dhe atyre të rinj që do të shpohen

$H = [H_1, H_2, H_3, \dots, H_N]$ vektor i ngarkesave hidraulike për N puse

$X = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_N]$ koordinatat sipas boshtit ox

$Y = [Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N]$ koordinatat sipas boshtit oy të N puseve

$\sum_{i=2}^N [c_1(L_i) + c_2(Q_i)(L_i - \eta)]$ termi i parë është kosto e shpimit të puseve, vartësi e

thellësisë

$\sum_{i=1}^N [c_3(Q_i)(L_i - \eta) + \beta_1 F_{-P_1}(Q)]$ kosto e kompletimit të pusit me paisjet e shfrytëzimit

$\sum_{i=1}^N \beta_2 F - P(Q)$ kosto e shfrytëzimit funksion i ngarkesës hidraulike dhe debitit të

shfrytëzimit

$F - P_1(Q)$ funksion penalizues që tregon për kërkesën për ujë të pijshëm, nëse

kënaqet kjo kërkesë

$F - P_2(h)$ funksion penalizues për ngarkesën hidraulike në puse

$F - P_3(\bar{H})$ funksion penalizues për të ndaluar intruzionin e ujit të detit

$F - P_4(\bar{X}, \bar{Y})$ funksion penalizues për të vendosur pusët e rinj në zonat aktive të ujit ose ato me interes

$F - P_5(\eta)$ funksion penalizues për kontrollin e tavanit të ujrave

Me indeksin 1 kemi shënuar bashkësinë e puseve që janë aktualisht në shfrytëzim dhe me indekset më të madh se 1 kemi shënuar pusët e rinj që do të shpohen, kordinatat e vëndodhjes dhe debitet e shfrytëzimit.

Koefiçentët c_1, c_2, c_3 do të marrim konstant për të gjitha zgjidhjet dhe konkretisht:

$$c_1 = 30\,000 \text{ lekë} / m$$

$$c_2 = 50 \text{ lekë} / m^3 / \text{ditë}$$

$$c_3 = 10 \text{ lekë} / m^3 / \text{ditë}$$

$$\eta = 3m$$

$$D = 30m$$

$$\beta_1 = 10^{10}$$

$$\beta_2 = 10^{10}$$

$$\beta_3 = 10^{10}$$

$$\beta_4 = 10^{10}$$

$$\beta_5 = 10^{10}$$

Në këtë mënyrë kemi përcaktuar të gjitha variablat që nevojiten për realizimin e programit në Matlab.

Në tabelën e mëposhtme jepen rezultatet e kodit për numër të ndryshëm pusesh dhe vëndodhje të tyre.

Numri i puseve (N)	Debitet e shfrytëzimit puseve aktual Q (m ³ /ditë)	Debitet e shfrytëzimit të puseve të rinjë Q_i (m ³ /ditë)	Kordinatat e puseve ne meter (x,y) (metër)	Kërkesa e furnizimit me ujë të pijshëm (m ³ /ditë)	Kosto totale në lek (lek)
2	10 322	30000-10322		30 000	98700
3	14 225	30000-14225		30 000	83 254
4	16 201	30000-16201		30 000	69 825
5	18 325	30000-18325		30 000	58 689
6	20 005	30000-20005	(2243, 2586.9)	30 000	48 965
7	23 564	30000-25564		30 000	57 854
8	25 036	30000-25036		30 000	65 878
9	26 068	30000-26068		30 000	75 987
10	28 358	30000-28358		30 000	84 364

Tabela 5.1 Rezultatet e numrit optimal të puseve, vendodhjes, dhe debiteve të shfrytëzimit në akuiferin bregdetar për parandalimin e intruzionet nën regjimin e kerkuar të shfrytëzimit të tij

Konkluzione:

Në këtë studim u arrit që të krijohej një model numerik i aftë që të simulonte zhvendosjet dy dimensionale të frontit të intruzionit të ujit të detit në një akuifer bregdetar heterogjen anizotrop, si dhe masat që duhen marrë për minimizimin, optimizimin dhe në disa raste pengimin e zhvillimit të këtij fenomeni, me anë të metodave menaxheriale.

Realizimi i këtij qëllimi u bë i mundur në saj të plotësimit të disa kriterëve duke filluar që nga diskretizimi gjeometrik i akuiferit e deri në optimizimin, kalibrimin e parametrave të vetë modelit

Në zgjedhjen e madhësisë dhe numrit të elementëve të akuiferit u përdorën kriterë të tillë që në qoftë se modeli është ndërtuar për marrjen e vendimeve menaxheriale (le të themi për ritmet e shfrytëzimit të puseve në akuifer), qelizat elementare duhet të jenë konform me natyrën e marrjes së vendimeve (për shembull administrative). E njëjta konsiderate qëndron edhe për zgjedhjen e intervalit kohor elementar Δt . Në zonat ku vendimet duhet të jenë më të specifikuar në detaje, qelizat elementare duhet të jenë më të vogla.

Njohja e informacionit për parametrat e akuiferit në kohë dhe hapësirë është një nga faktoret kryesor që ndikojnë në realizimin real të modelit të përshkruar në këtë studim. Në rajone me ndryshim të madh, mund të merren informacione më të detajuara dhe të sakta në qoftë se përdorim qeliza elementare me madhësi më të vogël.

Duke patur parasysh se cdo model nuk duhet të përdoret pa e kalibruar atë, vlefshmëria e informacionit në të shkuarën për një parametër të caktuar, për shembull për tavanin e ujërave në akuifer na çon në përfundimin e zgjedhjes së madhësisë së numrit të elementëve. Pra kuptohet se në zonën ku nuk kemi patur informacion, numri i elementëve duhet të jetë më i madh në procesin e kalibrimin dhe më pas të modelimit.

Dispersioni hidrodinamik është parametri më i vështirë dhe njëkohësisht më sinjifikativ që ndeshet në modelimin numerik të ndotjes në mjediset poroze dhe atë të intruzionit detar dhe ai u përcaktua duke marrë parasysh filtrimin jo-Fick-ian në këta akuiferë.

Në zbatimin e kushteve kufitare, që veçanërisht për vëndin tonë përbën një avantazh të madh, kemi pranuar se e gjithë sasia e ujit që bie në formë rreshjesh gjëndet në formë të lëngshme. Sasia efektive e ujit që deperton në akuifer në saj të gravitetit do të varet nga lagështia e tokës dhe është në përpjestim të drejtë me përmbajtjen e ujit në zonën vadose. Koeficienti i përpjestimit është një parameter që varet nga konduktiviteti hidraulik. Zgjidhja numerike ekuacionit të bilancit të masës gjatë një periudhe relativisht të gjatë tregon lidhjen që ekziston midis kohës së qëndrimit të ujit në zonën vadose dhe lagështisë së tokës.

Duke patur parasysh sa më sipër modeli konceptual që ndoqëm përse i përket implementimit të kushteve kufitare atmosferike të ndryshueshme ishte se sasia e ujit në formë precipitimi që hynte në zonën vadose (me ngopshmëri të ndryshueshme) kalonte në një sere procesesh kryesore. Më tej bëhej i mundur edhe kalibrimi, vlerësimi, optimizimi i parametrave të ciklit të plotë hidrologjik

Literatura:

- 1- Pavel B. Bochev .Max D. Gunzburger, John N. Shadid: “Stability of the SUPG finite element method for transient advection–diffusion problems”.
- 2- Bear.J., and Y.Bachmat (1990). “Introduction to Modelling of Transport Phenomena in Porous Media, 554 pp. Amsterdam: Kluwer Academic Publ”.
- 3- Bear. J., Cheng. A. “Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport”.
- 4- Jacob Bear, Leonid G.Fel, Yoram Zimmels. “Effect of Material Symmetry on the Coefficients of Transport in Anisotropic Porous Media”.
- 5- Lynn W.Gelhar.” A Critical Review of Data on Field-Scale Dispersion in Aquifers”.
- 6- Peter C.Lichtner, Sharad Kelkar, Bruce Robinson.” New form of dispersion tensor for axisymmetric porous media with implementation in particle tracking”, 2002.
- 7- I.Rodriguez-Iturbe, A. Rinaldo.” Signatures of large-scale soil moisture dynamics on streamflow statistics across U.S. climate regimes”.
- 8- Bertuzzo, E., Thomet, M., Botter, G., and Rinaldo, A.: Catchmentscale herbicides transport: Theory and application, Adv. WaterResour., 52, 232–242, doi:10.1016/j.advwatres.2012.11.007,2013.
- 9- Formetta, G., Antonello, A., Franceschi, S., David, O., and Rigon, R.: The informatics of the hydrological modelling system JGrass-NewAge, Environ. Modell. Softw., submitted, 2013. 10 4450.
- 10- Qingyun Duan, Soroosh Sorooshian, Vija Gupta.” Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models”.